



Groupe des écoles
des télécommunications

ADVANCES IN MULTICRITERIA
DECISION AID

PROGRÈS EN AIDE MULTICRITÈRE
À LA DÉCISION

ISBN 2-9523875-0-8

Editors: Jean-Pierre Barthélemy and Philippe Lenca
GET/ENST Bretagne – LUSSI Department
UMR CNRS 2872 TAMCIC

Editeurs: Jean-Pierre Barthélemy et Philippe Lenca
GET/ENST Bretagne – Département LUSSI
UMR CNRS 2872 TAMCIC

www.enst-bretagne.fr

ENST Bretagne
Technopôle Brest-Iroise – CS 83818
29238 Brest Cedex 3 – France

ISBN 2-9523875-0-8

Voici une sélection des communications qui ont été présentées lors des 59^e journées du groupe européen d'aide multicritère à la décision qui se sont tenues à Brest les 29 et 30 avril 2004. Cinquante-neuf est un nombre premier, c'est aussi le seizième d'entre eux. Or seize vaut deux à la puissance quatre. Son rang est donc le plus décomposable.

Ces journées ont été organisées par trois établissements brestois :

- l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne (Département LUSSE)
- l'Ecole Supérieure de Commerce de Bretagne-Brest
- l'Université de Bretagne Occidentale (EURO-Institut d'Actuariat)

Elles ont eu un thème privilégié (mais non exclusif) : l'aide à la décision pour la banque et la finance. C'est ainsi qu'elles ont été inaugurées par deux "tutoriaux" relatifs à ce domaine (Conférences de J. Jansen, R. Manca et de J. Moussavou) et deux sessions lui ont été consacrées.

Sur 28 communications proposées aux journées, 16 ont été retenues dans ces actes. Nous les avons réparties en trois rubriques :

- Aspects fondamentaux pour l'Aide Multicritère à la Décision (5 communications)
- Aide à la décision pour la banque et la finance (6 communications)
- Applications et étude de cas (5 communications).

Cette organisation atteste que les méthodes multicritères, nées il y a environ 40 ans, continuent à renouveler des champs fondamentaux (en faisant appel, en particulier, à la "measurement theory") tout en développant une palette impressionnante d'utilisations.

Nous remercions toutes les institutions qui ont soutenu l'organisation et/ou le déroulement de cette manifestation :

- La Communauté Urbaine de Brest (devenue depuis Brest Métropole Océane),
- La ville de Brest
- La chambre de Commerce et d'Industrie de Brest
- Le Conseil Général du Finistère
- Le Conseil Régional de Bretagne
- Le Groupe des Ecoles des Télécommunications
- L'association européenne EURO
- L'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications de Bretagne
- L'Ecole Supérieure de Commerce de Bretagne-Brest
- L'EURO-Institut d'Actuariat de l'Université de Bretagne Occidentale.

Brest, le 22 février 2005

Jean-Pierre Barthélemy

Philippe Lenca

Comité de lecture/Reviewers list

Jean-Pierre Barthélemy
Denis Bouyssou
Jean-Pierre Brans
Gilles Coppin
Igor Crévits
Clarisse Daheens
Jacques Janssen
Jean-Robert Kala
Philippe Lenca
Sorin Moga
Jean Moussavou
Christophe Osswald
Jacques Pictet
Bernard Roy
Benoit Vaillant
Jean-Claude Vansnick

Table des matières/Contents

Partie/Part I. Aspects fondamentaux pour l'Aide Multicritère à la Décision

Fundamental approaches for Multicriteria Decision Aid

An axiomatic approach to ELECTRE TRI	9
<i>Denis Bouyssou, Thierry Marchant</i>	
Notes on strict concordance relations	21
<i>Denis Bouyssou, Marc Pirlot</i>	
Structuring Decision Situations: a Brief Overview	32
<i>Maria Lucia Galves</i>	
On Approximate Gauss-Newton Methods for Nonlinear Least Squares Problem	41
<i>Indrek Kaldo, Otu Vaarmann</i>	
<i>k</i>-intolerant capacities and Choquet integrals	48
<i>Jean-Luc Marichal</i>	

Partie/Part II. Aide à la décision pour la banque et la finance

Decision Aid for banking and finance

Utilisation de variables non financières dans le cadre de la prédiction de faillite d'entreprises de moins de 5 ans : une approche multicritère pour le cas Belge	67
<i>Mickaël Daubie, Nadine Meskens, Michael Doumpos, Constantin Zopounidis</i>	
A multicriterion evaluation of the performance of tunisian bank agencies	83
<i>Nesrin Halouani, Habib Chabchoub, Jean Marc Martel</i>	
Risques pour banques et assurances	97
<i>Jacques Janssen, Raimondo Manca</i>	
Use of an ordinal sorting technique (TOMASO) in stock selection	110
<i>Patrick Meyer</i>	
Les déterminants organisationnels de la performance des décisions des gérants de portefeuilles boursiers	119
<i>Dr. Jean Moussavou</i>	

Stochastic Modelling of Preferences in Finance	135
<i>Leonidas Sakalauskas, Antonino Scarelli</i>	

Partie/Part III. Applications et étude de cas

Cases studies and applications

Multiple Objectives and Sustainable Development	151
<i>Professor Dr Willem.K. Brauers M of A.</i>	

Connections between Value Analysis and Engineering And Multi Criteria Decision Aiding	161
<i>Gheorghe Condurache, Romeo-Mihai Ciobanu</i>	

Optimisation multicritère et aide à la décision par rough sets appliquées a l'extrusion de polyuréthannes à usage médical	171
<i>S. Hoppe, C. Fonteix, F. Pla, K. Zaras, L. N. Kiss, G. Verdier</i>	

Comparaison entre deux approches multicritères à partir des méthodes des Rough Sets, Prométhée et des Bilans de Flux, appliquées à trois cas industriels chimique et agroalimentaires	183
<i>J. Renaud, F. Fournier, C. Fonteix</i>	

Measuring Service Quality for Students in Higher Education	207
<i>Yannis Siskos, Athanasia Bouranta, Nikos Tsotsolas</i>	

Index des auteurs/Authors Index	229
--	-----

Partie/Part I

**Aspects fondamentaux pour
l'Aide Multicritère à la Décision**

**Fundamental approaches for
Multicriteria Decision Aid**

An axiomatic approach to ELECTRE TRI^{*}

Denis Bouyssou¹ and Thierry Marchant²

¹ CNRS–LAMSADE
Université Paris Dauphine,
Place du Maréchal de Lattre de Tassigny,
F-75775 Paris Cedex 16, France
(e-mail: bouyssou@lamsade.dauphine.fr)

² Ghent University
Department of Data Analysis,
H. Dunantlaan 1,
B-9000 Gent, Belgium
(e-mail: thierry.marchant@UGent.be)

Abstract. In the literature on MCDM, many methods have been proposed in order to sort alternatives evaluated on several attributes into ordered categories. Most of them were proposed on an ad hoc basis. Using tools from conjoint measurement, this paper takes a more theoretical approach to these sorting methods. We provide an axiomatic analysis of the partitions of alternatives into two categories that can be obtained using what we call “noncompensatory sorting models”. These models have strong links with the pessimistic version of ELECTRE TRI and our analysis allows to pinpoint what appears to be the main distinctive features of ELECTRE TRI when compared to other sorting methods.

Keywords: Decision with multiple attributes, Sorting models, Twofold partitions, Noncompensation, ELECTRE TRI.

1 Introduction and motivation

MCDM has traditionally been concerned with decision situations in which the objective is either to select an alternative from a set of alternatives evaluated on several attributes or to rank order this set. In such situations, the usual practice is to build a recommendation on the basis of a binary relation comparing alternatives in terms of preference. The recommendation is therefore based on a *relative evaluation model* of the alternatives as given by the preference relation.

The use of relative evaluation models is not always appropriate to build meaningful recommendations. Indeed the “best” alternatives, while being superior to all others, may well not be desirable. When such elements appear important, one may turn to evaluation models having a more absolute character. This leads to comparing alternatives not between them but to pre-defined norms. The result of such an analysis is a partition of the set of alternatives into several categories defined with respect to these norms. This is what [Roy, 1996] called the sorting problem formulation. This is the subject of this paper.

^{*} This text is a much abridged version of [Bouyssou and Marchant, 2004a] to which we refer the readers for proofs.

Sorting problems come in two rather different guises depending on whether the categories used to sort the alternatives are ordered in terms of desirability. The situation in which they are not, often called “classification”, is common in pattern recognition or medical diagnosis. Such problems have been studied rather intensively in Statistics, Operations Research and Artificial Intelligence. The situation in which the categories are ordered is also quite common. It occurs, for instance, when a credit analyst rates credit applications or when an academic programme is enrolling students. It has recently attracted much attention in the literature on MCDM (see [Greco *et al.*, 2002a] or [Zopounidis and Doumpos, 2000a]). Several methods have been designed to tackle such problems such as :

- UTADIS, [Jacquet-Lagrèze, 1995], [Zopounidis and Doumpos, 2000b],
- the interactive approach introduced in [Köksalan and Ulu, 2003] or
- ELECTRE TRI [Roy and Bouyssou, 1993], [Wei, 1992].

Most of these sorting techniques were proposed on a more or less ad hoc basis. The main aim of this paper is to suggest a more theoretical approach to this problem. More precisely, we propose an axiomatic analysis of what we shall call “noncompensatory sorting models”. The main characteristic of these models is that they rely on rather poor information on each attribute. These models have close connections with ELECTRE TRI and our analysis may be considered as an attempt to provide a firm axiomatic basis to this technique.

This paper concentrates on sorting problems with *two* categories and the reader is referred to [Bouyssou and Marchant, 2004b] for an extension of our approach to the general case. Although this extension is straightforward, it raises several subtle technical difficulties. These difficulties are absent when there are only two categories because, in this case, the distinction between the case of ordered and unordered categories tends to be blurred.

Technically, our strategy will be to use conjoint measurement techniques (see [Krantz *et al.*, 1971, ch. 6]) to deal with partitions, instead of binary relations, defined on Cartesian products. This strategy was first proposed by [Goldstein, 1991] and later developed in [Greco *et al.*, 2001b].

The rest of this paper is organized as follows. We introduce our setting and some background material in section 2. Section 3 deals with the case of noncompensatory sorting models. Section 4 extends this analysis to include the possibility of veto effects as in ELECTRE TRI. A final section discusses our findings and presents directions for future research.

2 Background

2.1 The setting

Let $n \geq 2$ be an integer and $X = X_1 \times X_2 \times \cdots \times X_n$ be a set of objects. Elements x, y, z, \dots of X will be interpreted as alternatives evaluated on a set $N = \{1, 2, \dots, n\}$ of attributes. For any nonempty subset J of the set of attributes N , we

denote by X_J (resp. X_{-J}) the set $\prod_{i \in J} X_i$ (resp. $\prod_{i \notin J} X_i$). With customary abuse of notation, (x_J, y_{-J}) will denote the element $w \in X$ such that $w_i = x_i$ if $i \in J$ and $w_i = y_i$ otherwise. When $J = \{i\}$ we shall simply write X_{-i} and (x_i, y_{-i}) .

Our primitives consist in a twofold partition $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ of the set X ; this means that the sets \mathcal{A} and \mathcal{U} are nonempty and disjoint and that their union is the entire set X . Our central aim is to study various models allowing to represent the information contained in $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$. We interpret the partition $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ as the result of a sorting model applied to the alternatives in X . Although the ordering of the categories is not part of our primitives, it is useful to interpret the set \mathcal{A} as containing satisfactory objects, while \mathcal{U} contains unsatisfactory ones.

2.2 Binary relations

We use a standard vocabulary for binary relations (see [Krantz *et al.*, 1971]). An equivalence (resp. a weak order) is a reflexive, symmetric and transitive (resp. complete and transitive) relation. A semiorder is a complete relation that is Ferrers and semi-transitive (see [Pirlot and Vincke, 1997], for definitions).

Let R be a binary relation on A . Following e.g. [Krantz *et al.*, 1971, Chapter 2], we say that B is dense in A for R if, for all $a, b \in A$, $[a R b \text{ and } \text{Not}[b R a]] \Rightarrow [a R c \text{ and } c R b, \text{ for some } c \in B]$. It is well-known (see [Fishburn, 1970] or [Krantz *et al.*, 1971]) that there is a real-valued function f on A such that, for all $a, b \in A$, $a R b \Leftrightarrow f(a) \geq f(b)$, if and only if R is a weak order and there is a finite or countably infinite set $B \subseteq A$ that is dense in A for R .

2.3 Goldstein's framework

[Goldstein, 1991] was the first to suggest the use of conjoint measurement techniques for the analysis of twofold and threefold partitions of a set of multi-attributed alternatives. We briefly recall here the main points of his analysis for the case of twofold partitions.

Consider a model in which, for all $x \in X$,

$$x \in \mathcal{A} \Leftrightarrow F(u_1(x_1), u_2(x_2), \dots, u_n(x_n)) > 0, \quad (D)$$

where u_i is a real-valued function on X_i and F is a real-valued function on $\prod_{i=1}^n u_i(X_i)$ that is increasing in each of its arguments. Model (D) contains as a particular case the additive model for sorting in which, for all $x \in X$,

$$x \in \mathcal{A} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n u_i(x_i) > 0, \quad (1)$$

that is at the heart of the UTADIS technique (see [Jacquet-Lagrèze, 1995] and [Zopounidis and Doumpos, 2000b]). We shall see below that model (D) also has close links with the ELECTRE TRI technique.

In order to analyze model (D), we define on each X_i the binary relation \succsim_i letting, for all $x_i, y_i \in X_i$,

$$x_i \succsim_i y_i \Leftrightarrow [\text{for all } a_{-i} \in X_{-i}, (y_i, a_{-i}) \in \mathcal{A} \Rightarrow (x_i, a_{-i}) \in \mathcal{A}].$$

It is not difficult to see that, by construction, \succsim_i is reflexive and transitive. We denote by \succ_i (resp. \sim_i) the asymmetric (resp. symmetric) part of \succsim_i .

We say that the partition $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ is linear on attribute $i \in N$ (condition linear_i) if, for all $x_i, y_i \in X_i$ and all $a_{-i}, b_{-i} \in X_{-i}$,

$$\left. \begin{array}{c} (x_i, a_{-i}) \in \mathcal{A} \\ \text{and} \\ (y_i, b_{-i}) \in \mathcal{A} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} (y_i, a_{-i}) \in \mathcal{A} \\ \text{or} \\ (x_i, b_{-i}) \in \mathcal{A} \end{array} \right. \quad (\text{linear}_i)$$

The partition is said to be linear if it is linear on all $i \in N$. The following lemma takes note of the consequences of condition linear_i on relations \succsim_i and shows that linearity is necessary for model (D).

- Lemma 1.** 1. Condition linear_i holds iff \succsim_i is complete,
2. If $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ has a representation in model (D) then it is linear.

This leads to:

Proposition 1 ([Goldstein, 1991]). Let $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ be a twofold partition of a set X . There is a representation of $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ in model (D) if and only if it is linear and, for all $i \in N$, there is a finite or countably infinite set $X_i' \subseteq X_i$ that is dense in X_i for \succsim_i .

2.4 ELECTRE TRI

For the ease of future reference, we briefly recall here the main points of the ELECTRE TRI sorting technique with two categories. For a more detailed description, we refer the reader to [Roy and Bouyssou, 1993] or [Wei, 1992]. We suppose below that preference and indifference thresholds are equal and that discordance effects occur in an “all or nothing” way. This will allow to keep things simple while preserving what we believe to be the general spirit of the method.

The aim of ELECTRE TRI is to sort alternatives evaluated on several attributes between two ordered categories \mathcal{A} and \mathcal{U} , with \mathcal{A} containing the most desirable alternatives. The method uses:

- a profile p being the lower limit of category \mathcal{A} and the upper limit of \mathcal{U} . This profile p is defined by its evaluations (p_1, p_2, \dots, p_n) on the attributes in N . Define $\widehat{X}_i = X_i \cup \{p_i\}$ and $\widehat{X} = \prod_{i=1}^N \widehat{X}_i$.
- a semiorder S_i on \widehat{X}_i , on each $i \in N$. This relation is interpreted as an “at least as good” relation on \widehat{X}_i .
- a strict semiorder (i.e. an irreflexive, Ferrers and semi-transitive relation, or, equivalently the asymmetric part of a semiorder), V_i on \widehat{X}_i . It is interpreted as a “far better than” relation on \widehat{X}_i . For consistency reasons, it is supposed that V_i is included in the asymmetric part of the semiorder S_i .

- a nonnegative weight w_i assigned to each attribute $i \in N$. It is supposed, w.l.o.g., that weights are normalized so that $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.
- a real number λ between $1/2$ and 1 interpreted as a level of qualified majority.

ELECTRE TRI builds a binary relation S on \widehat{X} letting, for all $x, y \in \widehat{X}$,

$$x S y \Leftrightarrow \left[\sum_{i \in S(x,y)} w_i \geq \lambda \text{ and } [Not[y_i V_i x_i], \text{ for all } i \in N] \right], \quad (2)$$

where $S(x, y) = \{i \in N : x_i S_i y_i\}$. Hence, we have $x S y$ when x is judged “at least as good as” y on a qualified weighted majority of attributes (concordance condition) and there is no attribute on which y is judged “far better” than x (non-discordance condition).

The sorting of an alternative $x \in X$ is based the comparison of x with the profile p using the relations S . In the pessimistic version of ELECTRE TRI, we have, for all $x \in X$,

$$x \in \mathcal{A} \Leftrightarrow x S p.$$

In the optimistic version of ELECTRE TRI, we have, for all $x \in X$,

$$x \in \mathcal{A} \Leftrightarrow Not[p P x],$$

where P is the asymmetric part of S .

Note that if we have $x \in \mathcal{A}$ in the pessimistic version of ELECTRE TRI, we have $x S p$ so that $Not[p P x]$. Hence, we must have $x \in \mathcal{A}$ with the optimistic version of ELECTRE TRI. This explains the names of the two versions of the method.

We shall shortly see that if a partition $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ has been obtained using the pessimistic version of ELECTRE TRI it will always have a representation in model (D).

3 The noncompensatory sorting model for twofold partitions

3.1 Definitions

We say that $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ has a representation in the *noncompensatory sorting model* if:

- for all $i \in N$ there is a set $\mathcal{A}_i \subseteq X_i$,
- there is a subset \mathcal{F} of 2^N that is monotonic with respect to (w.r.t.) inclusion (i.e. such that $[I \in \mathcal{F} \text{ and } I \subset J] \Rightarrow J \in \mathcal{F}$),

such that, for all $x \in X$,

$$x \in \mathcal{A} \Leftrightarrow \{i \in N : x_i \in \mathcal{A}_i\} \in \mathcal{F}. \quad (3)$$

In this case, we say, that $\langle \mathcal{F}, \mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_n \rangle$ or, for short, $\langle \mathcal{F}, \langle \mathcal{A}_i \rangle_{i \in N} \rangle$ is a representation of $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ in the noncompensatory sorting model. When there is no

risk of confusion on the underlying sets \mathcal{A}_i , we write $A(x)$ instead of $\{i \in N : x_i \in \mathcal{A}_i\}$. In this section, we write $\mathcal{U}_i = X_i \setminus \mathcal{A}_i$.

We may interpret the noncompensatory sorting model as follows. On each $i \in N$, we isolate, within the set X_i a set \mathcal{A}_i of “satisfactory” levels. In order for an alternative $x \in X$ to be globally satisfactory, i.e. that $x \in \mathcal{A}$, it is necessary and sufficient that x is judged satisfactory on a subset of attributes that is judged “sufficiently important”, as indicated by the set \mathcal{F} . The fact that \mathcal{F} is supposed to be monotonic w.r.t. inclusion means that replacing an evaluation in $\mathcal{U}_i = X_i \setminus \mathcal{A}_i$ by an evaluation in \mathcal{A}_i cannot turn a satisfactory alternative into an unsatisfactory one.

The rationale for the name “noncompensatory” comes from the fact that these sorting models do not allow to distinguish more than two types of elements in X_i : those in \mathcal{A}_i and those in \mathcal{U}_i . Suppose that x is not in \mathcal{A} because $A(x)$ does not belong to \mathcal{F} . In a compensatory model, it would be possible to improve the assignment of x by sufficiently improving its evaluation on any attribute. In our models, altering the evaluation of x on any attribute in $A(x)$ will never lead to modify the assignment of x in \mathcal{U} .

The pessimistic version of ELECTRE, when preference and indifference thresholds are equal and when discordance is not involved (i.e. $V_i = \emptyset$, for all $i \in N$), is a particular case of the noncompensatory sorting model. Using the notation of section 2.4, we have, for all $x \in X$, $x \in \mathcal{A} \Leftrightarrow x S p \Leftrightarrow \sum_{i \in S(x,p)} w_i \geq \lambda$. Defining $\mathcal{A}_i = \{x_i \in X_i : x_i S_i p_i\}$ and letting $I \in \mathcal{F}$ when $\sum_{i \in I} w_i \geq \lambda$ shows that such a model is a particular case of the noncompensatory sorting model.

In the optimistic version of ELECTRE TRI method, when preference and indifference thresholds are equal and when discordance is not involved, we have, for all $x \in X$, $x \in \mathcal{A} \Leftrightarrow \text{Not}[p P x] \Leftrightarrow \left[\sum_{i \in S(p,x)} w_i < \lambda \text{ or } \sum_{i \in S(x,p)} w_i \geq \lambda \right]$. Beyond surface, the two versions of the ELECTRE TRI method are rather different. Indeed, as shown by the following example, due to its use of P , the optimistic version of ELECTRE TRI does not fit into the framework of noncompensatory sorting model.

Example 1. Suppose that $n = 5$, $X_1 = X_2 = \dots = X_5 = \{9, 10, 11\}$ and $p = (10, 10, 10, 10, 10)$. For all $i \in \{1, 2, \dots, 5\}$, let $w_i = 1/5$ and $S_i = \geq$. Let $\lambda = 4/5$. Using the optimistic version of ELECTRE TRI, we obtain $x = (11, 11, 9, 9, 9) \in \mathcal{A}$ (we have $\text{Not}[p S x]$ and $\text{Not}[x S p]$), $y = (10, 11, 9, 9, 9) \in \mathcal{U}$ (we have $p S y$ and $\text{Not}[y S p]$) and $z = (10, 10, 10, 10, 10) \in \mathcal{A}$ (we have $p S z$ and $z S p$).

Suppose that this partition can be represented in the noncompensatory sorting model. Since $x \in \mathcal{A}$ and $y \in \mathcal{U}$, we must have $10 \in \mathcal{U}_1$ and $11 \in \mathcal{A}_1$. The problem being entirely symmetric, we easily obtain that, for all $i \in N$, $10 \in \mathcal{U}_i$ and $11 \in \mathcal{A}_i$. Because $z \in \mathcal{A}$, we must have $\emptyset \in \mathcal{F}$, so that all alternatives in X should belong to \mathcal{A} . Hence, this partition cannot be represented in the noncompensatory sorting model.

3.2 Axioms and results

Let us first observe that if $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ has a representation in the noncompensatory sorting model then it must be linear and, for all $i \in N$, the weak order \succsim_i can have at most two distinct equivalence classes.

Lemma 2. *Suppose that $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ has a representation in the noncompensatory sorting model. Then, for all $i \in N$,*

1. *condition linear_i holds, so that \succsim_i is a weak order;*
2. *the weak order \succsim_i can have at most two distinct equivalence classes.*

In view of lemma 2, a characterization of the noncompensatory sorting model will be at hand if we add to linearity a condition implying that all relations \succsim_i have at most two equivalence classes. We say that $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ is 2-graded on attribute $i \in N$ (condition 2-graded_i) if

$$\left. \begin{array}{l} (x_i, a_{-i}) \in \mathcal{A} \\ \text{and} \\ (y_i, a_{-i}) \in \mathcal{A} \\ \text{and} \\ (y_i, b_{-i}) \in \mathcal{A} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (x_i, b_{-i}) \in \mathcal{A} \\ \text{or} \\ (z_i, a_{-i}) \in \mathcal{A} \end{array} \right. \quad (2\text{-graded}_i)$$

for all $x_i, y_i, z_i \in X_i$ and all $a_{-i}, b_{-i} \in X_{-i}$. We say that $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ is 2-graded if it is 2-graded on all attributes $i \in N$. Condition 2-graded is inspired by related works in the context of binary relations by [Bouyssou and Pirlot, 2002], [Bouyssou and Pirlot, 2004] and [Greco *et al.*, 2001]. We have:

Lemma 3. *1. Conditions linear_i and 2-graded_i hold iff \succsim_i is a weak order having at most two distinct equivalence classes.*
2. Conditions linear_i and 2-graded_i are independent.

Our main result in this section says that linearity and 2-gradedness characterize the noncompensatory sorting model for twofold partitions.

Theorem 1. *A partition $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ has a representation in the noncompensatory sorting model iff it is linear and 2-graded.*

4 The noncompensatory sorting model with veto for twofold partitions

4.1 Definitions

Let $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ be a twofold partition of X . We say that $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ has a representation in the *noncompensatory sorting model with veto* if:

- for all $i \in N$ there are disjoint sets $\mathcal{A}_i, \mathcal{V}_i \subseteq X_i$,
- there is a subset \mathcal{F} of 2^N that is monotonic w.r.t. inclusion (i.e. such that $[I \in \mathcal{F} \text{ and } I \subset J] \Rightarrow J \in \mathcal{F}$),

such that, for all $x \in X$,

$$x \in \mathcal{A} \Leftrightarrow [\{i \in N : x_i \in \mathcal{A}_i\} \in \mathcal{F} \text{ and } \{i \in N : x_i \in \mathcal{V}_i\} = \emptyset]. \quad (4)$$

In this case, we say, that $\langle \mathcal{F}, \langle \mathcal{A}_i, \mathcal{V}_i \rangle_{i \in N} \rangle$ is a representation of $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ in the noncompensatory sorting model with veto. We write $A(x)$ and $V(x)$ instead of $\{i \in N : x_i \in \mathcal{A}_i\}$ and $\{i \in N : x_i \in \mathcal{V}_i\}$ when there is no risk of confusion on the underlying sets \mathcal{A}_i and \mathcal{V}_i . We define, in this section, \mathcal{U}_i as $X_i \setminus [\mathcal{A}_i \cup \mathcal{V}_i]$.

The interpretation of this model is similar to the one considered in the preceding section. The only difference here is that, there is a subset \mathcal{V}_i of elements of X_i that are “repulsive” for \mathcal{A} in that, as soon as one of the evaluations of $x \in X$ is repulsive, it is impossible to have $x \in \mathcal{A}$.

The pessimistic version of ELECTRE, when preference and indifference thresholds are equal, is a particular case of the noncompensatory sorting model. Indeed, using the notation of section 2.4, we have, for all $x \in X$,

$$x \in \mathcal{A} \Leftrightarrow x S p \Leftrightarrow \left[\sum_{i \in S(x,p)} w_i \geq \lambda \text{ and } [Not[p_i V_i x_i], \text{ for all } i \in N] \right].$$

Defining $\mathcal{A}_i = \{x_i \in X_i : x_i S_i p_i\}$, $\mathcal{V}_i = \{x_i \in X_i : p_i V_i x_i\}$ and letting $I \in \mathcal{F}$ if and only if $\sum_{i \in I} w_i \geq \lambda$, shows that such a model is a particular case of the noncompensatory sorting model with veto. Note that the sets \mathcal{A}_i and \mathcal{V}_i are indeed disjoint because we have supposed that V_i is included in the asymmetric part of S_i : if $x_i S_i p_i$, we cannot have $p_i V_i x_i$.

4.2 Axioms and results

Let us first observe that if a partition $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ has a representation in the noncompensatory sorting model with veto then it must be linear.

Lemma 4. *If $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ has a representation in the noncompensatory sorting model with veto then it is linear.*

It remains to see what must be added to linearity in order to characterize the noncompensatory sorting model with veto. Again, this will require limiting the number of distinct equivalence classes of \succsim_i , this time taking into account the possible existence of an equivalence class corresponding to repulsive levels for \mathcal{A} .

We say that the partition $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ is 3-graded with veto on attribute $i \in N$ (condition 3v-graded_i) if, for all $x_i, y_i, z_i \in X_i$ and all $a_{-i}, b_{-i}, c_i \in X_{-i}$,

$$\left. \begin{array}{l} (x_i, a_{-i}) \in \mathcal{A} \\ \text{and} \\ (y_i, a_{-i}) \in \mathcal{A} \\ \text{and} \\ (y_i, b_{-i}) \in \mathcal{A} \\ \text{and} \\ (z_i, c_{-i}) \in \mathcal{A} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (x_i, b_{-i}) \in \mathcal{A} \\ \text{or} \\ (z_i, a_{-i}) \in \mathcal{A} \end{array} \right. \quad (3v\text{-graded}_i)$$

$\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ is said to be 3-graded with veto if it satisfies $3v\text{-graded}_i$ for all $i \in N$. This condition is inspired by [Greco *et al.*, 2001] who study veto effects in the context of binary relations. It is apparent that condition 2-graded_i implies condition $3v\text{-graded}_i$. As shown below, the role of condition $3v\text{-graded}_i$ is to limit the number of distinct equivalence classes of \sim_i , taking into account the possible existence of repulsive levels. We have:

- Lemma 5.** 1. *If $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ has a representation in the noncompensatory sorting model with veto then it is 3-graded with veto.*
 2. *Conditions linear_i and $3v\text{-graded}_i$ are independent.*
 3. *Conditions linear_i and $3v\text{-graded}_i$ imply that \succsim_i is a weak order having at most three equivalence classes.*
Furthermore if \succsim_i has exactly three distinct equivalence classes and if x_i belongs to the last equivalence class of \succsim_i then $(x_i, a_{-i}) \in \mathcal{U}$, for all $a_{-i} \in X_{-i}$.

Our main result in this section says that linearity and 3-gradedness with veto characterize the noncompensatory sorting model with veto.

Theorem 2. *A partition $\langle \mathcal{A}, \mathcal{U} \rangle$ is representable in the noncompensatory sorting model with veto iff it is linear and 3-graded with veto.*

5 Discussion

This paper has analyzed a number of sorting models for multi-attributed alternatives into two categories. A common feature of these models is that they particularize the decomposable models proposed by [Goldstein, 1991] in the direction of using poor information on each attribute. Indeed, when there is no veto effect involved, noncompensatory models only distinguish two types of elements on each attribute. The possibility of veto effects adds a possible third type of elements.

The conditions that we have exhibited are reasonably simple and could well be the subject of empirical tests. A psychologist may, for instance, want to use them in order to know whether a partition of alternatives given by a subject can be explained using a noncompensatory model. On a more conceptual level, our conditions allow to pinpoint what appears to be the main distinctive feature of noncompensatory models à la ELECTRE within the general framework of decomposable sorting models. This was already shown in a series of papers (see [Bouyssou and Pirlot, 2002], [Bouyssou and Pirlot, 2004], [Dubois *et al.*, 2003] and [Greco *et al.*, 2001]) for the case of models involving binary relations. Our analysis can be considered as an extension of these papers to the case of sorting models.

Our theoretical analysis also has practical implications. In particular, it shows that, beyond surface, the two versions of ELECTRE TRI are rather different: only the pessimistic version fits into the framework of noncompensatory sorting models. This is related with the fact that most works trying to infer the parameters of an ELECTRE TRI model from assignment examples (i.e. from a partition defined on a subset of X) using mathematical programming techniques have only considered the pessimistic version of the method (see [Dias and Mousseau, 2002],

[Dias *et al.*, 2002], [Mousseau *et al.*, 2001], [Mousseau and Słowiński, 1998] and [Ngo The and Mousseau, 2002]). Indeed, our models seem to show that the optimistic version of ELECTRE TRI is at variance with the general principles underlying most of the other ELECTRE-like techniques. Furthermore, it can be shown that the conditions ensuring the uniqueness of a representation in the noncompensatory sorting model with veto are rather stringent. Such a non-uniqueness will all the more be an issue for methods designed to infer all the parameters of an ELECTRE TRI model from assignment examples (see [Mousseau and Słowiński, 1998]) since they work on the basis of even less information than we do here. This possible, and likely, non-uniqueness of the representation probably explains why this type of method, independently of its computational complexity involving the solution of nonlinear programmes, has been abandoned and replaced by techniques inferring only one type of parameter (e.g. weights, veto thresholds or category limits) at a time. Finally, it should be mentioned that, contrary to what happens in ELECTRE TRI, the models proposed in this paper do not assume numerical weights, not to mention the possibility to add them in order to test if a coalition of attributes is judged “sufficiently” important. Such a generalization is well in line with the use of symbolic inference techniques derived from Artificial Intelligence as shown in [Greco *et al.*, 2001c] and [Greco *et al.*, 2002b]. Therefore, this absence of weights should not be considered as an impediment to the practical use of such models.

The analysis proposed in this paper can be extended in several directions. First it is clearly necessary to extend our results concerning noncompensatory models to more than two categories. This is done in a companion paper (see [Bouyssou and Marchant, 2004b]). Quite a different line of extension is linked with the study of additive models for sorting. Using standard techniques, such an analysis is relatively straightforward when the set of alternatives is finite; it nevertheless raises difficult questions in the general case. This is the subject of an ongoing research.

References

- [Bouyssou and Marchant, 2004a]D. Bouyssou and Th. Marchant. An axiomatic approach to noncompensatory sorting methods in MCDM, I: The case of two categories. working paper, 34 pages, LAMSADE, Université Paris Dauphine, available at www.lamsade.dauphine.fr/~bouyssou/, 2004.
- [Bouyssou and Marchant, 2004b]D. Bouyssou and Th. Marchant. An axiomatic approach to noncompensatory sorting methods in MCDM, II: The general case. working paper, 31 pages, LAMSADE, Université Paris Dauphine, available at www.lamsade.dauphine.fr/~bouyssou/, 2004.
- [Bouyssou and Pirlot, 2002]D. Bouyssou and M. Pirlot. A characterization of strict concordance relations. In D. Bouyssou, É. Jacquet-Lagrèze, P. Perny, R. Słowiński, D. Vanderpooten, and Ph. Vincke, editors, *Aiding Decisions with Multiple Criteria: Essays in Honour of Bernard Roy*, pages 121–145. Kluwer, Dordrecht, 2002.
- [Bouyssou and Pirlot, 2004]D. Bouyssou and M. Pirlot. A characterization of concordance relations. forthcoming in *European Journal of Operational Research*, available at www.lamsade.dauphine.fr/~bouyssou/, 2004.

- [Dias and Mousseau, 2002]L. C. Dias and V. Mousseau. Inferring ELECTRE's veto-related parameters from outranking examples. forthcoming in *European Journal of Operational Research*, 2002.
- [Dias *et al.*, 2002]L. Dias, V. Mousseau, J. Figueira, and J. Clímaco. An aggregation / disaggregation approach to obtain robust conclusions with ELECTRE TRI. *European Journal of Operational Research*, 138:332–48, 2002.
- [Dubois *et al.*, 2003]D. Dubois, H. Fargier, P. Perny, and H. Prade. A characterization of generalized concordance rules in multicriteria decision-making. *International Journal of Intelligent Systems*, 18(7):751–774, 2003.
- [Fishburn, 1970]P. C. Fishburn. *Utility theory for decision-making*. Wiley, New York, 1970.
- [Goldstein, 1991]W. M. Goldstein. Decomposable threshold models. *Journal of Mathematical Psychology*, 35:64–79, 1991.
- [Greco *et al.*, 2001a]S. Greco, B. Matarazzo, and R. Słowiński. Axiomatic basis of noncompensatory preferences. Communication to *FUR X*, 30 May–2 June, Torino, Italy, 2001.
- [Greco *et al.*, 2001b]S. Greco, B. Matarazzo, and R. Słowiński. Conjoint measurement and rough set approach for multicriteria sorting problems in presence of ordinal criteria. In A. Colomi, M. Paruccini, and B. Roy, editors, *A-MCD-A, Aide Multicritère à la Décision / Multiple Criteria Decision Aid*, pages 117–144. European Commission, Joint Research Centre, Luxembourg, 2001.
- [Greco *et al.*, 2001c]S. Greco, B. Matarazzo, and R. Słowiński. Rough sets theory for multicriteria decision analysis. *European Journal of Operational Research*, 129:1–7, 2001.
- [Greco *et al.*, 2002a]S. Greco, B. Matarazzo, and R. Słowiński. Multicriteria classification. In W. Klogsen and J. Zytkow, editors, *Handbook of data mining and knowledge discovery*, pages 318–328. Oxford University Press, Oxford, 2002.
- [Greco *et al.*, 2002b]S. Greco, B. Matarazzo, and R. Słowiński. Rough sets methodology for sorting problems in presence of multiple attributes and criteria. *European Journal of Operational Research*, 138:247–59, 2002.
- [Jacquet-Lagrèze, 1995]É. Jacquet-Lagrèze. An application of the UTA discriminant model for the evaluation of R&D projects. In P. Pardalos, Y. Siskos, and C. Zopounidis, editors, *Advances in Multicriteria Analysis*, pages 203–211. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1995.
- [Köksalan and Ulu, 2003]M. Köksalan and C. Ulu. An interactive approach for placing alternatives in preference classes. *European Journal of Operational Research*, 144:429–439, 2003.
- [Krantz *et al.*, 1971]D. H. Krantz, R. D. Luce, P. Suppes, and A. Tversky. *Foundations of measurement*, vol. 1: *Additive and polynomial representations*. Academic Press, New York, 1971.
- [Mousseau and Słowiński, 1998]V. Mousseau and R. Słowiński. Inferring an ELECTRE TRI model from assignment examples. *Journal of Global Optimization*, 12:157–174, 1998.
- [Mousseau *et al.*, 2001]V. Mousseau, J. Figueira, and J.-Ph. Naux. Using assignment examples to infer weights for ELECTRE TRI method: Some experimental results. *European Journal of Operational Research*, 130:263–275, 2001.
- [Ngo The and Mousseau, 2002]A. Ngo The and V. Mousseau. Using assignment examples to infer category limits for the ELECTRE TRI method. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 11(1):29–43, 2002.
- [Pirlot and Vincke, 1997]M. Pirlot and Ph. Vincke. *Semiororders. Properties, representations, applications*. Kluwer, Dordrecht, 1997.
- [Roy and Bouyssou, 1993]B. Roy and D. Bouyssou. *Aide multicritère à la décision : Méthodes et cas*. Economica, Paris, 1993.

- [Roy, 1996]B. Roy. *Multicriteria methodology for decision aiding*. Kluwer, Dordrecht, 1996. Original version in French: “*Méthodologie multicritère d’aide à la décision*”, *Economica*, Paris, 1985.
- [Wei, 1992]Y. Wei. Aide multicritère à la décision dans le cadre de la problématique du tri : concepts, méthodes et applications. Université Paris Dauphine, Paris, Thèse de Doctorat, 1992.
- [Zopounidis and Doumpos, 2000a]C. Zopounidis and M. Doumpos. *Intelligent Decision Aiding Systems Based on Multiple Criteria for Financial Engineering*. Kluwer, Dordrecht, 2000.
- [Zopounidis and Doumpos, 2000b]C. Zopounidis and M. Doumpos. PREFDIS: A multicriteria decision support system for sorting decision problems. *Computers & Operations Research*, 27(7-8):779–797, June 2000.

Notes on strict concordance relations^{*}

Denis Bouyssou¹ and Marc Pirlot²

¹ CNRS–LAMSADE
Université Paris Dauphine,
Place du Maréchal de Lattre de Tassigny,
F-75775 Paris Cedex 16, France,
(e-mail: bouyssou@lamsade.dauphine.fr)

² Faculté Polytechnique de Mons
9, rue de Houdain, B-7000 Mons, Belgium,
(e-mail: marc.pirlot@fpms.ac.be)

Abstract. The idea of concordance is central to many MCDM techniques. It leads to comparing alternatives by pairs on the basis of a comparison in terms of importance of the coalitions of attributes favoring each element of the pair. Such a way of comparing alternatives has a definite “ordinal” flavor. It is well-known that it may lead to relations that do not possess any remarkable transitivity properties. This paper shows how to use standard conjoint measurement techniques to characterize such relations. Their main distinctive feature is shown to lie in their very crude way to distinguish various levels of preference differences on each attribute.

Keywords: Conjoint measurement, Strict concordance relations, Nontransitive preferences, Noncompensatory preferences.

1 Introduction

Let x and y be two alternatives evaluated on several attributes. A simple way to compare these two alternatives, taking all attributes into account, goes as follows:

- compare the evaluations of x and y on attribute i and decide whether attribute i favors x , favors y or favors none of x and y . Repeat this operation for each attribute. This leads to defining three disjoint subsets of attributes: those favoring x , those favoring y and those for which none of the two alternatives is favored,
- compare the set of attributes favoring x with the set of attributes favoring y in terms of “importance”,
- declare that “ x is preferred to y ” if the set of attributes favoring x is “more important than” the set of attributes favoring y .

This way of comparing alternatives has a definite “ordinal” flavor and several of its particular cases (e.g. weighted majority comparisons) have been advocated by psychologists (see [Russo and Doshier, 1983] or [Tversky, 1969]) as simple heuristics

^{*} This paper extends the preliminary results in [Bouyssou and Pirlot, 2002a]. It is a much abridged version of [Bouyssou and Pirlot, 2003] to which the reader is referred for proofs. We thank Thierry Marchant for very helpful discussions.

for comparing objects using an “intra-dimensional” information processing strategy. It is also at work in several well-known multi-attribute techniques, usually classified under the heading “outranking methods” (see [Bouyssou, 2001], [Roy, 1991] or [Roy, 1996] for overviews). The purpose of this paper is, within a classical conjoint measurement framework, to characterize the type of preference relations that may arise from such a way of comparing alternatives.

Simple examples inspired by Condorcet’s paradox show that this mode of comparing alternatives does not always lead to preference relations, henceforth called *strict concordance relations*, having “nice” transitivity properties. Therefore such preferences appear as quite distinct from the transitive structures usually studied in conjoint measurement (see [Krantz *et al.*, 1971] or [Wakker, 1989]), e.g. those representable by an additive utility model. Adopting a framework for conjoint measurement tolerating intransitive preferences proposed in [Bouyssou and Pirlot, 2002b] and [Bouyssou and Pirlot, 2004a]) will enable us to characterize strict concordance relations using axioms that will emphasize their main specific feature, i.e. the very crude way in which they isolate various levels of “preference differences” on each attribute, extending the results in [Bouyssou and Pirlot, 2002a].

An earlier study of preference relations induced by ordinal aggregation methods in a conjoint measurement framework is due to [Fishburn, 1976] through his definition of *noncompensatory preferences*. It has long been thought that noncompensatory preferences provided the adequate framework for the analysis of preferences generated by ordinal aggregation methods and Fishburn’s definition has received much attention in the field of decision analysis with multiple attributes. It will however turn out that noncompensatory preferences *à la* Fishburn are not totally adequate to deal with the whole variety of strict concordance relations.

This paper is organized as follows. We introduce our setting in section 2. Strict concordance relations are defined and illustrated in section 3. Our general framework for conjoint measurement allowing for nontransitive preferences is presented in section 4. Section 5 characterizes strict concordance relations within this general framework. A final section discusses our results and presents directions for future research.

2 Definitions and Notation

In this paper we consider a set $X = \prod_{i=1}^n X_i$ with $n \geq 2$. Elements of X will be interpreted as *alternatives* evaluated on a set $N = \{1, 2, \dots, n\}$ of *attributes*. When $J \subseteq N$, we denote by X_J (resp. X_{-J}) the set $\prod_{i \in J} X_i$ (resp. $\prod_{i \notin J} X_i$). With customary abuse of notation, (x_J, y_{-J}) will denote the element $w \in X$ such that $w_i = x_i$ if $i \in J$ and $w_i = y_i$ otherwise. When $J = \{i\}$, we simply write X_{-i} and (x_i, y_{-i}) .

We use \mathcal{P} to denote an asymmetric binary relation on X interpreted as a *strict preference relation* between alternatives. The *symmetric complement* of \mathcal{P} is denoted by \mathcal{J} .

Let $J \subseteq N$ be a nonempty set of attributes. We define the *marginal preference* \mathcal{P}_J induced on X_J by \mathcal{P} letting, for all $x_J, y_J \in X_J$:

$$x_J \mathcal{P}_J y_J \Leftrightarrow (x_J, z_{-J}) \mathcal{P} (y_J, z_{-J}), \text{ for all } z_{-J} \in X_{-J},$$

with symmetric complement \mathcal{I}_J . When $J = \{i\}$, we write \mathcal{P}_i instead of $\mathcal{P}_{\{i\}}$. If, for all $J \subseteq N$ and all $x_J, y_J \in X_J$,

$$[(x_J, z_{-J}) \mathcal{P} (y_J, z_{-J}), \text{ for some } z_{-J} \in X_{-J}] \Rightarrow x_J \mathcal{P}_J y_J,$$

we say that \mathcal{P} is independent for J . If \mathcal{P} is independent for all nonempty subsets of attributes we say that \mathcal{P} is *independent*.

We say that attribute $i \in N$ is *influential* (for \mathcal{P}) if there are $x_i, y_i, z_i, w_i \in X_i$ and $a_{-i}, b_{-i} \in X_{-i}$ such that $(x_i, a_{-i}) \mathcal{P} (y_i, b_{-i})$ and $\text{Not}[(z_i, a_{-i}) \mathcal{P} (w_i, b_{-i})]$ and *degenerate* otherwise. It is clear that a degenerate attribute has no influence whatsoever on the comparison of the elements of X and may be suppressed from N .

We say that attribute $i \in N$ is *essential* (for \mathcal{P}) if $(x_i, z_{-i}) \mathcal{P} (y_i, z_{-i})$, for some $x_i, y_i \in X_i$ and some $z_{-i} \in X_{-i}$. It should be clear that any essential attribute is influential, whereas the converse is not true. In order to avoid unnecessary minor complications, we suppose henceforth *all attributes in N are influential*. This does *not* imply that all attributes are essential. This however implies that \mathcal{P} is nonempty.

3 Strict concordance relations

3.1 Definition

The following definition, building on [Fargier and Perny, 2001], formalizes the idea of a strict concordance relation, i.e. a preference relation that has been obtained comparing alternatives by pairs on the basis of the ‘‘importance’’ of the attributes favoring each element of the pair.

Definition 1 (Strict concordance relations). Let \mathcal{P} be an asymmetric binary relation on $X = \prod_{i=1}^n X_i$. We say that \mathcal{P} is a *strict concordance relation* (or, more briefly, that \mathcal{P} is a SCR) if there are:

- an *asymmetric* binary relation P_i on each X_i ($i = 1, 2, \dots, n$),
- a binary relation \triangleright between disjoint subsets of N that is *monotonic* w.r.t. inclusion, i.e. such that for all $A, B, C, D \subseteq N$ with $A \cap B = \emptyset$ and $C \cap D = \emptyset$,

$$\left. \begin{array}{l} A \triangleright B \\ C \supseteq A \text{ and } B \supseteq D \end{array} \right\} \Rightarrow C \triangleright D. \quad (1)$$

such that, for all $x, y \in X$,

$$x \mathcal{P} y \Leftrightarrow P(x, y) \triangleright P(y, x), \quad (2)$$

where $P(x, y) = \{i \in N : x_i P_i y_i\}$. We say that $\langle \triangleright, P_i \rangle$ is a *representation* of \mathcal{P} .

Hence, when \mathcal{P} is a SCR, the preference between x and y only depends on the subsets of attributes favoring x or y in terms of the asymmetric relations P_i . It does not depend on “preference differences” between the various levels on each attribute besides the distinction between “positive”, “negative” and “neutral” attributes as indicated by P_i .

Let \mathcal{P} be a SCR with a representation $\langle \triangleright, P_i \rangle$. For all $A, B \subseteq N$, we define the relations \trianglelefteq and \trianglerighteq between disjoint subsets of N letting: $A \trianglelefteq B \Leftrightarrow [\text{Not}[A \triangleright B]]$ and $\text{Not}[B \triangleright A]$ and $A \trianglerighteq B \Leftrightarrow [A \triangleright B \text{ or } A \trianglelefteq B]$.

The following proposition takes note of some elementary properties of SCR; it uses the hypothesis that all attributes are influent.

Proposition 2. *If \mathcal{P} is a SCR with a representation $\langle \triangleright, P_i \rangle$, then:*

1. *for all $i \in N$, P_i is nonempty,*
2. *for all $A, B \subseteq N$ such that $A \cap B = \emptyset$, exactly one of $A \triangleright B$, $B \triangleright A$ and $A \trianglelefteq B$ holds and we have $\emptyset \trianglelefteq \emptyset$*
3. *for all $A \subseteq N$, $A \trianglerighteq \emptyset$ and $N \triangleright \emptyset$,*
4. *\mathcal{P} is independent,*
5. *for all $i \in N$, either $\mathcal{P}_i = P_i$ or $\mathcal{P}_i = \emptyset$,*
6. *\mathcal{P} has a unique representation.*

The main objective of this paper is to characterize SCR within a general framework of conjoint measurement, using conditions that will allow to isolate their specific features. Before doing so, it is worth giving a few examples illustrating the variety of SCR and noting the connections between SCR and P. C. Fishburn’s *noncompensatory preferences*.

3.2 Examples

The following examples show that SCR arise with a large variety of ordinal aggregation models that have been studied in the literature.

Example 2 (Simple Majority preferences [Sen, 1986]). The binary relation \mathcal{P} is a simple majority preference if there is a strict weak order P_i on each X_i such that:

$$x \mathcal{P} y \Leftrightarrow |\{i \in N : x_i P_i y_i\}| > |\{i \in N : y_i P_i x_i\}|.$$

A simple majority preference relation is easily seen to be a strict SCR defining \triangleright letting, for all $A, B \subseteq N$ such that $A \cap B = \emptyset$,

$$A \triangleright B \Leftrightarrow |A| > |B|.$$

In general, \mathcal{P} is neither negatively transitive nor transitive. All influent attributes for \mathcal{P} are essential.

Example 3 (Weak majority preferences [Fishburn, 1973]). The binary relation \mathcal{P} is a weak majority preference if there is a strict weak order P_i on each X_i such that:

$$x \mathcal{P} y \Leftrightarrow |\{i \in N : x_i P_i y_i\}| > \frac{|N|}{2}.$$

A weak majority preference relation is easily seen to be a SCR defining \triangleright letting, for all $A, B \subseteq N$ such that $A \cap B = \emptyset$:

$$A \triangleright B \Leftrightarrow |A| > \frac{|N|}{2}.$$

Note that influent attributes will not be essential.

Example 4 (Weighted majority with threshold [Vansnick, 1986]). The binary relation \mathcal{P} is a weighted majority preference with threshold if there are real numbers $\rho > 1$ and $\varepsilon \geq 0$ and, for all $i \in N$, a strict semiorder P_i on X_i and a positive real number $w_i > 0$, such that:

$$x \mathcal{P} y \Leftrightarrow \sum_{i \in P(x,y)} w_i > \rho \sum_{j \in P(y,x)} w_j + \varepsilon.$$

A weighted majority preference with threshold is easily seen to be a SCR defining \triangleright letting, for all $A, B \subseteq N$ such that $A \cap B = \emptyset$:

$$A \triangleright B \Leftrightarrow \sum_{i \in A} w_i > \rho \sum_{j \in B} w_j + \varepsilon.$$

As soon as $\varepsilon > 0$, influent attributes may not be essential.

3.3 Noncompensatory preferences à la Fishburn

Noncompensatory preferences introduced in [Fishburn, 1976]¹ are closely related to—but distinct from—SCR. His definition also starts with an *asymmetric* binary relation \mathcal{P} on $X = \prod_{i=1}^n X_i$. Let $\mathcal{P}(x, y) = \{i : x_i \mathcal{P}_i y_i\}$. It is clear that, for all $x, y \in X$, $\mathcal{P}(x, y) \cap \mathcal{P}(y, x) = \emptyset$.

Definition 2 (Noncompensatory Preferences [Fishburn, 1976]). An asymmetric binary relation \mathcal{P} on $X = \prod_{i=1}^n X_i$ is said to be *noncompensatory* if:

$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{P}(x, y) = \mathcal{P}(z, w) \\ \mathcal{P}(y, x) = \mathcal{P}(w, z) \end{array} \right\} \Rightarrow [x \mathcal{P} y \Leftrightarrow z \mathcal{P} w], \quad (NC)$$

for all $x, y, z, w \in X$.

Hence, when \mathcal{P} is noncompensatory, the preference between x and y only depends on the subsets of attributes favoring x or y in terms of \mathcal{P}_i . This is close to the definition of a SCR with \mathcal{P}_i replacing P_i and no monotonicity involved.

Some useful properties of noncompensatory preferences are summarized in the following:

Lemma 6. *If an asymmetric relation \mathcal{P} on $X = \prod_{i=1}^n X_i$ is noncompensatory, then:*

¹ See also [Fishburn, 1975] and [Fishburn, 1978].

1. \mathcal{P} is independent,
2. $x_i \mathcal{J}_i y_i$ for all $i \in N \Rightarrow x \mathcal{J} y$,
3. $x_j \mathcal{P}_j y_j$ for some $j \in N$ and $x_i \mathcal{J}_i y_i$ for all $i \in N \setminus \{j\} \Rightarrow x \mathcal{P} y$,
4. all attributes are essential.

As shown in the following example, there are SCR relations violating *all* conditions in lemma 6 except independence.

Example 5. Let $X = X_1 \times X_2 \times X_3$ with $X_1 = \{x_1, y_1\}$, $X_2 = \{x_2, y_2\}$ and $X_3 = \{x_3, y_3\}$. Let $x_1 \mathcal{P}_1 y_1$, $x_2 \mathcal{P}_2 y_2$ and $x_3 \mathcal{P}_3 y_3$. Define \mathcal{P} letting, for all $x, y \in X$,

$$x \mathcal{P} y \Leftrightarrow \sum_{i \in P(x,y)} w_i > \sum_{j \in P(y,x)} w_j + \varepsilon.$$

with $w_1 = w_2 = 1$, $w_3 = 2$ and $\varepsilon = 1$. By construction, \mathcal{P} is a SCR. It is clear that attributes 1 and 2 are not essential contrarily to attribute 3. These two attributes nevertheless are influent since $(x_1, x_2, y_3) \mathcal{P} (y_1, y_2, y_3)$ but neither $(x_1, y_2, y_3) \mathcal{P} (y_1, y_2, y_3)$ nor $(y_1, x_2, y_3) \mathcal{P} (y_1, y_2, y_3)$.

Although, $x_1 \mathcal{J}_1 y_1$, $x_2 \mathcal{J}_2 y_2$ and $y_3 \mathcal{J}_3 y_3$, we have $(x_1, x_2, y_3) \mathcal{P} (y_1, y_2, y_3)$. Note that $(y_1, y_2, x_3) \mathcal{J} (x_1, x_2, y_3)$, although $y_1 \mathcal{J}_1 x_1$, $y_2 \mathcal{J}_2 x_2$ and $x_3 \mathcal{P}_3 y_3$. Hence \mathcal{P} violates all conditions in lemma 6 except independence.

Several authors (see, e.g., [Bouyssou, 1992], [Bouyssou and Vansnick, 1986], [Dubois *et al.*, 2003] and [Fargier and Perny, 2001]) have used the definition of non-compensation, or several variants of it, as an axiom with the aim of characterizing preferences that can be obtained with ordinal aggregation methods. The above example shows that these results only deal with SCR in which all attributes are essential. Furthermore, these results use a condition (*NC*) that is quite different from the usual cancellation conditions invoked in conjoint measurement. Therefore, they are not very helpful in order to understand the specific features of SCR when compared to other types of binary relations, e.g. the ones that can be represented by an additive utility model. The route that we follow below seems to avoid these difficulties.

4 A general framework for nontransitive conjoint measurement

This section follows the analysis in [Bouyssou and Pirlot, 2002b] using asymmetric relations instead of reflexive relations. We envisage here binary relations \mathcal{P} on X that can be represented as:

$$x \mathcal{P} y \Leftrightarrow F(p_1(x_1, y_1), p_2(x_2, y_2), \dots, p_n(x_n, y_n)) > 0, \quad (\text{M})$$

where p_i are real-valued functions on X_i^2 that are *skew symmetric* (i.e. such that $p_i(x_i, y_i) = -p_i(y_i, x_i)$, for all $x_i, y_i \in X_i$) and F is a real-valued function on $\prod_{i=1}^n p_i(X_i^2)$ being *odd* (i.e. such that $F(\mathbf{x}) = -F(-\mathbf{x})$, abusing notation in an obvious way) and *nondecreasing* in all its arguments.

Definition 3 (Conditions $ARC1$ and $ARC2$). Let \mathcal{P} be a binary relation on a set $X = \prod_{i=1}^n X_i$. This relation is said to satisfy:

$$ARC1_i \text{ if } \left. \begin{array}{c} (x_i, a_{-i}) \mathcal{P} (y_i, b_{-i}) \\ \text{and} \\ (z_i, c_{-i}) \mathcal{P} (w_i, d_{-i}) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} (x_i, c_{-i}) \mathcal{P} (y_i, d_{-i}) \\ \text{or} \\ (z_i, a_{-i}) \mathcal{P} (w_i, b_{-i}), \end{array} \right.$$

$$ARC2_i \text{ if } \left. \begin{array}{c} (x_i, a_{-i}) \mathcal{P} (y_i, b_{-i}) \\ \text{and} \\ (y_i, c_{-i}) \mathcal{P} (x_i, d_{-i}) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} (z_i, a_{-i}) \mathcal{P} (w_i, b_{-i}) \\ \text{or} \\ (w_i, c_{-i}) \mathcal{P} (z_i, d_{-i}), \end{array} \right.$$

for all $x_i, y_i, z_i, w_i \in X_i$ and all $a_{-i}, b_{-i}, c_{-i}, d_{-i} \in X_{-i}$. We say that \mathcal{P} satisfies $ARC1$ (resp. $ARC2$) if it satisfies $ARC1_i$ (resp. $ARC2_i$) for all $i \in N$.

Condition $ARC1_i$ (Asymmetric inter-attribute Cancellation) strongly suggests that either the difference (x_i, y_i) is at least as large as the difference (z_i, w_i) or *vice versa*. Condition $ARC2_i$ suggests that the preference difference (x_i, y_i) is linked to the “opposite” preference difference (y_i, x_i) . Taking $x_i = y_i, z_i = w_i, a_{-i} = c_{-i}$ and $b_{-i} = d_{-i}$ shows that $ARC2_i$ implies that \mathcal{P} is independent for $N \setminus \{i\}$. Hence, \mathcal{P} is independent when $ARC2$ holds. Simple examples show that condition $ARC1$ and $ARC2$ are independent in the class of asymmetric relations. These two conditions allow to characterize model (M) when X is finite or countably infinite.

Theorem 1. *Let \mathcal{P} be a binary relation on finite or countably infinite set $X = \prod_{i=1}^n X_i$. Then \mathcal{P} has a representation (M) iff it is asymmetric and satisfies $ARC1$ and $ARC2$.*

It should be observed that model (M) is sufficiently general to contain as particular cases most conjoint measurement models, when interpreted in terms of an asymmetric binary relation, including the classical additive utility model (see [Krantz *et al.*, 1971] and [Wakker, 1989]) and the additive difference model (see [Tversky, 1969]). We show in section 5 that SCR relations form a subclass of the binary relations having a representation in model (M).

5 A new characterization of SCR

Consider a binary relation \mathcal{P} having a representation in (M) with all functions p_i taking at most three distinct values, i.e., a binary relation for which the induced relations comparing preference differences on each attribute involve at most three distinct equivalence classes. Defining the relation P_i letting $x_i P_i y_i$ when $p_i(x_i, y_i) > 0$, intuition suggests that such a binary relation is quite similar to a SCR. We formalize this intuition below and show how to characterize SCR within the framework provided by model (M).

Definition 4 (Conditions MAJ1 and MAJ2). Let \mathcal{P} be a binary relation on a set $X = \prod_{i=1}^n X_i$. This relation is said to satisfy:

$$MAJ1_i \text{ if } \left. \begin{array}{l} (x_i, a_{-i}) \mathcal{P} (y_i, b_{-i}) \\ \text{and} \\ (z_i, a_{-i}) \mathcal{P} (w_i, b_{-i}) \\ \text{and} \\ (z_i, c_{-i}) \mathcal{P} (w_i, d_{-i}) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (y_i, a_{-i}) \mathcal{P} (x_i, b_{-i}) \\ \text{or} \\ (x_i, c_{-i}) \mathcal{P} (y_i, d_{-i}), \end{array} \right.$$

$$MAJ2_i \text{ if } \left. \begin{array}{l} (x_i, a_{-i}) \mathcal{P} (y_i, b_{-i}) \\ \text{and} \\ (w_i, a_{-i}) \mathcal{P} (z_i, b_{-i}) \\ \text{and} \\ (y_i, c_{-i}) \mathcal{P} (x_i, d_{-i}) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (y_i, a_{-i}) \mathcal{P} (x_i, b_{-i}) \\ \text{or} \\ (z_i, c_{-i}) \mathcal{P} (w_i, d_{-i}), \end{array} \right.$$

for all $x_i, y_i, z_i, w_i \in X_i$ and all $a_{-i}, b_{-i}, c_{-i}, d_{-i} \in X_{-i}$. We say that \mathcal{P} satisfies MAJ1 (resp. MAJ2) if it satisfies MAJ1_{*i*} (resp. MAJ2_{*i*}) for all $i \in N$.

Lemma 7. Let \mathcal{P} be a binary relation on $X = \prod_{i=1}^n X_i$.

1. If \mathcal{P} is a SCR then it satisfies ARC1 and ARC2.
2. If \mathcal{P} is a SCR then it satisfies MAJ1 and MAJ2.
3. In the class of asymmetric relations, conditions ARC1, ARC2, MAJ1 and MAJ2 are independent.

Our central result says that conditions MAJ1 and MAJ2 isolate within model (M) the class of all SCR. We have:

Theorem 2. Let \mathcal{P} be a binary relation on $X = \prod_{i=1}^n X_i$. Then \mathcal{P} is a SCR iff it is asymmetric and satisfies ARC1, ARC2, MAJ1 and MAJ2.

A related result was already presented in [Bouyssou and Pirlot, 2002a]. Instead of conditions MAJ1 and MAJ2, we used a condition (called coarseness) amounting to bluntly saying that all functions p_i can take at most three distinct values. As explained in [Bouyssou and Pirlot, 2003], the use of such a condition is problematic since it destroys the independence between ARC1 and ARC2. In presence of ARC1 and ARC2, conditions MAJ1 and MAJ2 imply that SCR have a similar effect without destroying independence.

6 Discussion

The main contribution of this paper was to propose a characterization of SCR within the framework of a general model for nontransitive conjoint measurement. This characterization shows that, beyond surface, SCR have a lot in common with the usual structures manipulated in conjoint measurement. It emphasizes the main specific feature of SCR, i.e. the option not to distinguish a rich preference difference relation on each attribute. Our results were shown to be more general than earlier ones based on the idea of noncompensation *à la* Fishburn. The results in this paper can be extended in several directions.

1. It is not difficult to extend our results to deal with SCR that would be strictly monotonic, i.e., such that, $A \cap B = \emptyset$, $\text{Not}[B \triangleright A]$, $C \cap D = \emptyset$, $C \supseteq A$ and $B \supseteq D$ with at least one strict inclusion, imply $C \triangleright D$. This requires strengthening conditions *ARC1* and *ARC2*.
2. Our definition of SCR does not require the relations P_i to possess any remarkable property besides asymmetry. This is at variance with what is done in most ordinal aggregation methods (see the examples in section 3.2). Often, P_i is supposed to be a strict weak order. When it is desirable to model imperfect discrimination on each attribute, P_i is supposed to be a strict semiorder. As shown in [Bouyssou and Pirlot, 2003], it is not difficult to tackle this case using, instead of model (M), the following general model

$$x \mathcal{P} y \Leftrightarrow F(\varphi_1(u_1(x_1), u_1(y_1)), \dots, \varphi_n(u_n(x_n), u_n(y_n))) > 0,$$

where u_i are real-valued functions on X_i , φ_i are real-valued functions on $u_i(X_i)^2$ that are *skew symmetric* and *nondecreasing* in their first argument and F is a real-valued function on $\prod_{i=1}^n \varphi_i(u_i(X_i)^2)$ being *odd* and *nondecreasing* in all its arguments². This analysis requires the addition of conditions that are essentially independent from the one introduced above. This is in line with the fact stressed by [Saari, 1994] that “ordinal” aggregation models make little use of the transitivity properties of the relations that are aggregated.

3. Our definition of SCR does not require the relations \triangleright to have any remarkable property besides being monotonic. Again this is at variance with what is usually done in most aggregation techniques in which \triangleright is supposed to be transitive or even, is supposed to have an additive representation. We show in [Bouyssou and Pirlot, 2003] how to tackle such situations within the framework introduced here.
4. As first noted in [Fishburn, 1975], using condition *NC* simply allows to understand the conditions under which \mathcal{P} may possess “nice transitivity properties”. This is not surprising since *NC* is very much like a “single profile” analogue of Arrow’s Independence of Irrelevant Alternatives (see [Arrow, 1963]). Therefore, as soon as the structure of X is “sufficiently” rich, imposing nice transitivity properties on a noncompensatory relation \mathcal{P} leads to a very uneven distribution of “power” between the various attributes (see [Bouyssou, 1992] or [Fishburn, 1976]). We show in [Bouyssou and Pirlot, 2003] that similar results hold for SCR even when they violate (*NC*).
5. We restricted our attention here to an asymmetric relation \mathcal{P} interpreted as strict preference. It is not difficult to extend our analysis, using the results in [Bouyssou and Pirlot, 2002b], to cover the case studied in [Fargier and Perny, 2001] and [Greco *et al.*, 2001] in which:

$$x \mathcal{S} y \Leftrightarrow S(x, y) \supseteq S(y, x),$$

where \mathcal{S} is a reflexive binary relation on X , S_i is a *complete* binary relation on X_i , \supseteq is a *reflexive* binary relation on 2^N and $S(x, y) = \{i \in N : x_i S_i y_i\}$.

² For a complete axiomatic analysis of this model, we refer to [Bouyssou and Pirlot, 2004a]

Such an analysis, requiring to distinguish “indifference” from “incomparability” is performed in [Bouyssou and Pirlot, 2004b].

The analysis in [Greco *et al.*, 2001] deserves special attention. It is devoted to the study a version of SCR adapted to reflexive relations that is closely related to ELECTRE I (see [Roy, 1968]). A major advantage of their analysis is that it allows to analyze discordance effects. This remains to be worked out in our framework.

References

- [Arrow, 1963]K. J. Arrow. *Social choice and individual values*. Wiley, New York, 2nd edition, 1963.
- [Bouyssou and Pirlot, 2002a]D. Bouyssou and M. Pirlot. A characterization of strict concordance relations. In D. Bouyssou, É. Jacquet-Lagrèze, P. Perny, R. Słowiński, D. Vanderpooten, and Ph. Vincke, editors, *Aiding Decisions with Multiple Criteria: Essays in Honour of Bernard Roy*, pages 121–145. Kluwer, Dordrecht, 2002.
- [Bouyssou and Pirlot, 2002b]D. Bouyssou and M. Pirlot. Nontransitive decomposable conjoint measurement. *Journal of Mathematical Psychology*, 46:677–703, 2002.
- [Bouyssou and Pirlot, 2003]D. Bouyssou and M. Pirlot. Ordinal aggregation and strict preferences for multi-attributed alternatives. Working Paper, available at <http://www.lamsade.dauphine.fr/~bouyssou>, 2003.
- [Bouyssou and Pirlot, 2004a]D. Bouyssou and M. Pirlot. ‘Additive difference’ models without additivity and subtractivity. *Journal of Mathematical Psychology*, 48(4):263–291, 2004.
- [Bouyssou and Pirlot, 2004b]D. Bouyssou and M. Pirlot. A characterization of concordance relations. forthcoming in *European Journal of Operational Research*, available at <http://www.lamsade.dauphine.fr/~bouyssou>, 2004.
- [Bouyssou and Vansnick, 1986]D. Bouyssou and J.-C. Vansnick. Noncompensatory and generalized noncompensatory preference structures. *Theory and Decision*, 21:251–266, 1986.
- [Bouyssou, 1992]D. Bouyssou. On some properties of outranking relations based on a concordance-discordance principle. In L. Duckstein, A. Goicoechea, and S. Zionts, editors, *Multiple criteria decision making*, pages 93–106. Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- [Bouyssou, 2001]D. Bouyssou. Outranking methods. In C. A. Floudas and P. M. Pardalos, editors, *Encyclopedia of optimization*, volume 4, pages 249–255, Dordrecht, 2001. Kluwer.
- [Dubois *et al.*, 2003]D. Dubois, H. Fargier, P. Perny, and H. Prade. A characterization of generalized concordance rules in multicriteria decision-making. *International Journal of Intelligent Systems*, 18(7):751–774, 2003.
- [Fargier and Perny, 2001]H. Fargier and P. Perny. Modélisation des préférences par une règle de concordance généralisée. In A. Colomi, M. Paruccini, and B. Roy, editors, *A-MCD-A, Aide Mulcritère à la Décision/Multiple Criteria Decision Aid*, pages 99–115. European Commission, Joint Research Centre, 2001.
- [Fishburn, 1973]P. C. Fishburn. *The theory of social choice*. Princeton University Press, Princeton, 1973.
- [Fishburn, 1975]P. C. Fishburn. Axioms for lexicographic preferences. *Review of Economic Studies*, 42:415–419, 1975.

- [Fishburn, 1976]P. C. Fishburn. Noncompensatory preferences. *Synthese*, 33:393–403, 1976.
- [Fishburn, 1978]P. C. Fishburn. A survey of multiattribute/multicriteria evaluation theories. In S. Zionts, editor, *Multicriteria problem solving*, pages 181–224. Springer Verlag, Berlin, 1978.
- [Greco *et al.*, 2001]S. Greco, B. Matarazzo, and R. Słowiński. Axiomatic basis of noncompensatory preferences. Communication to *FUR X*, 30 May–2 June, Torino, Italy, 2001.
- [Krantz *et al.*, 1971]D. H. Krantz, R. D. Luce, P. Suppes, and A. Tversky. *Foundations of measurement*, vol. 1: *Additive and polynomial representations*. Academic Press, New-York, 1971.
- [Roy, 1968]B. Roy. Classement et choix en présence de points de vue multiples (la méthode ELECTRE). *RIRO*, 2:57–75, 1968.
- [Roy, 1991]B. Roy. The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods. *Theory and Decision*, 31:49–73, 1991.
- [Roy, 1996]B. Roy. *Multicriteria methodology for decision aiding*. Kluwer, Dordrecht, 1996. Original version in French “*Méthodologie multicritère d’aide à la décision*”, *Economica*, Paris, 1985.
- [Russo and Doshier, 1983]J. E. Russo and B. A. Doshier. Strategies for multiattribute binary choice. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 9:676–696, 1983.
- [Saari, 1994]D. G. Saari. *Geometry of voting*. Springer-Verlag, Berlin, 1994.
- [Sen, 1986]A. K. Sen. Social choice theory. In K. J. Arrow and M. D. Intriligator, editors, *Handbook of mathematical economics*, volume 3, pages 1073–1181. North-Holland, Amsterdam, 1986.
- [Tversky, 1969]A. Tversky. Intransitivity of preferences. *Psychological Review*, 76:31–48, 1969.
- [Vansnick, 1986]J.-C. Vansnick. On the problems of weights in MCDM (the noncompensatory approach). *European Journal of Operational Research*, 24:288–294, 1986.
- [Wakker, 1989]P. P. Wakker. *Additive representations of preferences: A new foundation of decision analysis*. Kluwer, Dordrecht, 1989.

Structuring Decision Situations: a Brief Overview

Maria Lucia Galves

Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo,
13083-852 Campinas, SP, Brazil
(e-mail: mlgalves@fec.unicamp.br)

Abstract. The process of multiple criteria decision analysis can be divided into three main phases: structuring the decision situation, evaluation of alternatives and recommendation for the most suitable alternative (or alternatives). This paper aims at providing an overview of structuring approaches by analysing some theoretical aspects and describing the activities involved in such a process. Structuring is also illustrated by comments on two case-studies related to transport infrastructure problems.

Keywords: Multiple criteria analysis, Structuring, Decision situation, Transport.

1 Introduction

The process of multiple criteria decision analysis (MCDA) can be divided into three main phases: structuring the decision situation, evaluation of alternatives and recommendation for the most suitable alternative (or alternatives). Although they are interacting phases, structuring precedes and prepares the evaluation and recommendation phases. It is important to explain that in this paper multiple criteria decision analysis is that part of the decision process in which an analyst or facilitator helps an individual or group think about and understand a situation which requires a decision.

According to [Belton *et al.*, 1997] (p. 118), “the focus of work in the field of multiple criteria analysis has been predominantly on methods to support the process of evaluation and choice rather than on problem structuring”. Practitioners and academics point out that greater attention needs to be paid to structuring in MCDA [Bana e Costa *et al.*, 1997, Belton *et al.*, 1997], recognizing that if structuring is improved the quality of the decision outcome will be better [Henig and Buchanan, 1996, Corner *et al.*, 2001].

This paper aims at providing an overview of structuring approaches. The text is organized as follows. Section 2 analyses some theoretical aspects related to structuring. The activities involved in such a process are proposed and described in Section 3. In order to illustrate how structuring is conducted in practice, comments on two case-studies related to transport infrastructure problems are made in Section 4. Concluding remarks are presented in the last section.

2 The meaning of structuring

[Simon, 1960] (p. 1) considers that the decision-making process “comprises three principal phases: finding occasions for making a decision; finding possible courses

of action; and choosing among courses of action”. The author calls them respectively intelligence, design and choice, and relates these phases to the stages in problem solving described by [Dewey, 1910] (cited by [Simon, 1960]): What is the problem? What are the alternatives? Which alternative is best?

Structuring is defined by [von Winterfeldt, 1980] (p. 72) as “an imaginative and creative process of translating an initially ill-defined problem into a set of well-defined elements, relations, and operations.”

The expression problem formulation can also be found in the MCDA literature. For [French *et al.*, 1998] (p. 242), the problem formulation phase “takes place when an analyst and client explore a ‘mess’ of concerns and issues and structure these into a decision problem with several alternatives scored against several attributes/criteria.”

Following Simon’s decision model, structuring is viewed in this paper as encompassing the intelligence phase and part of the design phase (inventing and developing possible courses of action). Analysing possible courses of action and selecting a particular one correspond to the evaluation and recommendation phases, respectively (Fig. 1).

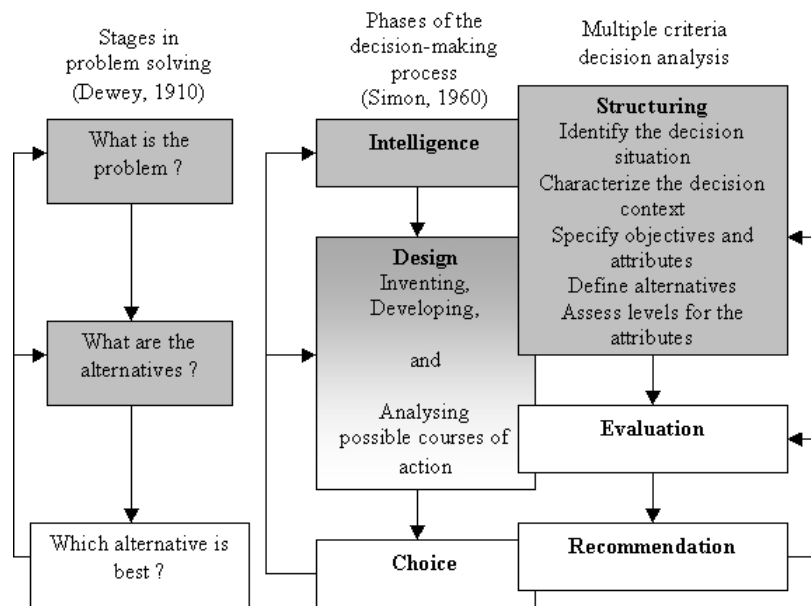


Fig. 1. Phases of the decision analysis process

One can wonder why increasing attention has been paid to structuring. This may have been motivated by the difficulties which arise when applying multi-criteria methods to real-world problems. In fact, Guitouni and Martel argue that “real appli-

cations revealed the weakness of the different MCDA methods to handle ‘correctly’ a DMS” (decision-making situation) [Guitouni and Martel, 1998] (p. 510).

Decision situations related to transport also suffer from poor structuring. [Ülengin *et al.*, 2001] observe that even when a multi-criteria approach is applied, the general tendency is to focus directly on the evaluation and choice of alternatives. However, it should be pointed out that, in the context of highway route selection, [Galves, 1995] emphasizes the importance of structuring by the integration of environmental and engineering studies into the decision analysis process.

A relevant contribution to structuring is made by [Keeney, 1992], namely value-focused thinking. It is an approach that helps to understand and articulate values, and to use them to create alternatives and to identify decision opportunities. Values are what one cares about and they are made explicit with objectives.

Some authors [Henig and Buchanan, 1996, Bana e Costa *et al.*, 1997] interpret values as subjective components of a decision situation in opposition to objective components, such as alternatives.

[Wright and Goodwin, 1999] propose what is termed future-focused thinking whereby scenario planning should be adopted prior to conventional decision analysis. For them, “scenario planning enables the construction of multiple frames of the future states of the external world and allows the testing of strategic options against these frames” (p. 320).

[Corner *et al.*, 2001] consider that approaches to structuring address the creation of objectives and alternatives in a static way. They advocate the dynamic decision problem structuring, which implies that thinking about alternatives helps generate objectives and *vice versa*.

These are important and complementary contributions to structuring. As mentioned by [Belton *et al.*, 1997], there is no single way to elicit objectives or to structure them.

3 Activities in structuring

In this paper, it is proposed that the structuring of a decision situation encompasses the following interrelated activities: identifying the decision situation, characterizing the decision context, specifying objectives and attributes, defining alternatives and assessing levels for the attributes. These activities are summarized in table 1.

A decision situation may be a decision problem or a decision opportunity. A decision problem usually occurs as a result of actions that are not controlled by the decision-maker. A decision opportunity is identified and defined by the decision-maker rather than precipitated by external parties or events [Keeney, 1992].

Once the decision situation has been identified, it is necessary to characterize the decision context, by specifying its components and understanding how they interact. In fact, the decision situation and its context are closely related. The decision context helps define the decision situation more carefully and clearly.

Since the decision is the result of interactions among the actors, it is crucial to understand who those actors are, what role each one plays and what they expect

Activity	Description
Identify the decision situation	Distinguish between a decision problem and a decision opportunity
Characterize the decision context	Specify its components (e. g., actors, type of problematic, sources of conflict) Understand how they interact
Specify objectives and attributes	Identify objectives Structure objectives - Identify fundamental objectives - Elaborate objectives structures Specify attributes - Identify and select attributes
Define alternatives	Create and characterize the set of alternatives to be evaluated
Assess levels for the attributes	Specify a level or a range for each of the attributes

Table 1. Activities in structuring decision situations

from the decision process. An actor is any participant in the decision process, such as the decision-maker, the analyst or facilitator (an actor who supports the decision-maker) and any individual or group affected by the decision [Bouyssou *et al.*, 2000].

The decision context is also characterized by the corresponding problematic. [Roy and Bouyssou, 1993] distinguish four types of problematic, i.e. broad categories of problem: choice, sorting, ranking and description. The type of problematic is important not only to specify the decision context but also to help select the MCDA method for the evaluation of alternatives.

Decision situations related to transport involve considerations on technical, environmental, economic and political issues. They are characterized by many actors and multiple objectives. The objectives are often conflicting because they cannot be attained simultaneously at desired levels. Most of the decision contexts in this field can be described by the choice or the ranking problematic.

An objective is a statement of something that one desires to achieve. [Keeney, 1992] distinguishes between the fundamental objectives and the means objectives. A fundamental objective makes explicit an essential reason for interest in the decision situation. A means objective is important because of its implications for the achievement of a fundamental objective. Objectives can be structured in a fundamental objectives hierarchy and a means-ends objectives network. The set of fundamental objectives should possess the following properties: essential, controllable, complete, measurable, operational, decomposable, non-redundant, concise and understandable.

[Belton *et al.*, 1997] propose the use of cognitive mapping to help the identification and structuring of objectives. Cognitive mapping [Eden, 1988] aims to represent a given situation as each actor perceives it and is usually generated using a one-to-one discussion.

The authors consider that the process of building a value tree (a fundamental objectives hierarchy) has much in common with that of building a cognitive map. However, they draw the attention to the fact that translating a cognitive map to a value tree is not a straightforward task, because they have different structures. Examples of application of cognitive mapping to structuring in the context of MCDA can be found in [Bana e Costa *et al.*, 1999] and [Ensslin *et al.*, 2000].

Specifying an attribute for each of the lowest-level fundamental objectives corresponds to measure the achievement of objectives. An attribute is a measure of the degree to which an objective is met by various alternatives [Keeney and Raiffa, 1976]. The term attribute is mostly associated with multi-attribute utility theory and therefore is not universally used. For [Keeney, 1992] terms such as measure of effectiveness, measure of performance and criterion have been used to define an attribute.

However there is no consensual definition of what is meant by a criterion in the MCDA literature.

According to [Roy and Bouyssou, 1993], a criterion is a function of real numbers defined on the set of potential actions in such a way that it is possible to consider or to describe the result of comparing two actions a and b on the basis of two numbers $g(a)$ and $g(b)$. For these authors, to conceive a criterion is, first of all, to isolate certain aspects of the consequences of the actions in order to make comparisons which reflect specific points of view. They consider that a coherent family of criteria should be exhaustive, cohesive and non-redundant, and discuss the importance of some independence conditions.

Some authors ([Belton *et al.*, 1997] [Corner *et al.*, 2001]) use criterion in the sense of objective. In order to avoid ambiguity, the term attribute is preferably used in this paper.

There are essentially three types of attributes: natural, constructed and proxy attributes [Keeney, 1992]. Natural attributes are those in general use that have a common interpretation to everyone. Constructed attributes are developed specifically for a given decision context. In general, a constructed attribute involves the description of several distinct levels of impact that directly indicate the degree to which the associated objective is achieved. It is essential that the descriptions of those impact levels are unambiguous to all individuals concerned about a given decision. In some cases, it may be necessary to utilize an indirect measure or a proxy attribute.

[Roy and Bouyssou, 1993] point out that the quality of data, which concerns uncertainty and/or imprecision of data, must be taken into account when choosing a criterion. [French, 1995] identifies different sources of uncertainty and discusses the modelling of uncertainty within an analysis.

[Belton and Stewart, 2002] differentiate between internal uncertainty, relating to the decision process, and external uncertainty, regarding the lack of knowledge about the consequences of a particular choice. They consider that “increased effort in problem structuring, as well as in data gathering and analysis, can lead to a better

understanding of the nature of that uncertainty and may in some instances reduce it, but cannot eliminate it” (p.61).

In order to define the alternatives to be evaluated, [Keeney, 1992] suggests the use of fundamental objectives, attributes and means objectives.

At what moment does structuring end and evaluation begin? This is a difficult question, since structuring and evaluation are interacting phases of the decision analysis process.

The last activity in structuring a decision situation, according to what is proposed in this paper, is the assessment of attribute levels for each alternative. This means that a consequence vector $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ is assigned to each alternative, where x_i is a level of attribute X_i measuring fundamental objective O_i .

4 Structuring in practice: examples on transport

This section presents two case-studies on transport infrastructure problems which emphasize the structuring phase. One case-study concerns a new railway link to the port of Lisbon [Bana e Costa *et al.*, 2001] and the other deals with the crossing of the Bosphorus in Istanbul [Ülengin *et al.*, 2001].

The necessity of providing a new railway link to the port of Lisbon resulted from dissatisfaction with the operational conditions and environmental impacts of the existing rail link. The decision context is to select the new railway link to the port. It is a choice problematic. The main actors are three entities from the public sector.

The decision context is characterized by the set of nine alternatives previously proposed by these actors and by a conflict between two of them.

The structuring phase of the railway link case-study is termed qualitative value analysis and involves the identification of the decision situation, the characterization of its context, the identification of the fundamental objectives, the definition of attributes, the development of a new alternative and the assessment of attribute levels.

The objectives were elicited by using the existing alternatives. Nine fundamental objectives (termed fundamental points of view) were defined and grouped in four areas of concern: urban and environmental impacts; integration in the transport system; complexity and effects of construction; direct and indirect costs. An attribute (termed descriptor) was also associated with each point of view. Four attributes are constructed scales combining several interconnected aspects.

[Bana e Costa *et al.*, 2001] do not refer to the means objectives nor do they present structures of objectives. In a fundamental objectives hierarchy, the nine objectives should be directly connected with the four areas of concern, which would be the fundamental objectives in a higher level of the hierarchy.

For each existing alternative, the levels of the nine attributes were assessed and summarised in a table of impacts. A new alternative was created by comparing these levels in order to avoid the negative ones and to keep as much as possible the positive ones.

In the second case-study, the necessity of providing a new infrastructure for the Bosphorus crossing resulted from dissatisfaction with the traffic congestion between the Anatolian and European sides of Istanbul. The decision context is initially presented as the selection of a water-crossing infrastructure (a choice problematic), but when describing the evaluation phase, the authors refer to the selection of the most appropriate alternatives (a ranking problematic). The study is a simulation of a decision analysis process in which there are 19 experts.

The structuring phase involves the identification of a preliminary set of objectives. The identification of fundamental objectives and the proposal of alternatives make up the second stage of the decision aid system proposed by [Ülengin *et al.*, 2001]. The definition of attributes is part of the evaluation phase (the third stage), and finally a robustness analysis is conducted.

For the identification of objectives, a questionnaire was sent to the experts to determine all the factors that might be relevant to this decision situation. Forty-nine objectives were identified by means of majority rule.

A cognitive map was then elaborated in which the nodes at the top of the hierarchy represented, according to the authors, a preliminary set of fundamental objectives. A report summarizing the results of the analysis was sent back to the experts. They were asked whether they approved the preliminary list of fundamental objectives or, if not, what changes they would suggest.

As a result of this process, 10 out of the total 49 objectives were selected as the fundamental objectives. However, it seems that the fundamental objectives were not specified, i.e. broken into logical parts to clarify their meaning. As a consequence, there are very broad objectives (such as contribution to social improvement) and very specific ones (such as crossing fee).

The alternatives were proposed by the experts following a procedure presented by [Keeney, 1992] for creating alternatives with fundamental objectives. Nine alternatives were selected.

The attributes were defined after the proposition of the alternatives, with the purpose of evaluating them. Three out of the nine objectives were associated with natural attributes while the other ones were associated with constructed attributes.

During the study, the analysts interacted with the experts only indirectly. The authors recognise that the process would have been more effective and less time-consuming if the experts had met in a workshop to refine the objectives and alternatives. They explain it was not possible to do that, due to the busy schedules of the experts.

5 Concluding remarks

The decision problems dealt with in the case-studies were recognised in response to a need, i.e. to provide a new transport infrastructure.

Structuring was interpreted differently by the authors: it included various activities or involved the identification of a preliminary set of objectives. This might be

related to the absence of a unified terminology, which constitutes a confusing issue in the MCDA literature.

In one case, fundamental objectives were identified and partially structured. In the other case, objectives were identified by means of cognitive mapping but the resulting map was not translated into a fundamental objectives hierarchy. In both cases, attributes were constructed to represent some of the fundamental objectives. Alternatives were created using existing alternatives or fundamental objectives.

These remarks are not meant to be conclusive since they are based on very few examples, but the case-studies contributed to show the importance of structuring to understand the decision situation and its context, to identify fundamental objectives, to define attributes and to create alternatives.

Further research on what has been presented in this paper may include such topics as: (1) analysing the peculiarities of the decision contexts related to transport situations, (2) studying the structuring elements and characteristics of evaluation methods traditionally used in transport such as cost-benefit analysis, (3) comparing these elements and characteristics with those of structuring in the MCDA framework and (4) exploring the connections between structuring and the other phases of the process of multiple criteria decision analysis.

Acknowledgements

This paper resulted from a research carried out in the context of the PIE project (Prospective and Indicators of Environmental impacts due to transport). The author wishes to thank the Transport and Environment Laboratory of the French National Institute for Transport and Safety Research, and the State University of Campinas for their support.

References

- [Bana e Costa *et al.*, 1997]C. A. Bana e Costa, T. J. Stewart, and J.-C. Vansnick. Multicriteria decision analysis: some thoughts based on the tutorial and discussion sessions of the ESIGMA meetings. *European journal of operational research*, 99(1):28–37, 1997.
- [Bana e Costa *et al.*, 1999]C. A. Bana e Costa, L. Ensslin, E. C. Corrêa, and J.-C. Vansnick. Decision support systems in action: integrated application in a multi-criteria decision aid process. *European journal of operational research*, 113(2):315–335, 1999.
- [Bana e Costa *et al.*, 2001]C. A. Bana e Costa, F. N. Silva, and J.-C. Vansnick. Conflict dissolution in the public sector: a case-study. *European journal of operational research*, 130(2):388–401, 2001.
- [Belton and Stewart, 2002]V. Belton and T. J. Stewart. *Multiple criteria decision analysis: an integrated approach*. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [Belton *et al.*, 1997]V. Belton, F. Ackermann, and I. Shepherd. Integrated support from problem structuring through to alternative evaluation using COPE and V.I.S.A. *Journal of multi-criteria decision analysis*, 6(3):115–130, 1997.
- [Bouyssou *et al.*, 2000]D. Bouyssou, T. Marchant, M. Pirlot, P. Perny, A. Tsoukiàs, and P. Vincke. *Evaluation and decision models: a critical perspective*. Kluwer Academic Publishers, 2000.

- [Corner *et al.*, 2001]J. Corner, J. Buchanan, and M. Henig. Dynamic decision problem structuring. *Journal of multi-criteria decision analysis*, 10(3):129–141, 2001.
- [Dewey, 1910]J. Dewey. *How we think*. D. C. Heath and Company, 1910.
- [Eden, 1988]C. Eden. Cognitive mapping. *European journal of operational research*, 36(1):1–13, 1988.
- [Ensslin *et al.*, 2000]L. Ensslin, A. Dutra, and S. R. Ensslin. MCDA: a constructivist approach to the management of human resources at a governmental agency. *International transactions in operational research*, 7(1):79–100, 2000.
- [French *et al.*, 1998]S. French, L. Simpson, E. Atherton, V. Belton, R. Dawes, W. Edwards, R. P. Hämmäläinen, O. Larichev, F. Lootsma, A. Pearman, and C. Vlek. Problem formulation for multi-criteria decision analysis: report of a workshop. *Journal of multi-criteria decision analysis*, 7(5):242–262, 1998.
- [French, 1995]S. French. Uncertainty and imprecision: modelling and analysis. *Journal of the operational research society*, 46(1):70–79, 1995.
- [Galves, 1995]M. L. Galves. *Condicionaltes geotécnicos do traçado de rodovias: uma proposta metodológica de escolha baseada na Análise de Decisões com objetivos múltiplos*. Universidade de São Paulo, 1995.
- [Guitouni and Martel, 1998]A. Guitouni and J. M. Martel. Tentative guidelines to help choosing an appropriate MCDA method. *European journal of operational research*, 109(2):501–521, 1998.
- [Henig and Buchanan, 1996]M. I. Henig and J. T. Buchanan. Solving MCDM problems: process concepts. *Journal of multi-criteria decision analysis*, 5(1):3–21, 1996.
- [Keeney and Raiffa, 1976]R. L. Keeney and H. Raiffa. *Decision with multiple objectives: preferences and value tradeoffs*. John Wiley & Sons, 1976.
- [Keeney, 1992]R. L. Keeney. *Value-focused thinking: a path to creative decisionmaking*. Harvard University Press, 1992.
- [Roy and Bouyssou, 1993]B. Roy and D. Bouyssou. *Aide multicritère à la décision: méthodes et cas*. Economica, 1993.
- [Simon, 1960]H. A. Simon. *The new science of management decision*. Harper & Row, 1960.
- [Ülengin *et al.*, 2001]F. Ülengin, I. Topcu, and S. Ö. Sahin. An integrated decision aid system for Bosphorus water-crossing problem. *European journal of operational research*, 134(1):179–192, 2001.
- [von Winterfeldt, 1980]D. von Winterfeldt. Structuring decision problems for decision analysis. *Acta psychologica*, 45(1-3):71–93, 1980.
- [Wright and Goodwin, 1999]G. Wright and P. Goodwin. Future-focussed thinking: combining scenario planning with decision analysis. *Journal of multi-criteria decision analysis*, 8(6):311–321, 1999.

On Approximate Gauss-Newton Methods for Nonlinear Least Squares Problem

Indrek Kaldo¹ and Otu Vaarmann²

¹ Estonian Business School
Lauteri 3
10114 Tallinn, Estonia
(e-mail: indrek.kaldo@ebs.ee)

² Tallinn University of Technology
Institute of Cybernetics
Ehitajate 5
12618 Tallinn, Estonia
(e-mail: vaarmann@edu.ttu.ee)

Abstract. For minimizing a functional $\varphi(x) = \frac{1}{2}\|F(x)\|^2$, where F is a Frechet - differentiable operator from a Hilbert space into another, iterative methods based on the use of IU -weighted and WI -weighted pseudoinverse are developed. Here I denotes the identity mapping, U and W are arbitrary nonsingular linear operators in Hilbert space considered. To get more realistic impression of convergence properties of the methods under discussion their approximate variants are studied. This family includes as particular cases the Gauss-Newton method, Levenberg-Marquardt method, and those based on the use of iterative methods to obtain a cheap solution of limited accuracy for the associated linear equation at each iteration. If the range of F' is not necessarily closed then this report gives a few convergence results on iterative regularization methods based on the Gauss-Newton method. Local convergence theorem and rates of convergence for these methods are given. Problems of preconditioning and of predicting fluctuations of stock market by neural networks are briefly discussed.

Keywords: Hilbert space, the Gauss-Newton method, the Levenberg-Marquardt method, weighted pseudoinverses, preconditioning.

1 Introduction

An interesting field of multiple criteria optimization is the development of methods which require the use of a vector of weights (or a vector of varying weights) showing the relative importance of different criteria.

The most commonly used aggregation when multiple criteria are replaced by an overall objective function is based on the weighted sum. The idea of forming an incompatibility, cost-of-estimation as suitably weighted sum is widely used. For instance, the idea of minimizing a weighted sum of squared residual dynamic and measurement modelling error to obtain state estimate for a nonlinear process, is exploited in [Kalaba and Testfatsion, 1989] and [Kalaba and Testfatsion, 1991]. As another essential example, stock market analysis can be mentioned.

For predicting fluctuations of stock market neural networks are useful and these can serve as good financial advisors, as a tool to classify the alternatives into prescribed groups, in particular. The problem is then to find the "best weights" for the

network, i. e. the unknowns to be solved for are weights and biases that give the "best fit" for a given set of input vectors and their "target" output vectors [Cipra, 1997]. The combination of layers of neurons makes this problem hard to solve and therefore sophisticated algorithms are needed which try to find a trade-off between robustness, stability and efficiency.

In this paper, for minimizing a functional

$$\varphi(x) = \frac{1}{2} \|F(x)\|^2, \quad (1)$$

where F is a nonlinear Frechet-differentiable operator from a Hilbert space H_1 into another H_2 , or solving the corresponding normal equation

$$[F'(x)]^* F(x) = 0 \quad (2)$$

iterative methods based on the weighted pseudoinverse are developed. The writing $[\cdot]^*$ means dual mapping. Depending on the properties of F' the nonlinear least squares problem (NLSQ) (1) may have unique solution or infinitely many solutions. Since real-life problems are frequently ill-posed, i. e. we cannot assume the existence of $(F')^{-1}$ or its uniform boundedness and therefore some kind of regularization is needed. Ill-posedness is an important aspect of computation that is more seriously expressed in instability of the solution process and employment of a non-regularized method can produce uncontrollable and unacceptable error propagation. When regularization methods are used to solve ill-posed problems, convergence and stability form the basic problems. In this report we discuss computational schemes for (1) or (2) on theoretical basis.

2 Methods and convergence theorem

This paper treats numerical methods for nonlinear least squares problems in which procedural and rounding errors are unavoidable, for example, those arising in mathematical modelling and simulation. A well-known method for finding stationary points of (1) or solving the nonlinear normal equation (2) is the Newton method. We discuss a family of Newton-type methods

$$x_{k+1} = x_k - \varepsilon_k A_k F(x_k), \quad k = 0, 1, \dots, \quad (3)$$

where ε_k is a relaxation (damping) parameter ($0 < \varepsilon_k \leq 1$), A_k is an approximation to WI -weighted pseudoinverse, i.e. $A_k = [WF'(X_k)]_{WI}^+$, where I denotes the identity mapping and W is an arbitrary nonsingular linear operator in Hilbert space H_2 . An approximate variant of the method can be obtained as a result of the strategy used for solving corresponding linear problems at each iteration, i.e. associated linear equations are solved approximately by taking finitely many steps of an iterative procedure or the (pseudo-) inverse operator is approximated by a recurrence formula.

If the operator F is strongly nonlinear then one possibility to apply *NSLQ* problems more safely is to use damped Newton type methods. On the other hand, in case of ill-conditioned F' acceptable values of the relaxation parameter ε_k can be extremely small that, in turn, means that the convergence speed may be drastically slowed down. If the evaluation of functional values and derivatives is expensive and dominates other costs, then it is reasonable to employ preconditioning techniques.

When large nonlinear problems are to be solved, then the exact solution of associated linear equations at each iteration can be very expensive, not to speak of matrix inversion. In this case, the use of an inexact standard iterative method (e. g. truncated Newton, truncated Gauss-Newton) based on solving corresponding equations approximately may be justified. Sometimes iterative methods solve a linear equation $Kx = g$ faster than elimination methods. Moreover, finding a current approximate solution x_k within a high accuracy may not be necessary when x_k is far from the solution x^* . In finite dimensional case when $F : D \subset R^n \rightarrow R^m$, $m \neq n$, for symmetric and positive definite linear systems of equation $Kx = g$, a combination of iterative methods and a preconditioner based on incomplete Cholesky factorization (*LU* factorization) is frequently used. That is, one solves iteratively the equivalent system $N^{-1}Kx = N^{-1}g$, where N is the matrix representation of the incomplete factorization. Convergence properties of the iterative process can be further improved by using the formula

$$C(N^{-1}K)N^{-1}Kx = C(N^{-1}K)N^{-1}g,$$

where $C(\lambda)$ is usually a polynomial, such that $C(\lambda) \approx \lambda^{-1}$ and $C(N^{-1}K)$ serves as preconditioner [Fisher and Freund, 1994].

If N and K are symmetric, then so is the preconditioner $C(N^{-1}K)N^{-1}$ and several variants of the conjugate gradient methods can be exploited.

The execution of one step of the iteration method (e.g see [Vaarmann, 1971])

$$x_{k+1} = x_k - \varepsilon_k \alpha_k C(\alpha_k [F'(x_k)]^T F'(x_k)) [F'(x_k)]^T F(x_k), \quad \alpha_k > 0, \quad (4)$$

where the parameter ε_k determines the stepsize and

$$C(\alpha_k, x_k) = C(\alpha_k [F'(x_k)]^T F'(x_k)) = I + \Psi_k + \dots + \Psi_k^{q-1},$$

$\Psi_k = I - \alpha_k [F'(x_k)]^T F'(x_k)$ with $q \geq 1$ can be regarded as the execution of one step of the fixed-point iteration as applied to the preconditioned system

$$\alpha_k C(\alpha_k, x_k) [F'(x_k)]^T F(x) = 0. \quad (5)$$

Let $P_{R(x)}$ denote the orthogonal projector of H_2 (in the particular case $H_2 = R^m$) into the range of $F'(x)$. Let us take $P_k = P_{R(F'(x_k))}$ and $A_k = \alpha_k C(\alpha_k, x_k) [F'(x_k)]^T$, then A_k can be rewritten as

$$A_k = \alpha_k [F'(x_k)]^T [P_k + E_k + \dots + E_k^{q-1}],$$

where $E_k = P_k - \alpha F'(x_k) [F'(x_k)]^T$. If $0 < \alpha_k < 2/K_1^2$, where $\|F'(x)\| \leq K_1$ for all $x \in S = \{x \in R^n : \|x - x_0\| \leq \rho\}$, then there exists a positive scalar μ such that $\|E_k\| \leq \mu < 1$ and $\lim_{q \rightarrow \infty} \alpha_k [F'(x_k)]^T [P_k + E_k + \dots + E_k^{q-1}] = [F'(x_k)]^+$.

If $F'(x)$ has full rank, then another possibility to obtain the next iterate x_{k+1} is to solve the linearized preconditioned equation (5) at each iteration, i.e. the equation $W_k F'(x_k)(x - x_k) = W_k F(x_k)$ with $W_k = A_k = \alpha_k C(\alpha_k, x_k)[F'(x_k)]^T$ or, what is the same, to compute

$$x_{k+1} = x_k - [W_k F'(x_k)]^{-1} W_k F(x_k),$$

while $[W_k F'(x_k)]^{-1} = B^{-1}(x_k)[F'(x_k)]^T = [F'(x_k)]^+$.

For rank-deficient $F'(x)$ we use the matrix $M(x) := Bx + \beta H$ with $\beta > 0$ instead of $B(x)$, not necessarily trying to find an optimal value for β but choosing it simply large enough to provide nonsingularity of the matrix $M(x)$. Doing so, we obtain the following regularized iterative process

$$x_{k+1} = x_k - \varepsilon_k D_k [F'(x_k)]^T F(x_k), \quad k = 0, 1, \dots, \quad (6)$$

where $D_k = D_k^0 = [I + \dots + Q_k^{q-1}]$, $Q_k = I - M_k D_k^0$, $M_k = M(\beta_k, x_k)$ and D_k^0 is an approximation to M_k^{-1} such that $\|Q_k\| < 1$ and $A_k = D_k [F'(x_k)]^T$. In that case $\lim_{q \rightarrow \infty} D_k = M_k^{-1}$ and $\lim_{q \rightarrow \infty, \beta_k \rightarrow 0} D_k [F'(x_k)]^T = [F'(x_k)]^+$. In particular, if $0 < \nu_k < 2/(K_1^2 + \nu \|H\|)$, $\nu_k \leq \nu$, then $D_k^0 = \nu_k I$ is a proper choice [Vaarmann, 1994].

Alternatively, for solving (2) one might to solve the linearized preconditioned equation $W_k F'(x_k)(x - x_k) = W_k F(x_k)$ with $W_k = D_k [F'(x_k)]^T$, at each iteration or to compute $x_{k+1} = x_k - [W_k F'(x_k)]_R^+ W_k F(x_k)$, where $[\cdot]_R^+$ denote the reflexive generalized inverse $[W_k F'(x_k)]_R^+ = B_k^+ D_k^{-1}$, and

$$\lim_{\beta_k \rightarrow 0} [W_k F'(x_k)]_R^+ W_k = [F'(x_k)]^+.$$

Next, we assume that F is a mapping between Hilbert spaces H_1 and H_2 , the operator H is represented in the form $H = U^*U$, where U is an arbitrary nonsingular operator from H_1 into itself and $F'(x)$ has the closed range $R(x) = R(F'(x))$ which implies that the bounded pseudoinverse exists. If, in addition, $F'(x)$ is Lipschitz continuous then it is shown in [Vaarmann, 1989] that under these assumptions there exist positive scalars N_0 and N such that

$$\|(P_{R(y)} - P_{R(y)} P_{R(x)})F(x)\| \leq N_0 \|x - y\|, \quad x, y \in S$$

$$\|(P_{k+1} - P_{k+1} P_k)F(x)\| \leq \varepsilon_k N \|P_k F(x_k)\|, \quad x_k, x_{k+1} \in S$$

where $P_{R(x)} = P_{R(\Psi(x))}$ denotes the orthogonal projector of H_2 onto $R(\Psi(x))$ and $\Psi(x) = F'(x)U^{-1}$. Suppose that \bar{A}_k is an approximation to $[F'(x_k)U^{-1}]^+$, i. e. $\bar{A}_k = U A_k$ and the following relations are valid.

$$\bar{A}_k = \bar{A}_k P_k, \quad \|\bar{A}_k\| \leq \bar{\lambda}_k \leq \bar{\lambda} < \infty, \quad \|A_k\| \leq \lambda_k \leq \lambda < \infty,$$

$$\|P_k - \Psi(x_k) \bar{A}_k\| \leq \bar{\gamma}_k, \quad k = 0, 1, \dots$$

Let

$$w_k = \mu_k / \beta_k, \quad V = \|U\| \|H_1\|$$

and μ_k and K be some scalars satisfying

$$\|I - M_k D_k\| \leq \mu_k, \|F'(x)\| \leq K_1.$$

Theorem 1. *Let $x_0 \in H_1$, $S = \{x \in H_1 : \|x - x_0\| \leq \rho\}$ and let the following conditions be valid on S :*

- 1° *operator F is twice Frechet-derivative and $\|F'(x)\|^+ \leq C < \infty$;*
- 2° *the derivative F' satisfies a Lipschitz condition*

$$\|F'(x) - F'(y)\| \leq L\|x - y\|, L < \infty;$$

3° $\delta = \delta_0 < 1$;

4° $0 < \varepsilon_0 \leq \varepsilon_{k-1} \leq \varepsilon_k = \min\{1, \varepsilon_{k-1}\delta^{-1/2}\}$.

If $\|\Phi(x)\| \leq \bar{C} < \infty$, $\beta_k \leq \beta_0$, $w_k \leq w_0$ ($\beta_0, w_0 < \infty$) and $r_1 = \lambda\|P_0 F(x_0)\|/(1 - \delta) \leq \rho$ then the sequence $\{x_k\}$ generated by the method (2.4) has a limit x^ which appears to be a solution to the equation (1.2) with $\|x^* - x_0\| \leq r_1$, $\delta_k \leq \delta$ and $\|x_k - x^*\| \leq r_1\delta^k$, where*

$$\delta = \delta_0 = 1 - \varepsilon_0 + \varepsilon_0[N + K\|U^{-1}\|(\beta_0\bar{C}^3 + w_0K\|H^{-1}\|)] + \frac{1}{2}\varepsilon_0^2\lambda^2L_1\|P_0F(x_0)\|$$

and

$$\lambda = \lambda_{q-1} = K_1[\bar{C} + \beta_0\bar{C}^3 + w_0K_1V].$$

Proof. Bearing in mind that

$$\|I - M_k D_k\| = \|(I - M_k D_k^0)^q\| \leq \chi^q$$

and we can take $\mu_k = \chi^q$, the straightforward application of Theorem 2 from [Vaarmann, 1989] with necessary alternatives yields the Theorem 1. This one is also quite similar to Theorem 1 from [Varmann, 2003] but unlike it specifies and sharpens the convergence conditions for Levenberg-Marquardt type methods.

3 Concluding remarks

Performance of the type (3) methods is equivalent to either solving the associated linear equations or computing inverses within a limited accuracy at every iteration. A strategy of problem solving that, instead of computing the exact solution of a linear problem at every iteration step, solves it intentionally inexactly is a possibility to save computational work and to be adaptive in some sense. The strategy to solve corresponding linear problems intentionally inexactly, e.g. as for truncated Newton methods, can be used for economy purposes. Iterative methods are self-correcting, and hence not sensitive to computational errors. But their convergence may be quite

slow in the presence of ill-conditioning, therefore preconditioning is needed. The basic idea of preconditioning is to introduce a preliminary scaling of the independent and dependent variables. For example, instead of solving a linear equation $Kx = g$ explicitly one can solve the equivalent preconditioned equation

$$MKx = Mg,$$

where M is a scaling operator (matrix) and it is in some sense, close to the inverse K^{-1} . A very popular method for solving symmetric positive definite linear equations is the conjugate gradient (CG) method, especially, when it is combined with preconditioning. The solution set of a given equation can be the solution set of a number of equations such as the original one, and the computation of solutions can be considerably improved if the given equation is transformed into a different equation that has the same solution set but is "easier" to solve. One way to facilitate the solution process is to reduce the spectral condition number and thereby the number of CG iterations, thus the total number of inner products. In other words, we must choose the polynomial $C(\alpha_k, x_k)$ such that $C(\alpha_k, x_k)F'(x_k)$ is, in some sense, as close as possible to the identity mapping I or the ortoprojector P_k . For improving the accuracy of approximation to $[F'(x)]^+$ based on Neumann series, one can use the Chebyshev acceleration procedure [Vaarmann, 1971], [Fischer and Freund 1994] and [cf. Miller, 2004].

Polynomial preconditioning goes back to the 1950s. In recent years, there has been a revival of polynomial preconditioning. The main reason for renewed interest is the fact that polynomial preconditioning is an attractive technique on vector and parallel computers [Fischer and Freund, 1994]. Some limited computational experiments with methods of type (3) can be found in [Vaarmann, 1994].

The usual convergence analysis is based on the monotonicity test of the objective function

$$\varphi(x_{k+1}) \leq \varphi(x_k),$$

where $\{x_k\}$ is a minimizing sequence. But frequently $\|F(x)\|$ is not monotonically decreasing, when the computed solution is far from the true solution. For strongly nonlinear $F(x)$ monotonicity in $\varphi(x)$ may, as a rule, be attained when the iterates $\{x_k\}$ are sufficiently close to the solution x^* . That is one more reason why one is interested in solving a weighted least squares problem

$$T(x) = \frac{1}{2} \|WF(x)\|^2,$$

where W is a scaling (weighting) operator. In some cases such a simple weighting strategy is not sufficient and a dynamic strategy is needed, i.e. where $W = W(x)$ and the operator W is recalculated at each iteration once again or periodically after several steps. This way of solving of a nonlinear least squares problems involves the solving a sequence of linear variable metric least squares problems.

Acknowledgement

The work was supported by the Estonian Science Foundation under grant Nr. 5006.

References

- [Kalaba and Testfatsion, 1989]Kalaba, R and Testfatsion, L. *Time-varying linear regression via flexible least squares*. Computers Math. Applic. 17, Nr. 18/19, 1215-1245, 1989.
- [Kalaba and Testfatsion, 1991]Kalaba, R and Testfatsion, L. *A unified approach to dynamic estimation*. Informations Sciences , 57-58, 159-169, 1991.
- [Cipra, 1997]Cipra, B. A. *Applications of optimization: The best of all possible worlds*. SIAM News, 30, Nr. 2, March 1997.
- [Vaarmann, 1971]Vaarmann, O. *Application of the approximation of the pseudoinverses to the solution of nonlinear equations*. Proc. Estonian Acad. Sci. Phys. Math., 20, Nr. 4, 386-394, (in Russian), 1971.
- [Vaarmann, 1994]Vaarmann, O. *On solving ill-conditioned systems of nonlinear equations*. Proc. Estonian Acad. Sci. Phys. Math., 43, Nr. 2, 49-63, 1994.
- [Vaarmann, 1989]Vaarmann, O. *Solution of nonlinear least squares problems by Levenberg-Marquardt type methods*. Proc. Estonian Acad. Sci. Phys. Math. , 38, Nr. 2, 146-153, 1989.
- [Fisher and Freund, 1994]Fischer, B. and Freund R. W. *On adaptive weighted polynomial preconditioning for Hermitian positive definite matrices*. SIAM of Sci. Comput., 15, Nr. 2, 408-426, 1994.
- [Vaarmann, 2003]Vaarmann, o. *On methods for weighted nonlinear least squares problems*. In: 57th Meeting of the European Working Group "Multiple Criteris Decision Aiding", Vitebro (Italy), 27-29.03.2003, University of Tuscia, 95-104, 2003.
- [Miller and Richter, 2004]Miller, G. L. and Richter, P. C. *Lower Bounds for Graph Embeddings and Combinatorial Preconditioners*. SIAM of Sci. Comput., In: SPAA 2004. sixteenth Annual ACM Symposium on Parralelism in Algorithms and Architectures. June 27-30, 2004. Barcelona, Spain, ACM Press, 112-119, 2004.

k-intolerant capacities and Choquet integrals

Jean-Luc Marichal

Applied Mathematics Unit
University of Luxembourg
162A, avenue de la Faïencerie
L-1511 Luxembourg, G.D. Luxembourg
(e-mail: jean-luc.marichal@uni.lu)

Abstract. We define an aggregation function to be (at most) *k*-intolerant if it is bounded from above by its *k*th lowest input value. Applying this definition to the discrete Choquet integral and its underlying capacity, we introduce the concept of *k*-intolerant capacities which, when varying *k* from 1 to *n*, cover all the possible capacities on *n* objects. Just as the concepts of *k*-additive capacities and *p*-symmetric capacities have been previously introduced essentially to overcome the problem of computational complexity of capacities, *k*-intolerant capacities are proposed here for the same purpose but also for dealing with intolerant or tolerant behaviors of aggregation. We also introduce axiomatically indices to appraise the extent to which a given capacity is *k*-intolerant and we apply them on a particular recruiting problem.

Keywords: multi-criteria analysis, interacting criteria, capacities, Choquet integral.

1 Introduction

In a previous work [Marichal, 2004] the author investigated the intolerant behavior of the discrete Choquet integral when used to aggregate interacting criteria. Roughly speaking, the Choquet integral \mathcal{C}_v , or equivalently its associated capacity v , has an intolerant behavior if its output (aggregated) value is often close to the lowest of its input values. More precisely, regard the domain $[0, 1]^n$ of \mathcal{C}_v as a probability space, with uniform distribution, and consider the mathematical expectation of \mathcal{C}_v , which expresses the typical position of \mathcal{C}_v within the unit interval. A low expectation then means that the Choquet integral is rather intolerant and behaves nearly like the minimum on average. Similarly, a high expectation means that the Choquet integral is rather tolerant and behaves nearly like the maximum on average. Note that such an analysis is meaningless when criteria are independent since, in that case, the Choquet integral boils down to a weighted arithmetic mean whose expectation is always one half (neither tolerant nor intolerant.)

In this paper we pursue this idea by defining *k*-intolerant Choquet integrals.¹ The case $k = 1$ corresponds to the unique most intolerant Choquet integral, namely the minimum. The case $k = 2$ corresponds to the subclass of Choquet integrals that are bounded from above by their second lowest input values. Those Choquet integrals are more or less intolerant but not as much as the minimum. As an example,

¹ Equivalently, we define *k*-intolerant capacities since there is a one-to-one correspondence between *n*-variable Choquet integrals and capacities defined on *n* objects.

the following 3-variable Choquet integral

$$\mathcal{C}_v(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{2} \min(x_1, x_2) + \frac{1}{2} \min(x_1, x_3)$$

is clearly 2-intolerant, while being different from the minimum.

More generally, denoting by $x_{(1)}, \dots, x_{(n)}$ the order statistics resulting from reordering x_1, \dots, x_n in the nondecreasing order, we say that an n -variable Choquet integral \mathcal{C}_v , or equivalently its underlying capacity v , is at most k -intolerant if

$$\mathcal{C}_v(x) \leq x_{(k)} \quad (x \in [0, 1]^n) \quad (1)$$

and it is exactly k -intolerant if, in addition, there is $x^* \in [0, 1]^n$ such that $\mathcal{C}_v(x^*) > x_{(k-1)}^*$, with convention that $x_{(0)} := 0$.

Interestingly, condition (1) clearly implies that the output value of \mathcal{C}_v is zero whenever at least k input values are zeros. We will see in Section 3 that the converse holds true as well.

At first glance, defining k -intolerant aggregation functions may appear as a pure mathematical exercise without any real application behind. In fact, in many real-life decision problems, experts or decision-makers are or must be intolerant. This is often the case when, in a given selection problem, we search for most qualified candidates among a wide population of potential alternatives. It is then sensible to reject every candidate which fails at least k criteria.

Example 6. Consider a (simplified) problem of selecting candidates applying for a university permanent position and suppose that the evaluation procedure is handled by appointed expert-consultants on the basis of the following academic selection criteria:

1. Scientific value of curriculum vitae,
2. Teaching effectiveness,
3. Ability to supervise staff and work in a team environment,
4. Ability to communicate easily in English,
5. Work experience in the industry,
6. Recommendations by faculty and other individuals.

Assume also that one of the rules of the evaluation procedure states that the complete failure of any two of these criteria results in automatic rejection of the applicant. This quite reasonable rule forces the Choquet integral, when used for the aggregation procedure, to be 2-intolerant, thus restricting the class of possible Choquet integrals for such a selection problem.

On the other hand, there are real-life situations where it is recommended to be tolerant, especially if the criteria are hard to meet simultaneously and if the potential alternatives are not numerous. To deal with such situations, we introduce k -tolerant aggregation functions and we will say that an n -variable Choquet integral \mathcal{C}_v , or equivalently its underlying capacity v , is at most k -tolerant if

$$\mathcal{C}_v(x) \geq x_{(n-k+1)} \quad (x \in [0, 1]^n).$$

In that case, the output value of \mathcal{C}_v is one whenever at least k input values are ones.

Example 7. Consider a family who consults a Real Estate agent to buy a house. The parents propose the following house buying criteria:

1. Close to a school,
2. With parks for their children to play in,
3. With safe neighborhood for children to grow up in,
4. At least 100 meters from the closest major road,
5. At a fair distance from the nearest shopping mall,
6. Within reasonable distance of the airport.

Feeling that it is likely unrealistic to satisfy all six criteria simultaneously, the parents are ready to accept a house that would fully succeed any five over the six criteria. If a 6-variable Choquet integral is used in this selection problem, it must be 5-tolerant.

Considering k -intolerant and k -tolerant capacities can also be viewed as a way to make real applications easier to model from a computational viewpoint. Those “simplified” capacities indeed require less parameters than classical capacities (actually $O(n^{k-1})$ parameters instead of $O(2^n)$; see Section 3). Moreover, when varying k from 1 to n , we clearly recover all the possible capacities on n objects.

Notice however that this idea of partitioning capacities into subclasses is not new. Grabisch [Grabisch, 1997b] proposed the k -additive capacities, which gradually cover all the possible capacities starting from additive capacities ($k = 1$). Later, Miranda et al. [Miranda et al., 2002] introduced the p -symmetric capacities, also covering the possible capacities but starting from symmetric capacities ($p = 1$). Note also that other approaches to overcome the exponential complexity of capacities have also been previously proposed in the literature: Sugeno λ -measures [Sugeno, 1974], \perp -decomposable measures (see e.g. [Grabisch et al., 1995]), hierarchically decomposable measures [Torra, 1999], distorted probabilities (see e.g. [Narukawa et al., to appear]) to name a few.

It is also noteworthy that, in a given multi-criteria sorting or ordering procedure, when the capacity must be learnt from a set of examples, it is sometimes interesting or even recommended to restrict the admissible capacities to k -intolerant capacities,² starting from $k = 1$ and incrementing this value until a solution is found. This makes it possible to simplify the aggregation model as much as possible while keeping an interpretation of the solution. In Section 7 we reconsider Example 6 on the basis of such a supervised learning method.

The outline of the paper is as follows. In Section 2 we introduce and formalize the concepts of k -intolerance and k -tolerance for arbitrary aggregation functions. In Section 3 we apply these concepts to the Choquet integral, thus introducing the k -intolerant and k -tolerant capacities. In Sections 4 and 5 we investigate some behavioral indices when used with those particular capacities. The indices we focus on are: the Shapley importance index, the entropy, and the veto and favor indices. In Section 6 we axiomatically introduce new indices measuring the extent to which the

² or k -tolerant, or k -additive, etc., according to the feeling of the decision maker.

Choquet integral is at most k -intolerant or k -tolerant. Finally, Section 7 is devoted to a real application based on Example 6.

2 Basic definitions

Let $F : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ be an aggregation function. By considering the cube $[0, 1]^n$ as a probability space with uniform distribution, we can compute the mathematical expectation of F , that is,

$$E(F) := \int_{[0,1]^n} F(x) dx. \quad (2)$$

This value gives the average position of F within the interval $[0, 1]$.

When F is *internal* (i.e., $\min \leq F \leq \max$) then it is convenient to rescale $E(F)$ within the interval $[E(\min), E(\max)]$. This leads to the following normalized and mutually complementary values [Dujmović, 1974]:

$$\text{andness}(F) := \frac{E(\max) - E(F)}{E(\max) - E(\min)} \quad (3)$$

$$\text{orness}(F) := \frac{E(F) - E(\min)}{E(\max) - E(\min)} \quad (4)$$

Thus defined, the degree of *andness* (resp. *orness*) of F represents the degree or intensity (between 0 and 1) to which the average value of F is close to that of “min” (resp. “max”). In some sense, it also reflects the extent to which F behaves like the minimum (resp. the maximum) on average.

Define the k th order statistic function $\text{OS}_k : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ as

$$\text{OS}_k(x) := x_{(k)} \quad (x \in [0, 1]^n),$$

where $x_{(k)}$ is the k th lowest coordinate of x . It can be proved [Marichal, 2004] that

$$E(\text{OS}_k) = \frac{k}{n+1} \quad (k \in \{1, \dots, n\})$$

and hence the set $\{E(\text{OS}_k) \mid k = 1, \dots, n\}$ partitions the unit interval $[0, 1]$ into $n + 1$ equal-length subintervals.

Now, as mentioned in the introduction, when a function $F : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ is used to aggregate decision criteria, it is clear that the lower $E(F)$, the more F has an intolerant behavior. This suggests the following definition.

Definition 5. Let $k \in \{1, \dots, n\}$. An aggregation function $F : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ is *at most k -intolerant* if $F \leq \text{OS}_k$. It is *k -intolerant* if, in addition, $F \not\leq \text{OS}_{k-1}$, where $\text{OS}_0 := 0$ by convention.

It follows immediately from this definition that, for any k -intolerant function F , we have $E(F) \leq E(\text{OS}_k)$ and, if F is internal, we have $\text{andness}(F) \geq \text{andness}(\text{OS}_k)$ and $\text{orness}(F) \leq \text{orness}(\text{OS}_k)$.

Example 8. The product $F(x) = \prod_i x_i$, defined on $[0, 1]^n$, is 1-intolerant and we have $E(F) = 1/2^n$.

By duality, we can also introduce k -tolerant functions as follows.

Definition 6. Let $k \in \{1, \dots, n\}$. An aggregation function $F : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ is *at most k -tolerant* if $F \geq \text{OS}_{n-k+1}$. It is *k -tolerant* if, in addition, $F \not\geq \text{OS}_{n-k+2}$, where $\text{OS}_{n+1} := 1$ by convention.

It is immediate to see that when a function $F : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ is k -intolerant, its *dual* $F^* : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$, defined by

$$F^*(x_1, \dots, x_n) := 1 - F(1 - x_1, \dots, 1 - x_n) \quad (x \in [0, 1]^n) \quad (5)$$

is k -tolerant and vice versa.

In the next section we investigate the particular case where F is the Choquet integral and we define the concepts of k -intolerant and k -tolerant capacities.

3 Case of Choquet integrals and capacities

The use of the Choquet integral has been proposed by many authors as an adequate substitute to the weighted arithmetic mean to aggregate interacting criteria; see e.g. [Grabisch, 1996] and [Marichal, 2000]. In the weighted arithmetic mean model, each criterion is given a weight representing the importance of this criterion in the decision. In the Choquet integral model, where criteria can be dependent, a capacity is used to define a weight on each combination of criteria, thus making it possible to model the interaction existing among criteria.

Let us first recall the formal definitions of these concepts. Throughout, we will use the notation $N := \{1, \dots, n\}$ for the set of criteria.

Definition 7. A *capacity* on N is a set function $v : 2^N \rightarrow [0, 1]$, that is nondecreasing with respect to set inclusion and such that $v(\emptyset) = 0$ and $v(N) = 1$.

Definition 8. Let v be a capacity on N . The *Choquet integral* of $x : N \rightarrow \mathbb{R}$ with respect to v is defined by

$$\mathcal{C}_v(x) := \sum_{i=1}^n x_{(i)} [v(A_{(i)}) - v(A_{(i+1)})], \quad (6)$$

where (\cdot) indicates a permutation on N such that $x_{(1)} \leq \dots \leq x_{(n)}$. Furthermore $A_{(i)} := \{(i), \dots, (n)\}$ and $A_{(n+1)} := \emptyset$.

In this section we apply the ideas of k -intolerance and k -tolerance (cf. Definitions 5 and 6) to the Choquet integral. Since this integral is internal, it can

be seen as a function from $[0, 1]^n$ to $[0, 1]$. Its expectation is then given by (see [Marichal, 2004, §3])

$$E(\mathcal{C}_v) = \frac{1}{n+1} \sum_{t=0}^n \frac{1}{\binom{n}{t}} \sum_{\substack{T \subseteq N \\ |T|=t}} v(T). \quad (7)$$

It is useful here to remember the following identity (see e.g. [Marichal, 2000])

$$v(T) = \mathcal{C}_v(\mathbf{1}_T) \quad (T \subseteq N), \quad (8)$$

where $\mathbf{1}_T$ denotes the characteristic vector of subset T in $\{0, 1\}^n$. Recall also that the Choquet integral is stable for the positive linear transformations (see e.g. [Marichal, 2000]), that is, it fulfills the following functional equation

$$\mathcal{C}_v(rx_1 + s, \dots, rx_n + s) = r\mathcal{C}_v(x_1, \dots, x_n) + s$$

for all $x \in \mathbb{R}^n$, $r > 0$, $s \in \mathbb{R}$.

Let us denote by \mathcal{F}_N the set of all capacities on N . The following proposition, inspired from [Marichal, 2004, §4], gives equivalent conditions for a Choquet integral to be at most k -intolerant.

Proposition 3. *Let $k \in \{1, \dots, n\}$ and $v \in \mathcal{F}_N$. Then the following assertions are equivalent:*

- i) $\mathcal{C}_v(x) \leq x_{(k)} \quad \forall x \in [0, 1]^n$,*
- ii) $\mathcal{C}_v(x) \leq x_{(k)} \quad \forall x \in \{0, 1\}^n$,*
- iii) $v(T) = 0 \quad \forall T \subseteq N$ such that $|T| \leq n - k$,*
- iv) $\mathcal{C}_v(x) = 0 \quad \forall x \in [0, 1]^n$ such that $x_{(k)} = 0$,*
- v) $\mathcal{C}_v(x)$ is independent of $x_{(k+1)}, \dots, x_{(n)}$,*
- vi) $\forall \lambda \in [0, 1]$, $\forall x \in [0, 1]^n$, we have $x_{(k)} \leq \lambda \Rightarrow \mathcal{C}_v(x) \leq \lambda$,*
- vii) $\forall \lambda \in [0, 1]$, $\forall K \subseteq N$ with $|K| = k$, we have $\mathcal{C}_v(\mathbf{1}_{N \setminus K} + \lambda \mathbf{1}_K) = \lambda$,*
- viii) $\exists \lambda \in [0, 1]$ such that $\forall x \in [0, 1]^n$ we have $x_{(k)} \leq \lambda \Rightarrow \mathcal{C}_v(x) \leq \lambda$,*
- ix) $\exists \lambda \in [0, 1]$ such that, $\forall K \subseteq N$ with $|K| = k$, we have $\mathcal{C}_v(\mathbf{1}_{N \setminus K} + \lambda \mathbf{1}_K) = \lambda$.*

As we can see, some assertions of Proposition 3 are natural and can be interpreted easily. Some others are more surprising and show that the Choquet integral may have unexpected behaviors.

First, assertion (iii) enables us to define k -intolerant capacities as follows.

Definition 9. Let $k \in \{1, \dots, n\}$. A capacity $v \in \mathcal{F}_N$ is k -intolerant if $v(T) = 0$ for all $T \subseteq N$ such that $|T| \leq n - k$ and there is $T^* \subseteq N$, with $|T^*| = n - k + 1$, such that $v(T^*) \neq 0$.

Assertion (iv) says that the output value of the Choquet integral is zero whenever at least k input values are zeros. This is actually a straightforward consequence of k -intolerance.

Assertion (v) is more surprising. It says that the output value of the Choquet integral does not take into account the values of $x_{(k+1)}, \dots, x_{(n)}$.³ Back to Example 6, only the two lowest scores are taken into account to provide a overall evaluation, regardless of the other scores.

Assertion (viii) is also of interest. By imposing that $\mathcal{C}_v(x) \leq \lambda$ whenever $x_{(k)} \leq \lambda$ for a given threshold $\lambda \in [0, 1)$, we necessarily force \mathcal{C}_v to be at most k -intolerant. For instance, consider the problem of evaluating students with respect to different courses and suppose that it is decided that if the lowest k marks obtained by a student are less than 18/20 then his/her overall mark must be less than 18/20. In this case, the Choquet integral utilized is at most k -intolerant.

Yet more surprising is the following phenomenon. Suppose that whenever a student gets $x = 11/20$ for any k courses and $y = 12/20$ everywhere else it is decided that the overall mark is $x = 11/20$. Then the Choquet integral is at most k -intolerant. Indeed, for any $K \subseteq N$, with $|K| = k$, we simply have, since $y > x$,

$$x = \mathcal{C}_v(y \mathbf{1}_{N \setminus K} + x \mathbf{1}_K) = x + (y - x) \mathcal{C}_v(\mathbf{1}_{N \setminus K}),$$

which implies $\mathcal{C}_v(\mathbf{1}_{N \setminus K}) = 0$, retrieving condition (iv). Thus, increasing the marks on courses $N \setminus K$ has no effect on the overall evaluation.

Proposition 3 can be easily rewritten for k -tolerance by considering the dual \mathcal{C}_v^* of the Choquet integral \mathcal{C}_v as defined in Eq. (5). On this issue, Grabisch et al. [Grabisch *et al.*, 1992, §4] showed that the dual \mathcal{C}_v^* of \mathcal{C}_v is the Choquet integral \mathcal{C}_{v^*} defined from the *dual capacity* v^* , which is constructed from v by

$$v^*(T) = 1 - v(N \setminus T) \quad (T \subseteq N).$$

We then have

$$\mathcal{C}_v \geq \text{OS}_{n-k+1} \Leftrightarrow \mathcal{C}_{v^*} \leq \text{OS}_k.$$

Proposition 4. *Let $k \in \{1, \dots, n\}$ and $v \in \mathcal{F}_N$. Then the following assertions are equivalent:*

- i) $\mathcal{C}_v(x) \geq x_{(n-k+1)} \quad \forall x \in [0, 1]^n$,
- ii) $\mathcal{C}_v(x) \geq x_{(n-k+1)} \quad \forall x \in \{0, 1\}^n$,
- iii) $v(T) = 1 \quad \forall T \subseteq N$ such that $|T| \geq k$,
- iv) $\mathcal{C}_v(x) = 1 \quad \forall x \in [0, 1]^n$ such that $x_{(n-k+1)} = 1$,
- v) $\mathcal{C}_v(x)$ is independent of $x_{(1)}, \dots, x_{(n-k)}$,
- vi) $\forall \lambda \in [0, 1], \forall x \in [0, 1]^n$, we have $x_{(n-k+1)} \geq \lambda \Rightarrow \mathcal{C}_v(x) \geq \lambda$,
- vii) $\forall \lambda \in [0, 1], \forall K \subseteq N$ with $|K| = k$, we have $\mathcal{C}_v(\lambda \mathbf{1}_K) = \lambda$,
- viii) $\exists \lambda \in (0, 1]$ such that $\forall x \in [0, 1]^n$ we have $x_{(n-k+1)} \geq \lambda \Rightarrow \mathcal{C}_v(x) \geq \lambda$,
- ix) $\exists \lambda \in (0, 1]$ such that, $\forall K \subseteq N$ with $|K| = k$, we have $\mathcal{C}_v(\lambda \mathbf{1}_K) = \lambda$.

Here again, some assertions are of interest. First, assertion (iii) enables us to define k -tolerant capacities as follows.

³ More formally, we say that $F(x)$ is independent of $x_{(k+1)}, \dots, x_{(n)}$ if it remains unchanged when $x_{(k+1)}, \dots, x_{(n)}$ are replaced with any other values $\geq x_{(k)}$.

Definition 10. Let $k \in \{1, \dots, n\}$. A capacity $v \in \mathcal{F}_N$ is k -tolerant if $v(T) = 1$ for all $T \subseteq N$ such that $|T| \geq k$ and there is $T^* \subseteq N$, with $|T^*| = k - 1$, such that $v(T^*) \neq 1$.

Assertion (*iv*) says that the output value of the Choquet integral is one whenever at least k input values are ones.

Assertion (*v*) says that the output value of the Choquet integral does not take into account the values of $x_{(1)}, \dots, x_{(n-k)}$. As an application, consider students who are evaluated according to n homework assignments and assume that the evaluation procedure states that the two lowest homework scores of each student are dropped, which implies that each student can miss two homework assignments without affecting his/her final grade. If a n -variable Choquet integral is used to aggregate the homework scores, it should not take $x_{(1)}$ and $x_{(2)}$ into consideration and hence it is at most $(n - 2)$ -tolerant.

4 k -intolerant capacities and Shapley indices

In this section we intend to measure the effects of k -intolerance and k -tolerance on two particular behavioral⁴ indices: the Shapley importance index and the entropy. Further indices, namely veto and favor indices, will be discussed in the next section.

The overall importance of each criteria can be measured through the concept of Shapley importance index, which was originally introduced in cooperative game theory as a power index [Shapley, 1953]. Formally, the *Shapley importance index* of criterion $j \in N$ with respect to $v \in \mathcal{F}_N$ is defined as

$$\phi(v, j) := \sum_{T \subseteq N \setminus \{j\}} \frac{(n - |T| - 1)! |T|!}{n!} [v(T \cup \{j\}) - v(T)].$$

It is clear that this index can be interpreted as a weighted average value of the marginal contribution $v(T \cup \{j\}) - v(T)$ of element j alone in all combinations $T \subseteq N \setminus \{j\}$. To make this clearer, it is informative to rewrite the index as follows

$$\phi(v, j) = \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} \frac{1}{\binom{n-1}{t}} \sum_{\substack{T \subseteq N \setminus \{j\} \\ |T|=t}} [v(T \cup \{j\}) - v(T)]. \quad (9)$$

Thus, the average value of $v(T \cup \{j\}) - v(T)$ is computed first over all the subsets of the same size t and then over all the possible sizes. In particular, we see that $0 \leq \phi(v, j) \leq 1$ for all $v \in \mathcal{F}_N$.

Now, if $v \in \mathcal{F}_N$ is at most k -intolerant then we necessarily have

$$\phi(v, j) \leq \frac{k}{n} \quad (j \in N). \quad (10)$$

⁴ Here ‘behavioral’ refers to the behavior of the decision-maker or, equivalently, that of the Choquet integral used to aggregate criteria.

Indeed, considering Eq. (9) and noting that $v(T \cup \{j\}) - v(T) \leq 1$, we merely have

$$\phi(v, j) \leq \frac{1}{n} \sum_{t=n-k}^{n-1} 1 = \frac{k}{n}.$$

Eq. (10) shows that, for any k -intolerant capacity, the overall importance of any criterion is bounded above by k/n . In Example 6, no criterion has an overall importance exceeding $1/3$.

Notice also that, for a fixed $j \in N$, inequality (10) is tight for the fuzzy measure $v_k^j \in \mathcal{F}_N$ defined for all $T \subseteq N$ by

$$v_k^j(T) = \begin{cases} 1, & \text{if } T \ni j \text{ and } |T| \geq n - k + 1, \\ 0, & \text{else.} \end{cases}$$

Indeed, we have $\phi(v_k^j, j) = k/n$ and

$$\phi(v_k^j, i) = \frac{1}{n-1} \left(1 - \frac{k}{n}\right) \quad (i \in N \setminus \{j\}).$$

By duality and since $\phi(v^*, j) = \phi(v, j)$, inequality (10) is also valid for at most k -tolerant capacities and, for a fixed $j \in N$, it is tight for $(v_k^j)^*$.

Another important behavioral index is the *entropy* of a capacity $v \in \mathcal{F}_N$, which was introduced by the author (see [Kojadinovic *et al.*, in press], [Marichal, 2002], and [Marichal and Roubens, 2000]) to appraise the dispersion of the values of v . The entropy of a capacity $v \in \mathcal{F}_N$ is defined as

$$H(v) := \sum_{j=1}^n \frac{1}{n} \sum_{t=0}^{n-1} \frac{1}{\binom{n-1}{t}} \sum_{\substack{T \subseteq N \setminus \{j\} \\ |T|=t}} h[v(T \cup \{j\}) - v(T)],$$

where $h : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ is the function $h(x) = -x \ln x$, with range $[0, 1/e]$.

For any capacity $v \in \mathcal{F}_N$, we have $0 \leq H(v) \leq \ln n$, with $H(v) = \ln n$ if and only if v is additive and symmetric (i.e., \mathcal{C}_v is the arithmetic mean). For any k -intolerant or k -tolerant capacity $v \in \mathcal{F}_N$, we clearly have

$$H(v) \leq \frac{k}{e} \tag{11}$$

which shows that those particular capacities are not very well dispersed, especially when k is low.⁵

5 Links with veto and favor criteria

Definition of k -intolerant aggregation functions (cf. Definition 5) is actually inspired from the following concept of veto criterion, which was introduced in multi-criteria decision-making by Grabisch [Grabisch, 1997a].

⁵ Note also that inequality (11) is not tight.

Let $F : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$ be an arbitrary aggregation function. A criterion $j \in N$ is said to be a *veto* for F if

$$F(x) \leq x_j \quad (x \in [0, 1]^n).$$

Even though this definition resembles that of k -intolerance, it involves only one criterion. Clearly, the failure of this criterion necessarily entails a low overall score.

Similarly, a criterion $j \in N$ is a *favor* for F if

$$F(x) \geq x_j \quad (x \in [0, 1]^n).$$

Here the satisfaction of a favor criterion entails a high overall score.

When F is the Choquet integral, analog versions of Propositions 3 and 4 can be easily obtained (see also [Marichal, 2004, §4]). Restricting ourselves to the main assertions, we obtain the following two results, whose interpretations are straightforward.

Proposition 5. *Let $j \in N$ and $v \in \mathcal{F}_N$. Then the following assertions are equivalent:*

- i) $\mathcal{C}_v(x) \leq x_j \quad \forall x \in [0, 1]^n$,*
- ii) $v(T) = 0 \quad \forall T \subseteq N$ such that $T \not\ni j$,*
- iii) $\mathcal{C}_v(x) = 0 \quad \forall x \in [0, 1]^n$ such that $x_j = 0$,*
- iv) $\mathcal{C}_v(x)$ is independent of x_i ($i \in N \setminus \{j\}$) whenever $x_i \geq x_j$,*
- v) $\exists \lambda \in (0, 1)$ such that $\forall x \in [0, 1]^n$ we have $x_j \leq \lambda \Rightarrow \mathcal{C}_v(x) \leq \lambda$.*

Proposition 6. *Let $j \in N$ and $v \in \mathcal{F}_N$. Then the following assertions are equivalent:*

- i) $\mathcal{C}_v(x) \geq x_j \quad \forall x \in [0, 1]^n$,*
- ii) $v(T) = 1 \quad \forall T \subseteq N$ such that $T \ni j$,*
- iii) $\mathcal{C}_v(x) = 1 \quad \forall x \in [0, 1]^n$ such that $x_j = 1$,*
- iv) $\mathcal{C}_v(x)$ is independent of x_i ($i \in N \setminus \{j\}$) whenever $x_i \leq x_j$,*
- v) $\exists \lambda \in (0, 1)$ such that $\forall x \in [0, 1]^n$ we have $x_j \geq \lambda \Rightarrow \mathcal{C}_v(x) \geq \lambda$.*

Since they present rather extreme behaviors, veto and favor criteria rarely occur in practical applications. It is then natural to wonder if one can define indices measuring the intensity (between 0 and 1) to which a given criterion $j \in N$ behaves like a veto or a favor for the Choquet integral \mathcal{C}_v .

Considering again $x \in [0, 1]^n$ as a multi-dimensional random variable uniformly distributed, we could propose to define such indices as

$$\begin{aligned} \text{veto}(\mathcal{C}_v, j) &:= \Pr[\mathcal{C}_v(x) \leq x_j \mid x \in [0, 1]^n] \\ \text{favor}(\mathcal{C}_v, j) &:= \Pr[\mathcal{C}_v(x) \geq x_j \mid x \in [0, 1]^n] \end{aligned}$$

Unfortunately, as pointed out in [Marichal, 2004, §4], these definitions lead to rather intricate formulas, which are not even continuous with respect to the capacity v .

Alternative indices have been proposed axiomatically by the author [Marichal, 2004, §4] as follows

$$\begin{aligned} \text{veto}(\mathcal{C}_v, j) &:= 1 - \frac{1}{n-1} \sum_{t=0}^{n-1} \frac{1}{\binom{n-1}{t}} \sum_{\substack{T \subseteq N \setminus \{j\} \\ |T|=t}} v(T) \\ \text{favor}(\mathcal{C}_v, j) &:= \frac{1}{n-1} \sum_{t=0}^{n-1} \frac{1}{\binom{n-1}{t}} \sum_{\substack{T \subseteq N \setminus \{j\} \\ |T|=t}} v(T \cup \{j\}) - \frac{1}{n-1} \end{aligned}$$

Besides the advantage of being linear in terms of v , these indices can have a straightforward interpretation, as we will now see.

For any aggregation function $F : [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$, we define the *conditional expectation* of F given $x_j = \lambda \in \{0, 1\}$ as

$$E(F \mid x_j = \lambda) := \int_{[0,1]^n} F(x \mid x_j = \lambda) dx. \quad (12)$$

Now, by rewriting Eqs. (3) and (4) by means of the conditional expectation (12) instead of the classical expectation (2), we naturally define the *conditional* andness and orness degrees given $x_j = \lambda$. These new definitions then enable us to easily rewrite the veto and favor indices as in Eqs. (13) and (14) below, which shows that these indices somehow represent the intensity to which assertions (iii) in Propositions 5 and 6 are true.

Proposition 7. *For any $v \in \mathcal{F}_N$ and any $j \in N$, we have*

$$\text{veto}(\mathcal{C}_v, j) = \text{andness}(\mathcal{C}_v \mid x_j = 0), \quad (13)$$

$$\text{favor}(\mathcal{C}_v, j) = \text{orness}(\mathcal{C}_v \mid x_j = 1). \quad (14)$$

Now, let us investigate the behavior of veto and favor indices when used with k -intolerant and k -tolerant capacities.

If \mathcal{C}_v is k -intolerant then, from Eqs. (13) and (14), it follows immediately that, for any $j \in N$,

$$\text{veto}(\mathcal{C}_v, j) \geq \text{veto}(\text{OS}_k, j) \quad \text{and} \quad \text{favor}(\mathcal{C}_v, j) \leq \text{favor}(\text{OS}_k, j),$$

which shows that any criterion is more a veto for \mathcal{C}_v than for OS_k and less a favor for \mathcal{C}_v than for OS_k .

Similarly, if \mathcal{C}_v is k -tolerant then

$$\text{veto}(\mathcal{C}_v, j) \leq \text{veto}(\text{OS}_{n-k+1}, j) \quad \text{and} \quad \text{favor}(\mathcal{C}_v, j) \geq \text{favor}(\text{OS}_{n-k+1}, j),$$

with similar interpretations.

Of course, these latter four inequalities are tight for $\mathcal{C}_v = \text{OS}_k$ and $\mathcal{C}_v = \text{OS}_{n-k+1}$, respectively.

6 Intolerance and tolerance indices

Exactly as for veto and favor phenomena, it is legitimate to wonder how we could define an index measuring the degree to which a given Choquet integral or its capacity is at most k -intolerant or at most k -tolerant. Again, we can think of the probabilities

$$\begin{aligned} \text{intol}_{\leq k}(\mathcal{C}_v) &:= \Pr[\mathcal{C}_v(x) \leq x_{(k)} \mid x \in [0, 1]^n], \\ \text{tol}_{\leq k}(\mathcal{C}_v) &:= \Pr[\mathcal{C}_v(x) \geq x_{(n-k+1)} \mid x \in [0, 1]^n] = \text{intol}_{\leq k}(\mathcal{C}_{v^*}), \end{aligned}$$

which lead to nonlinear formulas.

Alternatively, we can proceed as in Proposition 7 and hence focus on assertions (iv) of Propositions 3 and 4.

First, define the following conditional expectations:

$$E(\mathcal{C}_v \mid x_{(k)} = 0) := \frac{1}{\binom{n}{k}} \sum_{\substack{K \subseteq N \\ |K|=k}} E(\mathcal{C}_v \mid x \mathbf{1}_K = 0 \mathbf{1}_K), \quad (15)$$

$$E(\mathcal{C}_v \mid x_{(n-k+1)} = 1) := \frac{1}{\binom{n}{k}} \sum_{\substack{K \subseteq N \\ |K|=k}} E(\mathcal{C}_v \mid x \mathbf{1}_K = \mathbf{1}_K), \quad (16)$$

where, for $\lambda \in \{0, 1\}$,

$$E(\mathcal{C}_v \mid x \mathbf{1}_K = \lambda \mathbf{1}_K) := \int_{[0,1]^n} \mathcal{C}_v(x \mid x \mathbf{1}_K = \lambda \mathbf{1}_K) dx.$$

These definitions are based on the idea that condition $x_{(k)} = 0$ (resp. $x_{(n-k+1)} = 1$) means that at least k coordinates of x are zeros (resp. ones).

Next, it can be shown that

$$E(\mathcal{C}_v \mid x_{(k)} = 0) = \frac{1}{n-k+1} \sum_{t=0}^{n-k} \frac{1}{\binom{n}{t}} \sum_{\substack{T \subseteq N \\ |T|=t}} v(T), \quad (17)$$

$$E(\mathcal{C}_v \mid x_{(n-k+1)} = 1) = \frac{1}{n-k+1} \sum_{t=k}^n \frac{1}{\binom{n}{t}} \sum_{\substack{T \subseteq N \\ |T|=t}} v(T), \quad (18)$$

with particular cases (when $k = n$)

$$E(\mathcal{C}_v \mid x_{(n)} = 0) = 0 \quad \text{and} \quad E(\mathcal{C}_v \mid x_{(1)} = 1) = 1.$$

Finally, by rewriting Eqs. (3) and (4) by means of the conditional expectations (15) and (16), we obtain the following conditional andness and orness degrees (for

$k \neq n$):

$$\text{andness}(\mathcal{C}_v \mid x_{(k)} = 0) = 1 - \frac{1}{n-k} \sum_{t=0}^{n-k} \frac{1}{\binom{n}{t}} \sum_{\substack{T \subseteq N \\ |T|=t}} v(T) \quad (19)$$

$$\text{orness}(\mathcal{C}_v \mid x_{(n-k+1)} = 1) = \frac{1}{n-k} \sum_{t=k}^n \frac{1}{\binom{n}{t}} \sum_{\substack{T \subseteq N \\ |T|=t}} v(T) - \frac{1}{n-k} \quad (20)$$

Hence the following definition of intolerance and tolerance indices, constructed in the spirit of assertions (iv) of Propositions 3 and 4.

Definition 11. For any $k \in \{1, \dots, n-1\}$, we define the k -intolerance and k -tolerance indices, respectively, as

$$\begin{aligned} \text{intol}_{\leq k}(\mathcal{C}_v) &:= \text{andness}(\mathcal{C}_v \mid x_{(k)} = 0) \\ \text{tol}_{\leq k}(\mathcal{C}_v) &:= \text{orness}(\mathcal{C}_v \mid x_{(n-k+1)} = 1) = \text{andness}(\mathcal{C}_{v^*} \mid x_{(k)} = 0). \end{aligned}$$

Thus defined, these indices have some interesting properties.

First, it is clear that \mathcal{C}_v is at most k -intolerant (resp. at most k -tolerant) if and only if $\text{intol}_{\leq k}(\mathcal{C}_v) = 1$ (resp. $\text{tol}_{\leq k}(\mathcal{C}_v) = 1$). For example, for any $k \in \{1, \dots, n-1\}$ and any $l \in \{1, \dots, n\}$, we have

$$\text{intol}_{\leq k}(\text{OS}_l) = \text{tol}_{\leq k}(\text{OS}_{n-l+1}) = 1 - \frac{(l-k)^+}{n-k}$$

where $r^+ := \max(r, 0)$ means the positive part of $r \in \mathbb{R}$.

For a weighted arithmetic mean WAM_ω (Choquet integral generated from an additive capacity) with a weight vector ω , we simply have

$$\text{intol}_{\leq k}(\text{WAM}_\omega) = \text{tol}_{\leq k}(\text{WAM}_\omega) = \frac{n+k-1}{2n}$$

which is a linear increasing expression moving from $1/2$ to $1 - 1/n$ as k moves from 1 to $n-1$.

Note also that, according to our convention that $x_{(0)} = 0$ and $x_{(n+1)} = 1$, we can immediately extend Eqs. (17) and (18) to the case $k = 0$. This leads us to

$$E(\mathcal{C}_v \mid x_{(0)} = 0) = E(\mathcal{C}_v) = E(\mathcal{C}_v \mid x_{(n+1)} = 1)$$

and hence we can define

$$\text{intol}_{\leq 0}(\mathcal{C}_v) := \text{andness}(\mathcal{C}_v) \quad \text{and} \quad \text{tol}_{\leq 0}(\mathcal{C}_v) := \text{orness}(\mathcal{C}_v).$$

Surprisingly, Eqs. (19) and (20) show that we also have

$$\text{intol}_{\leq 1}(\mathcal{C}_v) = \text{andness}(\mathcal{C}_v) \quad \text{and} \quad \text{tol}_{\leq 1}(\mathcal{C}_v) = \text{orness}(\mathcal{C}_v).$$

The intolerance and tolerance indices proposed in Definition 11 have been defined in a constructive way. To fully justify their use, we need to propose an axiomatic characterization of them. The next result, inspired from [Marichal, 2004, Theorem 4.1], deals with this issue.

For any capacity $v \in \mathcal{F}_N$ and any permutation π on N , πv will denote the capacity of \mathcal{F}_N defined by $\pi v(\pi(S)) = v(S)$ for all $S \subseteq N$, where $\pi(S) = \{\pi(i) \mid i \in S\}$.

Theorem 1. *Let $k \in \{1, \dots, n - 1\}$ and consider a family of real numbers $\{\psi_k(\mathcal{C}_v) \mid v \in \mathcal{F}_N\}$. These numbers*

- *are linear w.r.t. the capacity, that is, there exist real constants p_T^k ($T \subseteq N$) such that*

$$\psi_k(\mathcal{C}_v) = \sum_{T \subseteq N} p_T^k v(T) \quad (v \in \mathcal{F}_N)$$

- *fulfill the “symmetry” axiom, that is, for any permutation π on N , we have*

$$\psi_k(\mathcal{C}_v) = \psi_k(\mathcal{C}_{\pi v}) \quad (v \in \mathcal{F}_N)$$

- *fulfill the “boundary” axiom, that is, for any $l \in \{1, \dots, n\}$, we have*

$$\psi_k(\text{OS}_l) = 1 - \frac{(l - k)^+}{n - k} \quad (\text{resp. } \psi_k(\text{OS}_{n-l+1}) = 1 - \frac{(l - k)^+}{n - k})$$

if and only if $\psi_k(\mathcal{C}_v) = \text{intol}_{\leq k}(\mathcal{C}_v)$ (resp. $\psi_k(\mathcal{C}_v) = \text{tol}_{\leq k}(\mathcal{C}_v)$) for all $v \in \mathcal{F}_N$.

The axioms of Theorem 1 can be interpreted as follows. As for veto and favor indices, we ask the intolerance and tolerance indices to be linear with respect to the capacity. We also require these indices to be independent of the numbering of criteria. The third axiom is motivated by the following observation. For a fixed $k \in \{1, \dots, n - 1\}$ the expression $\psi_k(\text{OS}_l)$ (resp. $\psi_k(\text{OS}_{n-l+1})$) must be

- one, whenever $1 \leq l \leq k$,
- zero, when $l = n$ (limit condition),
- a decreasing linear expression of l , when $k \leq l \leq n$.

7 Application

In this final section we investigate a practical use of Example 6. We assume that the Choquet integral is used to aggregate the selection criteria and we search for a feasible capacity on the basis of a set of six given prototypic applicants.

Suppose that each criterion is defined on the same 3-point ordinal scale

$$\text{Good} \succ \text{Medium} \succ \text{Bad}$$

and that the overall score of each applicant is rated on a 4-point ordinal scale

$$A \succ B_1 \succ B_2 \succ C.$$

Thus, this selection problem identifies with a classical multi-criteria sorting problem in which alternatives are sorted into four ordered classes.

The capacity v is learned from six prototypes whose profiles are defined as follows:

prot.	crit. 1	crit. 2	crit. 3	crit. 4	crit. 5	crit. 6	overall
p_1	B	G	G	G	G	G	C
p_2	G	G	G	B	G	G	C
p_3	G	B	G	G	G	G	B_2
p_4	G	G	G	G	B	G	B_1
p_5	G	G	B	G	G	M	B_1
p_6	G	G	B	G	G	G	A

Of course, in order to properly aggregate criteria, we have to consider profiles having numerical components. In the TOMASO method (see e.g. [Marichal *et al.*, 2005]), which is a recently introduced multi-criteria sorting method, it is proposed to use profiles whose components are numerical scores built on the basis of the evaluations of alternatives along the different criteria.

Without going into further details, we present the following feasible solution obtained by the TOMASO approach: $v(T) = 0$ for all $T \subseteq \{1, \dots, 6\}$ except

$$\begin{aligned} v(\{1, 2, 4, 5\}) &= v(\{1, 2, 3, 4, 5\}) = v(\{1, 3, 4, 5, 6\}) = 1/3, \\ v(\{1, 2, 3, 4, 6\}) &= 2/3, \\ v(\{1, 2, 4, 5, 6\}) &= v(\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) = 1. \end{aligned}$$

Moreover, the overall scores A , B_1 , B_2 , and C correspond to the numerical values 1, $2/3$, $1/3$, and 0, respectively.

Clearly, this solution is 3-intolerant. Moreover, looking at the sequence

$$(\text{intol}_{\leq k}(\mathcal{C}_v))_{k=1, \dots, 5},$$

which is necessarily nondecreasing, we obtain $(0.92, 0.99, 1, 1, 1)$. Notice that the second value of this sequence is rather high, which suggests that a 2-intolerant solution might likely exist.

Actually, it turns out that, by restricting the set of feasible solutions to 2-intolerant capacities, TOMASO still obtains a solution, namely $v(T) = 0$ for all $T \subseteq \{1, \dots, 6\}$ except

$$\begin{aligned} v(\{1, 3, 4, 5, 6\}) &= 1/4, \\ v(\{1, 2, 3, 4, 6\}) &= 1/2, \\ v(\{1, 2, 4, 5, 6\}) &= v(\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) = 1. \end{aligned}$$

In this case the overall scores A , B_1 , B_2 , and C correspond to the numerical values 1, $1/2$, $1/4$, and 0, respectively, and the sequence $(\text{intol}_{\leq k}(\mathcal{C}_v))_{k=1, \dots, 5}$ becomes $(0.94, 1, 1, 1, 1)$.

Clearly, no 1-intolerant solution exists.

8 Conclusion

In this paper, which can be considered as the sequel of [Marichal, 2004], we have proposed the concepts of k -intolerant and k -tolerant Choquet integrals and capacities. Besides the obvious computational advantage of these concepts (comparable to that of k -additive and p -symmetric capacities), they can be easily interpreted in practical decision problems where the decision makers must be intolerant or tolerant (cf. Section 3).

We have also introduced axiomatically intolerance and tolerance indices which measure the degree to which the Choquet integral is k -intolerant and k -tolerant. These indices, when varying k from 1 to $n - 1$, make it possible to identify and measure the intolerant or tolerant character of the decision maker.

As k -additive and p -symmetric capacities have been usefully extended to bi-capacities (see [Grabisch and Labreuche, 2002], [Miranda and Grabisch, 2003], and [Miranda and Grabisch, 2004]), it could be interesting to extend k -intolerant and k -tolerant capacities to bi-capacities, too. This is a matter for further investigation.

References

- [Dujmović, 1974]Jozo J. Dujmović. Weighted conjunctive and disjunctive means and their application in system evaluation. *Univ. Beograd. Publ. Elektrotehn. Fak. Ser. Mat. Fiz.*, (461-497):147–158, 1974.
- [Grabisch and Labreuche, 2002]Michel Grabisch and Christophe Labreuche. Bi-capacities. In *Proc. 1st Joint Int. Conf. on Soft Computing and Intelligent Systems and 3rd Int. Symp. on Advanced Intelligent Systems*, Tsukuba, Japan, 2002.
- [Grabisch et al., 1992]Michel Grabisch, Toshiaki Murofushi, and Michio Sugeno. Fuzzy measure of fuzzy events defined by fuzzy integrals. *Fuzzy Sets and Systems*, 50(3):293–313, 1992.
- [Grabisch et al., 1995]Michel Grabisch, Hung T. Nguyen, and Elbert A. Walker. *Fundamentals of uncertainty calculi with applications to fuzzy inference*, volume 30 of *Theory and Decision Library. Series B: Mathematical and Statistical Methods*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1995.
- [Grabisch, 1996]Michel Grabisch. The application of fuzzy integrals in multicriteria decision making. *European J. Oper. Res.*, 89(3):445–456, 1996.
- [Grabisch, 1997a]Michel Grabisch. Alternative representations of discrete fuzzy measures for decision making. *Internat. J. Uncertain. Fuzziness Knowledge-Based Systems*, 5:587–607, 1997.
- [Grabisch, 1997b]Michel Grabisch. k -order additive discrete fuzzy measures and their representation. *Fuzzy Sets and Systems*, 92(2):167–189, 1997.
- [Kojadinovic et al., in press]I. Kojadinovic, J.-L. Marichal, and M. Roubens. An axiomatic approach to the definition of the entropy of a discrete Choquet capacity. *Inform. Sci.*, in press.
- [Marichal and Roubens, 2000]Jean-Luc Marichal and Marc Roubens. Entropy of discrete fuzzy measures. *Internat. J. Uncertain. Fuzziness Knowledge-Based Systems*, 8(6):625–640, 2000.

- [Marichal *et al.*, 2005]J.-L. Marichal, P. Meyer, and M. Roubens. Sorting multiattribute alternatives: The TOMASO method. *Computers & Operations Research*, 32(4):861–877, 2005.
- [Marichal, 2000]Jean-Luc Marichal. An axiomatic approach of the discrete Choquet integral as a tool to aggregate interacting criteria. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 8(6):800–807, 2000.
- [Marichal, 2002]Jean-Luc Marichal. Entropy of discrete Choquet capacities. *European J. Oper. Res.*, 137(3):612–624, 2002.
- [Marichal, 2004]Jean-Luc Marichal. Tolerant or intolerant character of interacting criteria in aggregation by the Choquet integral. *European J. Oper. Res.*, 155(3):771–791, 2004.
- [Miranda and Grabisch, 2003]P. Miranda and M. Grabisch. p -symmetric bi-capacities. In *Proc. Int. Summer School on Aggregation Operators and their Applications (AGOP'2003)*, pages 123–128, Alcalá de Henares (Madrid), Spain, July 2003.
- [Miranda and Grabisch, 2004]P. Miranda and M. Grabisch. p -symmetric bi-capacities. *Kybernetika*, 40(4):421–440, 2004.
- [Miranda *et al.*, 2002]P. Miranda, M. Grabisch, and P. Gil. p -symmetric fuzzy measures. *Internat. J. Uncertain. Fuzziness Knowledge-Based Systems*, 10(Suppl. December 2002):105–123, 2002.
- [Narukawa *et al.*, to appear]Y. Narukawa, V. Torra, and T. Gakuen. Fuzzy measure and probability distributions: distorted probabilities. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, to appear.
- [Shapley, 1953]L.S. Shapley. A value for n -person games. In *Contrib. Theory of Games, II*, *Ann. Math. Stud. No. 28*, 307-317 . 1953.
- [Sugeno, 1974]M. Sugeno. *Theory of fuzzy integrals and its applications*. PhD thesis, Tokyo Institute of Technology, Tokyo, 1974.
- [Torra, 1999]V. Torra. On hierarchically s -decomposable fuzzy measures. *Internat. J. Intelligent Systems*, 14(9):923–934, 1999.

Partie/Part II

Aide à la décision pour la banque et la finance

Decision Aid for banking and finance

Utilisation de variables non financières dans le cadre de la prédiction de faillite d'entreprises de moins de 5 ans : une approche multicritère pour le cas Belge

Mickaël Daubie¹, Nadine Meskens¹,
Michael Doumpos², and Constantin Zopounidis²

¹ Catholic University of Mons (Fucam),
Production and Operations Management Department, 151 Chaussée de Binche,
B-7000 Mons, Belgium
(e-mail: daubie@fucam.ac.be, meskens@fucam.ac.be)

² Technical University of Crete
Dept. of Production Engineering and Management
Financial Engineering Laboratory, University Campus
73100 Chania, Greece
(e-mail: mdoumpos@dpem.tuc.gr, kostas@dpem.tuc.gr)

Abstract. Business failure prediction is a topic of utmost importance for corporate shareholders, bank managers, investors, suppliers, government officers, etc. Due to the significance of business failures, many prediction models have been developed. Statistical and econometric procedures (multiple discriminant analysis, logit or probit) have been among the most widely used methods in this field. Other methods have also been investigated: mathematical programming, multicriteria decision aid, machine learning (neural networks, genetic algorithms, decision trees), etc. Most of the business failure prediction models developed in the past have been based solely on the use of financial ratios constructed from published accounting data, which are generally easy to obtain. In Belgium, however, corporate financial data are not always available. This situation clearly highlights the necessity of using non-financial information to predict bankruptcy. The objective of this study is to investigate the use and potentials of non-financial variables such as whether financial statements were published by the firms or not, the delays in the publication of the annual financial statements, the existence of trial sentences, as well as other issues related to possible violations of the existing corporate legislation. In order to construct our model we use the UTADIS method and we compare the results with logistic regression and decision trees.

Keywords: Business failure prediction, non-financial variables, young enterprises.

Résumé. La prédiction de faillite est un sujet éminemment important pour de nombreuses personnes (actionnaires, managers, investisseurs, ...). Les coûts énormes, sociaux ou économiques, que les faillites occasionnent ont suscité l'intérêt de nombreux chercheurs et ont permis le développement d'un nombre considérable de modèles. Ces modèles ont été construits à l'aide de méthodes statistiques ou économétriques mais aussi de méthodes multicritères ou encore des méthodes issues de l'intelligence artificielle. La très grande majorité de ces modèles sont basés sur des ratios extraits des états financiers publiés par les entreprises. Cependant, les entreprises belges ne respectent pas les lois en la matière et déposent irrégulièrement, voire pas du tout, leurs comptes annuels. Cette situation incite à

construire des modèles de diagnostic sur base d'informations non financières. Cette étude vise donc à évaluer l'utilité des informations non financières dans le cadre de la prédiction de faillite. Les informations non financières utilisées sont, par exemple, le fait que l'entreprise a déposé ou non ses comptes annuels, les délais dans lesquelles elle a publié ses comptes, l'existence de jugements à l'encontre de l'entreprise ou le non paiement de certaines taxes (Sécurité Sociale, contributions, ...). Pour la construction de nos modèles, nous utilisons la méthode multicritère UTADIS et nous comparons nos résultats avec les arbres de décision et le modèle Logit.

Mots clés : Prédiction de faillite, variables non financières, jeunes entreprises

1 Introduction

Les faillites en Europe en hausse pour la 4ème année d'affilée. Cette manchette du journal l'Echo (9 Janvier 2004) permet de situer l'ampleur du problème. La Belgique ne fait pas exception à ce constat. En effet, comme en témoigne le tableau 1, le nombre de faillites ne cesse de croître depuis plus de 15 ans.

Année	1987	1990	1992	1994	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Nombre	3754	3907	5273	6446	7677	6931	7156	6805	7095	7222	7593	7915

Table 1. Evolution du nombre de faillites en Belgique (Institut National de Statistique)

Le secteur le plus touché est celui du Commerce de gros et de détail qui représente, en moyenne sur les 5 dernières années, 32% du nombre total de faillites. Par ailleurs, les jeunes entreprises payent un lourd tribut aux faillites en Belgique. En effet, les entreprises de 1 an et moins représentent 10%, en moyenne sur les 5 dernières années, de l'ensemble des entreprises déclarées en faillite. Les entreprises âgées de 2 à 4 ans et de 5 à 9 ans représentent chacune 30% du total des faillites. On peut donc estimer que les entreprises de 5 ans et moins représentent près de la moitié des entreprises déclarées en faillite au cours d'une année.

Les faillites d'entreprises affectent de nombreux acteurs et représentent un coût très élevé non seulement pour l'entreprise, ses dirigeants ou ses actionnaires mais aussi pour les employés, les fournisseurs, les clients, les banquiers et, de manière générale, l'économie dans son ensemble. En conséquence de son ampleur et de ses effets néfastes, le phénomène des faillites d'entreprises a été abordé par de nombreuses disciplines : le droit, la psychologie, la psychiatrie, la médecine, la sociologie et, plus près de nos préoccupations, par la gestion. Un pan de recherche important de cette discipline a été consacré à la prédiction de faillite. Le premier point fait un tour d'horizon des recherches réalisées en cette matière pour en extraire les principales caractéristiques. Certains des éléments ainsi mis en évidence seront ensuite confrontés avec la situation propre à la Belgique et permettront de soulever des questions et de dégager plusieurs pistes de recherche. Le second point présente la méthodologie poursuivie par cette étude. Enfin, nous présentons les principaux résultats obtenus sur base d'un échantillon d'entreprises belges de moins de 5 ans.

2 Revue de la littérature et pistes de recherche envisagées

2.1 Revue de la littérature

Depuis plusieurs décennies, les chercheurs en gestion ont tenté de mieux appréhender le phénomène des faillites. Leurs efforts se sont portés principalement sur deux grands thèmes. D'une part, il s'agit de comprendre les facteurs qui affectent l'existence et la survie des entreprises. Les chercheurs ont ainsi pu mettre en évidence deux catégories de causes des faillites. Les premières causes trouvent leurs origines à l'intérieur de l'entreprise et concernent principalement l'incompétence des dirigeants. La seconde catégorie concerne des éléments externes à l'entreprise et se rapportent aux aspects macroéconomiques ou aux caractéristiques propres du marché sur lequel évolue l'entreprise. D'autre part, le second courant de recherche part du postulat que les causes multiples de la faillite ont leur traduction dans les documents financiers de l'entreprise à partir desquels il est possible de prévoir la faillite. Il appartient donc à l'analyste d'isoler suffisamment à l'avance les symptômes permettant de séparer les entreprises saines des entreprises défailtantes. C'est dans ce second courant que s'inscrit cette recherche.

Depuis 1966, date de l'article pionnier de [Beaver, 1966], jusqu'à nos jours des centaines d'applications ([Dimitras and Zopounidis, 1996], [Daubie and Meskens, 2002]) ont tenté de mettre au point le modèle idéal permettant de prévoir les problèmes rencontrés par les entreprises.

La mise au point d'un modèle de prédiction de faillite peut se décomposer en 4 étapes.

La première étape nécessite la définition de deux groupes distincts d'entreprises. Classiquement, le premier groupe contient des entreprises qui ont été déclarées en faillite et le second des entreprises qui, à l'époque de l'étude, ne l'étaient pas. La définition de " l'événement à prévoir " peut également différer d'une étude à l'autre. Certains auteurs ne choisissent en effet pas toujours des entreprises en faillite juridique mais parfois des entreprises qui ont connu d'autres types de défaillance comme l'impossibilité d'honorer une dette ou le non-paiement de dividendes. Dans la sélection des entreprises, les chercheurs optent occasionnellement pour certaines catégories d'entreprises de taille ou de secteur d'activité bien particulier. Ainsi, les grandes entreprises, pour des raisons de fiabilité et de disponibilité de l'information, ont plus fréquemment fait l'objet de l'attention des chercheurs. Dans le même esprit, certains auteurs ont choisi de sélectionner des entreprises issues de secteurs homogènes comme les banques, les assurances ou les magasins de détail.

La seconde étape concerne les variables qui seront utilisées. Couramment, les auteurs calculent, à partir des comptes annuels publiés par les entreprises, un ensemble de ratios qui vont permettre de séparer les deux types d'entreprises. Suivant notre revue de la littérature, pas moins de 300 ratios ont été répertoriés. Ils concernent aussi bien la rentabilité, la liquidité que la solvabilité des entreprises. Faute d'une théorie satisfaisante de la défaillance des entreprises, le choix des variables s'est souvent révélé subjectif. Il est basé par exemple sur l'expérience d'un analyste financier ou sur la popularité de certains ratios. Ainsi, les ratios d'Altman ([Altman, 1968]) sont parmi les ratios les plus souvent utilisés dans ce type d'étude.

Notons que les auteurs sont nombreux à plaider pour l'utilisation de variables qualitatives. [Peel and Pope, 1986] résumant ce sentiment : " variables (other than conventional accounting financial ratios) which may enhance the predictive power of financial models should be investigated ". Étonnamment, fort peu d'auteurs ont réellement tenté d'utiliser des variables non financières. Certains ont intégré l'avis d'experts à propos de différents sujets comme l'expérience du manager ou l'évolution du marché ([Dimitras and Hurson, 1995]).

D'autres ont voulu tenir compte de variables " exogènes " à l'entreprise comme l'âge, la taille, le secteur d'activité, les conditions économiques générales ou le taux d'entrée dans le secteur. Enfin, d'autres encore ont utilisé des données disponibles publiquement comme les délais de publication des comptes, les démissions ou nominations de directeurs ([Peel and Pope, 1985], [Keasey and Watson, 1987], [Keasey and Watson, 1988], [Keasey and Watson, 1991], ...).

La troisième étape consiste, sur base des variables retenues au cours de la deuxième étape et calculées pour l'ensemble des entreprises sélectionnées lors de la première étape, à utiliser une méthode pour exploiter les informations et discriminer au mieux les deux types d'entreprises. Le choix des méthodes est vaste : analyse discriminante, modèle Logit ou Probit, l'analyse en composantes principales, les méthodes multicritères, les arbres de décision, les systèmes experts, les réseaux de neurones, l'analyse de survie, le Data Envelopment Analysis ou encore des techniques hybrides. Même si la diversité des méthodes est grande, l'analyse discriminante, le modèle logit et les réseaux de neurones sont les méthodes les plus utilisées.

La dernière étape concerne la mesure de la capacité prédictive des modèles. Pour s'assurer de la validité du modèle de prévision, il convient de tester sa capacité à reconnaître parmi un ensemble d'entreprises celles qui sont défaillantes. Certains chercheurs mesurent la capacité prédictive de leur modèle sur les échantillons qui ont permis leur développement. D'autres constituent, à des fins de contrôle, un second échantillon sur la même période ou sur une période postérieure à la période de constitution des échantillons initiaux. Enfin, certains utilisent une procédure de validation croisée qui nécessite un seul échantillon. Une fois cette opération accomplie on peut évaluer la capacité prédictive des modèles et présenter leur taux d'erreur. De façon générale, on calcule deux types d'erreur. L'erreur de type I, considérer comme saine une entreprise défaillante, est toujours jugée plus sérieuse que l'erreur de type II. Outre la capacité prédictive du modèle développé, il est primordial de présenter les caractéristiques des entreprises défaillantes. Les études ont montré que l'endettement (et notamment l'endettement à court terme) est l'un des principaux facteurs qui explique les difficultés rencontrées par les entreprises défaillantes. L'insuffisance de rentabilité est également fréquemment montrée du doigt.

2.2 Les particularités liées au contexte belge

Le point précédent nous a permis de présenter les principaux traits de recherches antérieures. Les lignes qui suivent confrontent certains des éléments ainsi mis en évidence avec la situation particulière de la Belgique.

Premièrement, notre revue de la littérature nous a permis de constater que la très grande majorité des modèles de prévision de faillite utilisaient uniquement des ratios financiers. Sans remettre en question l'utilité et l'importance des données financières pour ce genre de problème, il faut souligner que la disponibilité des données sur lesquelles se basent ces modèles est loin d'être parfaite en Belgique. En 2002, 47% (contre 42% en 2001) des sociétés belges n'ont pas exécuté leurs obligations comptables relatives au dépôt des comptes annuels dans le délai légal qui leur est imparti (" Indépendant & Entreprises ", avril 2003). Si certaines de ces entreprises publient leurs comptes annuels en retard, d'autres ne publient jamais ! Dans ces conditions, comment réaliser un diagnostic basé uniquement sur des données financières ?

Deuxièmement, il est apparu au cours de notre revue de la littérature que la sélection des entreprises participant aux applications se faisait uniquement sur base de la disponibilité de leurs données financières. Compte tenu de l'observation qui vient d'être faite ci-dessus, peut-on prétendre à une bonne représentativité de l'échantillon en pratiquant de la sorte ?

Enfin, si des modèles particuliers ont été développés pour des entreprises appartenant à tel ou tel secteur ou encore pour des entreprises d'une certaine taille, peu d'effort ont été consentis pour construire des modèles dédiés aux jeunes entreprises. Or, les chiffres présentés dans l'introduction le prouvent, les jeunes entreprises belges sont plus en proie aux difficultés que les entreprises plus âgées. Ne serait-il dès lors pas opportun de leur consacrer une attention plus soutenue ?

2.3 Les pistes de recherche envisagées

Après avoir soulevé des interrogations, nous allons tenter d'y apporter des réponses.

Premièrement, pour pallier à la défection fréquente des comptes annuels, nous avons choisi d'utiliser des variables non extraites des comptes annuels. Le postulat de base de cette approche est que si effectivement les causes de la faillite sont multiples et qu'elles ont leur traduction dans les documents financiers, elles ont également leur traduction à travers certaines " attitudes " de l'entreprise qui ne sont pas traduites dans des documents financiers. L'idée est alors d'essayer de prévoir les faillites sur base de ces variables non financières. Ces variables peuvent être réparties en 3 catégories. La première catégorie contient des éléments détenus par les tribunaux de commerce. Le législateur belge a en effet récemment institutionnalisé des chambres d'enquête commerciale dans chaque tribunal de commerce dont le rôle est de collecter les données relatives aux entreprises en difficultés, de mettre à jour des situations difficiles et de tenter d'aider l'entreprise à les surmonter. A cette fin, le législateur prévoit qu'un dossier dans lequel se trouveront consignés " les renseignements et éléments utiles concernant les commerçants qui sont en difficultés financières " sera ouvert au tribunal de commerce. La deuxième catégorie de variables concerne les modifications d'objet et de siège social et les changements de dénomination. Enfin, la troisième catégorie de variables non financières comprendra le retard dans la publication des comptes annuels voire le non dépôt de ces comptes. Nous allons évaluer l'apport des variables non financières en répondant à deux questions : Les variables non financières peuvent-elles améliorer les prédictions réalisées sur base des ratios financiers ? et Les variables non financières peuvent-elles compléter l'absence des informations financières ?

Deuxièmement, la disponibilité imparfaite des informations financières rend caduque une sélection des entreprises sur cette seule base. Il est clair que construire un échantillon d'entreprises uniquement sur base d'une disponibilité suffisante des données financières aboutirait à un échantillon qui ne serait pas représentatif de la situation belge. [Malecot, 1988] confirme d'ailleurs que la représentativité est toujours mise à mal dans la mesure où l'on exige d'avoir une série d'observations financières et de disposer de l'ensemble des documents comptables ou financiers pour toutes les firmes. En conséquence, nous travaillerons avec toutes les entreprises déclarées en faillite au cours de l'année 2000 par le tribunal de Tournai (région frontalière avec le nord de la France), sans distinction de taille, de secteur d'activité, de forme juridique, d'âge ou encore de disponibilité des comptes annuels.

Troisièmement, afin de consacrer une attention plus soutenue aux jeunes entreprises, nous proposons de développer, pour les entreprises de moins de 5 ans, des modèles qui ont comme " point de départ " la constitution de l'entreprise et non sa faillite. Pour rappel, l'écrasante majorité des modèles sont développés à partir de la faillite de l'entreprise.

3 Méthodologie

3.1 Le choix des entreprises

Comme nous l'avons signalé dans le point précédent, nous travaillons avec l'ensemble des entreprises déclarées en faillite, durant l'année 2000, par le tribunal de Tournai. Les entreprises faillies ont été appariées avec des entreprises actives selon une procédure établie en trois temps. Premièrement, à partir d'une base de données de la Banque Nationale de Belgique, nous avons regroupé toutes les entreprises dépendantes du Tribunal de commerce de Tournai qui ont été créées avant le 1er janvier 2000 et qui étaient toujours en activité à la fin de l'année 2002. Deuxièmement, nous avons sélectionné aléatoirement pour chaque entreprise faillie une entreprise active qui présentait les mêmes caractéristiques au niveau de l'âge, de la forme juridique et du secteur d'activité. L'absence fréquente des comptes annuels ne nous a pas permis d'utiliser la taille comme critère de pairage. Enfin, nous avons vérifié pour chaque entreprise active qu'aucun dossier n'avait été ouvert au Tribunal.

3.2 Le choix des variables

Notre revue de la littérature nous a permis de dresser un inventaire des ratios financiers utilisés. Nous en avons recensés plus de 300, en excluant les ratios trop particuliers à certains secteurs comme ceux des hôpitaux, des banques ou des assurances. En Belgique, les entreprises, dépendamment de leur taille, publient leurs comptes annuels selon un schéma complet ou abrégé. Afin de travailler sur une base commune aux deux schémas, seuls les ratios calculables à partir des principales rubriques du bilan et du compte de résultats ont été retenus. 78 ratios répondaient à cette exigence. Ces ratios représentaient différents aspects de l'entreprise (liquidité, rentabilité, solvabilité, ...). Nous ajoutons à ces 78 ratios, 13 "valeurs brutes" comme la valeur ajoutée, le résultat d'exploitation avant amortissements, les capitaux propres, les capitaux permanents, le fonds de roulement net, le cash flow, ... Enfin, la hauteur du capital souscrit par l'entreprise ainsi que le montant qui en est libéré jouerait un rôle important dans le devenir de l'entreprise. Par conséquent, nous avons ajouté une variable binaire selon que l'entreprise avait souscrit le minimum légal ou plus que ce que la loi imposait et une seconde variable binaire selon que l'entreprise avait libéré ou pas l'entièreté du capital souscrit. Au total, nous disposons de 93 variables financières.

Il est évidemment impossible de faire figurer chacune de ces 93 variables dans nos modèles. Nous avons retenu 2 solutions afin d'opérer une sélection. La première est basée sur l'utilisation de la classification numérique. Au terme de l'analyse, on dispose de groupes de variables qui se ressemblent fortement. Dans notre cas, l'objectif est de regrouper les différents ratios en classes homogènes et de choisir parmi chaque groupe une variable. Nous avons opté pour un regroupement en 10 groupes. Au sein de chacun de ces groupes nous avons retenu la variable qui présentait la corrélation la plus élevée avec la variable de décision. Notre second mode de sélection des variables est fondé sur l'utilisation d'un test statistique. L'objectif est de retenir les variables qui, de manière univariée, permettent de distinguer au mieux les deux groupes d'entreprises. Nous avons opté pour le test de Kolmogorov-Smirnov. Les variables significatives à un seuil minimum de 5% étaient retenues. Dans les 2 cas, les variables sélectionnées ont été analysées à travers un diagnostic de multicolinéarité et celles qui souffraient de ce problème ont été écartées.

Comme nous l'avons précisé par ailleurs, l'originalité de cette recherche réside notamment dans l'utilisation de variables qui ne sont pas extraites des comptes annuels. Les variables puisées dans les dossiers des entreprises détenus au Tribunal de commerce sont les

suivantes : les jugements à l'encontre de l'entreprise, les avis de saisies et les protêts reçus par l'entreprise ainsi que les assignations de l'ONSS (Sécurité Sociale), de la TVA et des Contributions. Ces variables sont codées de manière binaire selon que les entreprises avaient reçu ou pas au moins un de ces clignotants. La même philosophie a été suivie pour ce qui est des changements de dénomination, de siège social ou d'objet opérés par l'entreprise. Enfin, nous avons également calculé le délai en mois qui sépare la date de clôture des comptes annuels de leur dépôt à la Banque Nationale.

3.3 Le choix des techniques de discrimination

Comme nous l'avons succinctement présenté plus haut, le nombre d'outils disponibles pour traiter les informations est impressionnant. Notre choix s'est porté sur 3 approches totalement différentes : l'approche paramétrique avec le modèle Logit, l'approche non paramétrique avec les arbres de décision et une approche alternative issue des méthodes multicritères d'aide à la décision, la méthode UTADIS ([Doumpos and Zopounidis, 2002]).

Pour répondre à la question essentielle qui est d'évaluer la pertinence de l'information non financière soit pour compléter l'information financière si elle est disponible, soit pour pallier son absence, nous développons 3 types de modèles : un modèle exclusivement financier, un modèle mêlant les variables financières et non financières et un troisième type qui exploite uniquement des variables non financières. La comparaison des deux premiers types nous permettra de répondre à notre première question (les informations non financières peuvent-elles compléter utilement les données financières) et les performances du troisième type de modèle nous aideront à conclure quant à l'utilité des variables non financières seules. Nos différents modèles, qu'ils soient financiers, non financiers ou "mixtes", ont été construits à l'aide des trois méthodes. Le figure 1 résume l'ossature principale suivie au cours de l'étude empirique. Ce schéma montre en effet que pour chacune des 3 premières années nous développons chacun des 3 types de modèles à l'aide de chacune des 3 techniques.

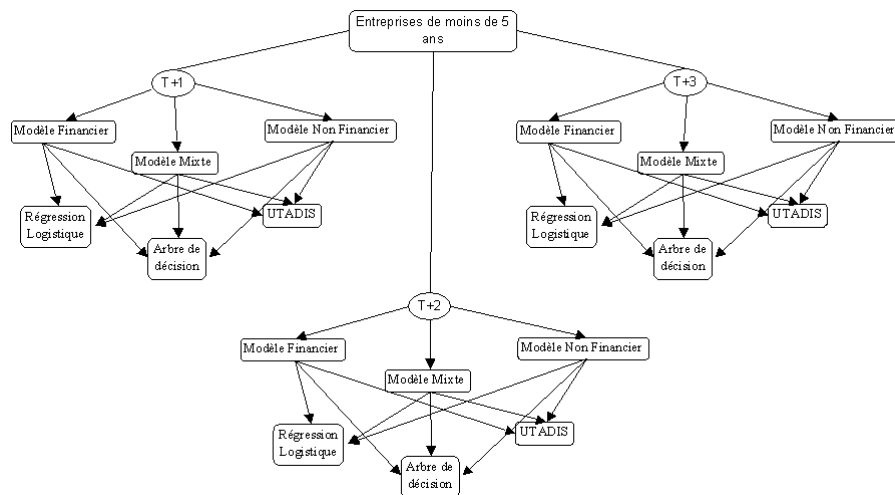


Fig. 1. Structure générale de l'étude empirique

4 Etude empirique

Durant l'année 2000, 95 entreprises ont été déclarées en faillite par le Tribunal de commerce de Tournai. 49 d'entre elles, soit 51.6%, avaient 5 ans ou moins.

L'information financière sur laquelle repose notre recherche est extraite des comptes annuels publiés par les entreprises. Toutefois, nous avons noté que les entreprises belges ne respectent pas toujours le délai imparti pour déposer leurs comptes annuels. Au delà du dépassement du délai imparti, le tableau 2 (où T+1, T+2 et T+3 désignent respectivement les premiers, deuxièmes et troisièmes comptes annuels qui suivent la constitution de l'entreprise) montre que la disponibilité de l'information financière est lacunaire, spécialement pour les entreprises faillies. 26 d'entre elles n'ont d'ailleurs jamais déposé de comptes annuels contre 2 pour les entreprises actives. Ce constat confirme l'intérêt de disposer d'informations non extraites des comptes annuels pour établir un diagnostic et de ne pas sélectionner les entreprises sur base de la disponibilité de ces comptes annuels.

N Faillies = 49		N Non faillies = 49	
Comptes disponibles		Comptes disponibles	
T+1	22	T+1	45
T+2	13	T+2	39
T+3	10	T+3	34
N AUCUNE Publication = 26		N AUCUNE Publication = 2	

Table 2. Aperçu du nombre d'états financiers disponibles

Sur base de l'information financière disponible, nous avons choisi de réaliser une analyse verticale du bilan et du compte de résultats. L'analyse verticale du bilan exprime chaque rubrique de l'actif et du passif en pourcentage du total et met en lumière la structure du patrimoine et des sources de financement de l'entreprise. L'analyse verticale du compte de résultats exprime chaque rubrique de celui-ci en pourcentage de la marge brute et fait ainsi apparaître la structure des produits, des charges et des résultats de l'entreprise. Pour ce faire, nous avons calculé les pourcentages des différentes rubriques du bilan et du compte de résultats pour chaque entreprise des 2 échantillons analysés et pour chacun des exercices disponibles. Pour constituer des profils globaux des entreprises en activité ou en faillite, nous avons calculé les moyennes arithmétiques de chacun des pourcentages.

L'analyse verticale du bilan nous a permis de constater que les actifs immobilisés sont largement supérieurs pour les entreprises en activité. Ce sont en particulier les immobilisations corporelles qui, déjà plus importantes au départ, ne cessent de croître au cours des 3 années pour les entreprises en activité alors qu'elles diminuent pour les entreprises faillies. Pour les actifs circulants, deux éléments ont attirés notre attention. D'une part, les créances à moins d'un an sont systématiquement plus importantes et croissantes pour les entreprises en faillite. D'autre part, les valeurs disponibles sont beaucoup plus importantes pour les entreprises en activité que pour les entreprises faillies. Pour ce qui est du passif, plusieurs observations doivent être faites. Premièrement, les capitaux propres sont dès le départ, et systématiquement, négatifs pour les entreprises faillies alors qu'ils sont positifs et stables, autour de 20%, pour les entreprises actives. Deuxièmement, les réserves même si elles augmentent dans les deux échantillons sont largement supérieures pour les entreprises actives (5 à 35 fois supérieures). Troisièmement, les pertes cumulées des entreprises faillies sont toujours supérieures à leur capital. Enfin, le corollaire du premier constat est que les dettes sont

considérables pour les entreprises faillies. Plus particulièrement, ce sont pour les dettes à un an au plus que nous observons les différences les plus marquantes. Elles représentent 50% du passif pour les entreprises actives contre au moins 80% pour les entreprises faillies. Le calcul du fonds de roulement net nous a permis de constater que ce dernier est systématiquement négatif pour toutes les entreprises. Toutefois, le recours à l'exigible court terme en vue de financer les biens immobilisés est beaucoup plus important pour les entreprises faillies que pour les entreprises actives.

L'analyse verticale du compte de résultats nous a permis de constater que la part de la marge brute consacrée aux rémunérations est deux fois plus grande pour les entreprises en faillite que pour les entreprises actives. Les entreprises faillies consacrent au moins 74% de leur marge brute aux rémunérations alors que les entreprises actives y consacrent approximativement 40% de cette marge. Pour sa part, le bénéfice d'exploitation est systématiquement, et dès le départ, négatif pour les entreprises en faillite alors qu'il est largement positif pour les autres. Les résultats courant, de l'exercice (avant et après impôts) ainsi que le résultat à affecter restent négatifs pour les entreprises faillies et positifs pour les entreprises actives sauf pour la troisième année où le bénéfice de l'exercice après impôts des entreprises actives est négatif. Cela s'explique par le fait que quelques entreprises actives ont déboursés des montants importants pour l'impôt.

Notre recherche se base également sur des variables non extraites des comptes annuels. Le tableau 3 présente pour chacune de ces variables la valeur du khi-deux associée. Les valeurs en gras sont significatives au seuil alpha de 5%.

Variabiles	Année 1	Année 2	Année 3
Jugements	6.39	14.21	17.90
Protêts	2.04	4.72	4.75
Saisie	1.01	2.30	8.72
ONSS	2.04	1.13	7.35
TVA	/	/	3.51
Contributions	/	/	/
Changement de nom	1.01	/	4.75
Modification d'objet	0.34	1.13	2.30
Transfert de siège social	8.71	4.72	8.72
Délai dépôt (binaire, 7 mois)	14.15	17.47	15.98
Délai dépôt (binaire, 12 mois)	24.33	23.61	30.12
Délai dépôt (binaire, 18 mois)	30.44	28.12	33.26

Table 3. Valeur du khi-deux pour les variables non financières (Tournai, moins de 5 ans).

L'examen du tableau 3 nous permet de vérifier que le délai entre la clôture des comptes et leur dépôt à la Banque Nationale est significatif quelques soient les années concernées ou le critère de " binarisation " retenu. Les jugements reçus par l'entreprise ainsi que le transfert de siège social sont également significatifs pour les 3 années. Par ailleurs, nous découvrons que les assignations de la TVA ou des Contributions sont relativement rares.

Nos modèles financiers sont donc développés sur base de 2 jeux de ratios différents (choisis sur base d'un TEST statistique ou via une Classification Ascendante Hiérarchique), à l'aide de 3 méthodes et pour chacune des 3 années. Nos modèles " mixtes " ajoutent aux ratios financiers sélectionnés les variables non financières. Seules les entreprises qui ont dé-

posés leurs comptes annuels participent à la construction de ces deux types de modèles. Pour ce qui est de la construction des modèles basés uniquement sur les variables non financières, nous utilisons l'ensemble des entreprises contenues dans notre échantillon et l'ensemble des variables non financières.

Afin de pouvoir juger de la performance réelle des modèles développés, et ne disposant pas d'échantillon de validation distinct, nous avons opté pour le principe de la validation croisée. Pour assurer une plus grande robustesse des résultats présentés, cette démarche de validation croisée est répétée plusieurs fois. Les résultats en validation de ces nombreux modèles permettent de calculer un taux moyen de bonne classification.

4.0.1 Les variables non financières peuvent-elles améliorer les prédictions réalisées sur base des ratios financiers ? Pour répondre à cette question, nous comparons les résultats obtenus par les modèles financiers avec ceux des modèles mixtes. Le tableau 4 présente les résultats en validation de ces modèles, pour chaque année, pour chaque méthode et pour chaque mode de sélection des variables financières. Ce tableau mentionne également le nombre de variables retenues.

			Modèles Financiers				Modèles Mixtes			
			CAH		TESTS		CAH		TESTS	
Année T+1			10 variables		7 variables		16 variables		13 variables	
			NF	F	NF	F	NF	F	NF	F
	Logit	NF	85		88		80		86	
		F		26		22		39		35
	Arbre	NF	69		75		72		76	
		F		44		55		34		52
	UTADIS	NF	70		65		77		84	
		F		38		56		54		42
Année T+2			10 variables		15 variables		14 variables		19 variables	
			NF	F	NF	F	NF	F	NF	F
	Logit	NF	78		75		79		72	
		F		62		47		50		43
	Arbre	NF	84		81		84		83	
		F		45		44		42		44
	UTADIS	NF	77		84		85		83	
		F		70		69		74		65
Année T+3			10 variables		9 variables		16 variables		15 variables	
			NF	F	NF	F	NF	F	NF	F
	Logit	NF	82		78		90		79	
		F		38		67		48		69
	Arbre	NF	84		88		88		87	
		F		44		59		42		55
	UTADIS	NF	75		68		95		84	
		F		60		73		64		70

Table 4. Taux de bonne classification (en %) des modèles financiers et mixtes

La lecture du tableau 4 ne permet pas de répondre simplement à notre question. En effet, différents cas de figure 2 sont observables. Ainsi, dans certains cas (Modèles Financiers, T+1, Logit) le modèle financier améliore les prédictions pour les entreprises faillies lorsque nous lui ajoutons les variables non financières alors que, dans le même temps, les prédictions des entreprises actives s'en trouvent dégradées. C'est par contre le phénomène inverse que l'on observe avec les arbres de décision en Année T+1. L'ajout de variables non financières améliore la prédiction des entreprises actives et détériore celles des entreprises faillies. Parallèlement, et pour le modèle Logit en T+3, l'addition des variables non financières améliore à la fois les prédictions pour les entreprises faillies et actives. Il semble donc difficile de conclure rapidement et facilement à la question posée. Toutefois, l'impression qui se dégage est que les variables non financières ne sont pas en mesure de faire progresser significativement le taux de bons classements obtenu à l'aide des variables financières seules.

Au delà de l'évaluation de la pertinence d'ajouter des variables non financières aux variables financières, nous devons choisir le meilleur modèle pour chacune des trois années et en présenter les principales caractéristiques. Pour ce faire, nous avons choisi, par année, le modèle qui présentait de bonnes performances à la fois pour les entreprises faillies et pour les entreprises actives.

Pour la première année, le meilleur compromis entre les taux de bonne classification des deux catégories d'entreprises est obtenu par les arbres de décision sur base des ratios financiers choisis à travers le test statistique. Il est capable de reclasser correctement 75% des entreprises actives et 55% des entreprises faillies. Pour la deuxième année, le meilleur modèle est obtenu par le modèle UTADIS qui utilise à la fois des variables financières (choisies à travers une classification ascendante hiérarchique) et des variables non financières. Ce modèle est capable de classer 85% des entreprises actives et 74% des entreprises faillies. Pour ce qui est de la troisième année, les meilleurs résultats sont obtenus par la méthode UTADIS intégrant les variables financières qui ont franchi avec succès le test de Kolmogorov-Smirnov. Ce modèle classe correctement 68% des entreprises actives et 73% des entreprises faillies.

Au moment de présenter plus en profondeur ces 3 modèles, un problème se pose. En effet, les résultats affichés au tableau 4 sont une moyenne de plusieurs modèles. Il n'est donc pas possible de dévoiler un modèle unique qui fournit ces résultats. Nous avons décidé de présenter chacun de ces 3 meilleurs modèles construits sur base de toutes les entreprises disponibles.

* Année T+1

L'arbre de décision développé sur l'ensemble des données de la première année avec les ratios sélectionnés à l'aide du test statistique est présenté à la figure 1. Le ratio qui permet de distinguer au mieux les 67 entreprises est le ratio de liquidité immédiate (qui exprime le disponible par rapport à l'exigible court terme). 33 entreprises, parmi lesquelles 29 entreprises actives, présentent un ratio de liquidité immédiate supérieur à 10%. Le groupe des entreprises qui n'atteignent pas ce seuil de 10% et qui se retrouvent à gauche de l'arbre comprend une majorité d'entreprises faillies. L'apparition de ce ratio comme racine, et donc comme ratio important dans la séparation des deux types d'entreprises, n'est pas étonnant dans la mesure où l'analyse verticale montrait déjà que les entreprises actives avaient un disponible en moyenne supérieur à celui des entreprises faillies et que dans le même temps ces dernières portaient un lourd fardeau au niveau de l'exigible court terme. L'arbre va continuer sa construction en cherchant à séparer au mieux les deux nouveaux sous-échantillons de 34 (à gauche) et de 33 (à droite) entreprises. Le premier groupe d'entreprises sera séparé à l'aide du ratio VA5 qui exprime la proportion des charges de personnel par rapport à la valeur

ajoutée. L'apparition de cette variable dans le haut de l'arbre n'étonnera pas dans la mesure où son importance était ressortie à travers l'analyse verticale. L'autre groupe d'entreprises sera séparé à l'aide du résultat avant amortissements. L'arbre poursuit sa croissance jusqu'à l'obtention, non sans difficulté eu égard à sa profondeur, de sous-ensembles ne contenant que des entreprises d'un même type.

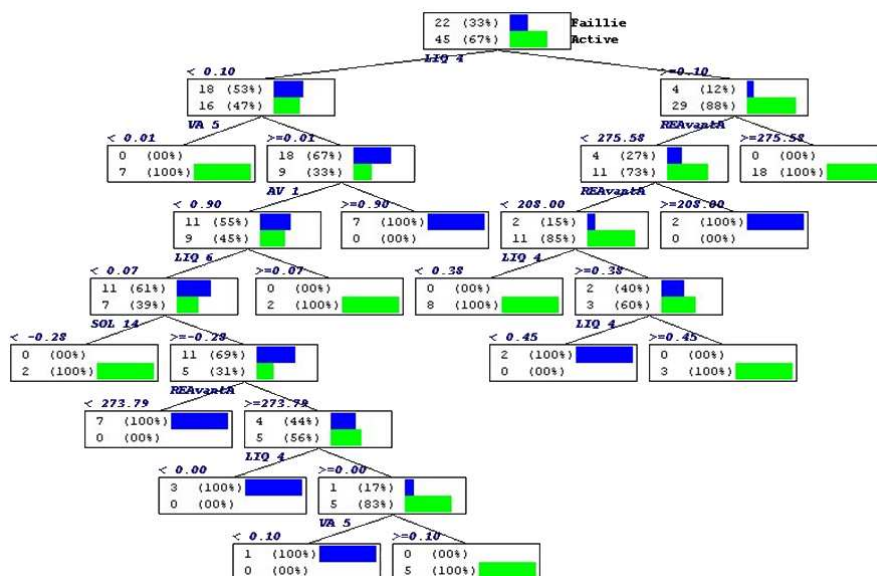


Fig. 2. Modèle financier pour T+1 obtenu à l'aide de l'arbre de décision

* Année T+2

Pour la deuxième année après la constitution, c'est le modèle UTADIS mixte, utilisant les ratios financiers sélectionnés à travers la Classification Ascendante Hiérarchique, qui obtient les meilleurs résultats. Ce modèle est capable de reclasser correctement 85% des entreprises actives et 74% des entreprises faillies. Ce modèle d'utilité additive a la forme suivante :

$$U(g) = 0.47706 u(\text{REAprèsA}) + 0.00232 u(\text{RF}) + 0.02098 u(\text{LIQ 2}) + 0.14773 u(\text{LIQ 5}) + 0.00034 u(\text{LIQ 12}) + 0.02038 u(\text{LIQ 19}) + 0.10094 u(\text{SOL 1}) + 0.00124 u(\text{RENT 22}) + 0.00042 u(\text{VA 5}) + 0.00079 u(\text{AV1}) + 0.04975 u(\text{Nb Jugements}) + 0.01736 u(\text{Nb ONSS}) + 0.13230 u(\text{Transfert Siege}) + 0.02840 u(\text{Délai})$$

Les coefficients des utilités marginales de cette fonction montre que les ratios les plus significatifs pour la discrimination des deux groupes d'entreprises sont le Résultat après Amortissements, les Stocks sur l'exigible Court terme (LIQ 5), le transfert de siège et le degré global d'endettement (SOL 1). Ces résultats n'étonneront guère dans la mesure où l'analyse verticale avait démontré que c'est au cours de l'année 2 que les résultats des entreprises faillies sont les plus mauvais et différent le plus de ceux des autres entreprises. Sur base de ce modèle d'utilité additive, la classification d'une firme dans l'une des deux classes se fait à

travers la règle suivante : Si $U(g) \geq 0.72$ alors la firme sera classée parmi les entreprises actives sinon elle sera considérée comme défailante.

* Année T+3

Pour la troisième année après la constitution, c'est le modèle financier construit avec UTADIS qui obtient le meilleur résultat. Il est en mesure de classer correctement 68% des entreprises actives et 73% des entreprises faillies. Le modèle développé a la forme suivante :

$$U(g) = 0.7768 u(\text{FDR}) + 0.0005 u(\text{LIQ } 2) + 0.1641 u(\text{LIQ } 4) + 0.0449 u(\text{LIQ } 5) + 0.0018 u(\text{LIQ } 10) + 0.0003 u(\text{LIQ } 15) + 0.0062 u(\text{SOL } 3) + 0.0039 u(\text{SOL } 8) + 0.0015 u(\text{SOL } 14)$$

Les coefficients de ce modèle démontre que c'est le fonds de roulement net qui permet de distinguer au mieux les deux types d'entreprises. La classification d'une firme dans l'une des deux classes se fait à travers la règle suivante : Si $U(g) \geq 0.76$ alors la firme sera classée parmi les entreprises actives sinon elle sera considérée comme défailante.

4.0.2 Les variables non financières peuvent-elles suppléer l'absence des informations financières ? Lorsque les comptes annuels ne sont pas déposés par les entreprises, le diagnostic financier est impossible. La question qui se pose alors est de savoir si d'autres types d'informations peuvent suppléer cette carence. Le tableau 5 présente les résultats obtenus en validation, selon la même procédure suivie pour l'obtention du tableau 4, des modèles construits uniquement sur base des variables non financières.

Classification originale	Classification prévue					
	T+1		T+2		T+3	
	Faillies	Non Faillies	Faillies	Non Faillies	Faillies	Non Faillies
Logit						
Faillies (%)	66		80		88	
Non Faillies (%)		90		84		92
Arbres						
Faillies (%)	69		79		84	
Non Faillies (%)		90		84		92
Utadis						
Faillies (%)	69		82		92	
Non Faillies (%)		90		84		93

Table 5. Taux de bonne classification (en %) des modèles non-financiers

Les résultats du tableau 5 sont fort intéressants car nous découvrons que ces modèles sont en mesure de classer dès la première année près de 70% des entreprises faillies, 80% la deuxième année et plus de 90% la troisième année tout en conservant de très bons résultats pour les entreprises actives. Nous observons de manière générale que la méthode UTADIS obtient des résultats légèrement meilleurs sauf pour la première année où les arbres de décision font jeu égal.

Comme pouvaient le laisser augurer les tableaux 2 et 3, ces très bons résultats reposent presque exclusivement sur le délai entre la date de clôture des comptes annuels et leur dépôt

à la Banque Nationale. Les autres variables apportent une information marginale. Ainsi, en choisissant un délai de 18 mois entre la date de clôture des premiers comptes annuels et le dépôt de ces comptes à la Banque Nationale, nous sommes capables de séparer correctement 45 entreprises actives et 30 faillies. En d'autres termes, 45 entreprises actives sur les 49 ont déposé leurs comptes annuels dans les 18 mois qui suivent la clôture de ces comptes. Dans le même temps, 30 entreprises faillies sur les 49 que contient notre échantillon n'ont pas déposé leurs comptes annuels dans ce même délai de 18 mois. A elle seule, cette variable est capable de reclasser correctement 76.5% (75/98) de toutes les entreprises.

5 Conclusions

Suite à notre revue de la littérature sur la prédiction de faillites, nous avons pu mettre en avant certains points communs aux applications réalisées au cours des dernières décennies. La confrontation de ces éléments avec le contexte belge nous a permis de prendre conscience des particularités de ce dernier et de l'inadaptation de certains enseignements extraits de la littérature. Ainsi, il ressortait que l'énorme majorité des modèles de prédiction de faillites sont exclusivement basés sur des ratios financiers calculés à partir des comptes annuels. Or, nous avons montré que la disponibilité des comptes annuels en Belgique était fort précaire. Cette carence dans l'information financière diffusée par les entreprises belges nous permettait également de douter de la pertinence de construire un échantillon d'entreprises uniquement sur base de la disponibilité des informations financières comme c'est le cas dans la plupart des applications. Enfin, les jeunes entreprises ont très rarement fait l'objet d'une attention soutenue de la part des chercheurs alors que les entreprises de moins de 5 ans représentent près de la moitié des entreprises faillies en Belgique.

Forts de ces constatations, nous avons apporté plusieurs adaptations qui permettent le développement de modèles propres au contexte belge. Ainsi, nous avons décidé d'étudier toutes les entreprises déclarées en faillite au cours d'une même année par le tribunal de Tournai. Ensuite, nous avons choisi de pallier l'absence fréquente d'informations financières par l'utilisation de variables non extraites des comptes annuels. Nous tentons d'apprécier l'utilité de ces variables de 2 façons. Premièrement, en essayant de voir si les variables non financières peuvent compléter utilement les variables financières et, deuxièmement, en considérant si, à elles seules, elles sont capables de prédire correctement les faillites d'entreprises. En outre, soucieux d'accorder une meilleure attention aux jeunes entreprises, nous développons pour ces dernières nos modèles de prédiction selon une optique nouvelle qui prend comme point de départ la constitution de l'entreprise et non plus sa faillite.

Les premières analyses des informations disponibles nous ont déjà permis de mettre en évidence certaines choses. Ainsi, il s'est avéré que nos craintes liées à la disponibilité des comptes annuels étaient légitimes. En effet, plus de la moitié des entreprises faillies de moins de 5 ans n'ont jamais déposé aucun compte annuel. Notre analyse verticale du bilan et du compte de résultats a également apporté son lot d'enseignements. Premièrement, la part des capitaux propres dans le passif est largement négative pour les entreprises faillies alors qu'elle est toujours positive pour les entreprises actives. Deuxièmement, nous avons observé des disparités importantes au niveau des dettes et plus particulièrement des dettes à court terme. Celles-ci représentent entre 65 et 79% du passif total des entreprises faillies alors qu'elle avoisinent 50% du passif total pour les entreprises actives. Au niveau du compte de résultats, nous avons noté que la part de la marge brute consacrée aux rémunérations est toujours largement supérieure pour les entreprises faillies. L'importance de la marge brute consacrée aux rémunérations permet d'expliquer en grande partie le résultat d'exploitation

négalif parmi les entreprises faillies. Enfin, il existe également des différences considérables entre les deux types d'entreprises au niveau du fonds de roulement net qui montre clairement que les entreprises faillies doivent financer une part importante de leurs immobilisations par des dettes à court terme.

Nous avons développé 3 types de modèles (financiers, mixtes et non financiers), à l'aide de 3 méthodes différentes (Logit, arbre de décision et UTADIS) et sur 3 années. Il ressort de nos résultats que les variables non financières n'enrichissent pas significativement l'information financière. Il est par ailleurs difficile de comparer l'efficacité des modèles financiers étant donné l'optique novatrice que nous avons choisie pour ces entreprises. Nous pouvons cependant affirmer que les résultats permettent de considérer les modèles obtenus comme des outils tout à fait valables de prédiction de faillites. Au niveau des variables importantes, il ressort que les différents résultats (avant ou après amortissements ou à affecter), la liquidité immédiate, la part de la marge brute consacrée aux charges de personnels et le fonds de roulement net sont des indicateurs importants à ne pas négliger pour établir un diagnostic. De leur côté, les variables non financières seules sont capables d'obtenir de très bons résultats. Ces résultats sont d'autant plus encourageants que les modèles non financiers ont cette particularité de pouvoir émettre un diagnostic sur toutes les entreprises et non plus seulement sur celles qui publient leurs comptes annuels. La variable la plus pertinente dans ce diagnostic est le délai qui sépare la clôture des comptes annuels de leur dépôt à la Banque Nationale. Pour ce qui est des méthodes, nous constatons clairement que la méthode UTADIS obtient très souvent les meilleurs résultats.

La poursuite de cette étude empirique passera par l'élargissement de notre échantillon aux entreprises déclarées en faillite en 2000 par le Tribunal de commerce de Liège. Nous pourrions ainsi établir si les conclusions établies pour les entreprises tournaisiennes seront corroborées ou non.

References

- [Altman, 1968]E. Altman. Financial ratios, discriminant analysis and the prediction of corporate bankruptcy. *The Journal of Finance XXIII*, 4:589–609, 1968.
- [Beaver, 1966]W. Beaver. Financial ratios as predictors of failure. *Empirical research in accounting : selected studies, supplement to Journal of Accounting Research*, 4:71–111, 1966.
- [Daubie and Meskens, 2002]M. Daubie and N. Meskens. *New Trends in Banking Management*, chapter Business Failure Prediction : A Review and Analysis of the Literature, pages 71–86. Springer-Verlag, C. Zopounidis, 2002.
- [Dimitras and Hurson, 1995]C. Zopounidis Dimitras, A. and C. Hurson. Une méthode d'aide multicritère à la décision pour l'estimation du risque de faillite. *Foundation of Computing and Decision Sciences*, 20(2):99–112, 1995.
- [Dimitras and Zopounidis, 1996]S. Zanakias Dimitras, A. and C. Zopounidis. A survey of business failures with an emphasis on prediction methods and industrial applications. *European Journal of Operational Research*, 90:487–513, 1996.
- [Doumpos and Zopounidis, 2002]M. Doumpos and C. Zopounidis. *Multicriteria Decision Aid Classification Methods*. Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [Keasey and Watson, 1987]K. Keasey and R. Watson. Non-financial symptoms and the prediction of small company failure: A test of argenti's hypotheses. *Journal of Business, Finance and Accounting*, 14(3):335–354, 1987.

- [Keasey and Watson, 1988]K. Keasey and R. Watson. The non-submission of accounts and small company financial failure prediction. *Accounting and Business Research*, 19(73):47–54, 1988.
- [Keasey and Watson, 1991]K. Keasey and R. Watson. Financial distress prediction models: A review of their usefulness. *British Journal of Management*, 2:89–102, 1991.
- [Malecot, 1988]J.-F. Malecot. Prévission statistique de la défaillance: Questions de méthodes et questions pratiques. *La revue banque*, 479:8–12, Janvier 1988.
- [Peel and Pope, 1985]D. Peel Peel, M. and P. Pope. Some evidence on corporate failure and the behaviour of non-financial ratios. *The Investment Analyst*, 75:3–7, January 1985.
- [Peel and Pope, 1986]D. Peel Peel, M. and P. Pope. Predicting corporate failure-some results for the uk corporate sector. *Omega*, 14(1):5–12, 1986.

A multicriterion evaluation of the performance of tunisian bank agencies

Nesrin Halouani¹, Habib Chabchoub¹, and Jean Marc Martel²

Unité de recherche Logistique, Gestion Industrielle et Qualité (LOGIQ)
Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, Cité Universitaire
Institut Supérieur de Gestion Industrielle Sfax-Tunisie
Ste-Foy, Québec, G1K-7P4, Canada
(e-mail: halouani-nesrin@yahoo.fr)

Abstract. The structure complexity of the banking institutions and the changes awaited, which had with the unstable economic conditions and the new world tactics, encouraged the experts and researchers to continue studies on the performance evaluation of this structure. The need for studying the performance of a bank in the aim of evaluation and classification is well-known. The performance constitutes a good indicator of success which makes it possible to compare the banking agencies and can provide a guide in order to elaborate the suitable interventions. In fact, the total performance of an agency can be seen under various aspects. Thus, several criteria can apprehend it in a direct or indirect way. These criteria are often conflictual and incommensurable. In this study, we propose a multicriterion methodology to evaluate the total performance of Tunisian bank agencies. This methodology takes as a starting point the index by [Martel *et al.* (1998)] that made use of the concepts of the ideal and the anti-ideal, of the CRITIC method for the calculation of coefficients of relative importance of criteria and the method EXPROM-2 to get a cardinal assessment. The methodology suggested was tested on the network of agencies of a Tunisian bank.

Keywords: multicriterion evaluation, total performance, outranking relations, ideal and anti-ideal.

1 Introduction

The total performance of a banking agency can be seen under various aspects. So, several criteria can apprehend it in a direct or indirect way. In practice, this performance is generally evaluated using financial ratios which result from the cost accounting systems and which are tools allowing a monetary measurement of the performance. Another approach which exists in the literature is that of the multivariate analysis based on statistical models. However, these methods are not still suitable owed to their unrealistic hypotheses and their dependences to a single measurement of the performance of the agencies. Then, a solution consists, to work out an index of performance taking into account of all the indicators available judged to be most representative of the real situation of the agency and most informative for all parts interested intervening directly or indirectly in the activity of the bank (responsible, director,...). A best tool allowing the development of this index could be multicriterion analysis, owing to the fact that it takes into account often conflict and incommensurable criteria. In the present study, one will try to evaluate

the total performance of the agencies of a Tunisian bank in order to rank them. Thus, to mitigate several difficulties related to the modelling of the imperfections of the evaluations, we propose to implement a multicriterion index for the ranking of the banking agencies based on the outrankings methods. The proposed tool of aggregation in this study is provided by the index of [Martel *et al.* (1998)] which consists of a modification of PROMETHEE method [Brans and Vincke (1985)] being based on the concepts of ideal and anti-ideal. This tool, while being very simple and easily comprehensible, makes it possible to land the problematic of multicriterion evaluation in this study. In this study, we have resort to two methods namely, EXPROM-2 method and CRITIC method. EXPROM constitutes an extension of the PROMETHEE method which based on the notion of ideal and anti-ideal solutions. It should be noted that the ideal and anti-ideal alternatives do not belong to the set of actions X , although being directly derived from the existing alternative choices. They simply represent the extreme limits on the performances, set by the special constraints of the problem under consideration. They can also be defined independently from the examined actions, representing however some realistic goals. In both cases, they can serve as anchor points for a comparative evaluation of the scores attained by the feasible actions of the set X . namely, they generate to the decision maker the impulse to move as closely as possible toward the ideal alternative and as far as possible from the anti-ideal one. The CRITIC method is a weighting method assigning objective coefficient of relative importance (c.r.i). It is based on the notion of conflicts and information amount. It is effectively applicable in the performance context. The decision makers don't have the same perceptions in front of the c.r.i, so they can't affect the same weights for the same method. Thus, the decision maker intervention in the weighting process complicates it. Hence, we should have a subjective process of weighting. So, the choice of the CRITIC method.

2 The index of Martel *et al.* (1998):

Martel *et al.* (1998) proposed a procedure which allows an absolute evaluation of a banking institution by comparing it with two fictitious entities (agencies): ideal (\bar{A}) and another anti-ideal (\underline{A}). This procedure leads to the construction of a multicriterion index of performance. The ideal agency is built by combining the best possible evaluations than any agency can have on each criterion considered; whereas the anti-ideal agency is made up in order to have the worst possible evaluations on each criterion. In theory, the best and the worst evaluation on each criterion are obtained from the actual values. However, if all the agencies are not evaluated what is often the case, those which are it constitute a sample of a vaster population. One can then, as that is done in [Martel *et al.* (1998)], to use the boundaries of a confidence interval to determine these extreme values. Thus, the evaluations of the fictitious entities according to m criteria $g_j, j := 1, 2, \dots, m$ are

$$V(\bar{A}) := \{g_1^*, \dots, g_j^*, \dots, g_m^*\} \quad (1)$$

$$V(\underline{A}) := \{g_{1*}, \dots, g_{j*}, \dots, g_{m*}\} \quad (2)$$

where for a criteria to maximize

$$gj := \text{Min} [\text{Max}g_j(A_i), \mu_j + 3\sigma_j] \quad (3)$$

$$gj := \text{Max} [\text{Min}g_j(A_i), \mu_j - 3\sigma_j] \quad (4)$$

- $\text{Max}g_j(A_i)$ is the greatest actual value in the sample for the criterion gj ,
- $\text{Min}g_j(A_i)$ is the smallest actual value in the sample for the criterion gj ,
- μ_j and σ_j is the average and the standard deviation of the evaluations according to j ,

It follows from these definitions that the index of performance, $I(A)$, is calculated for any agency and must satisfy the following condition:

$$I(\underline{A}) \leq I(A) \leq I(\overline{A}) \quad (5)$$

Being given that each agency (A) is compared with \underline{A} and \overline{A} , while being based on PROMETHEE-II, the preference function for each pair of agencies is calculated as follows: For a criterion to be maximized, we have:

$$P_j(\underline{A}, A) := \begin{cases} 0 & \text{if } g_j(\underline{A}) \leq g_j(A) \\ H_j(\underline{d}) & \text{if } g_j(\underline{A}) > g_j(A) \end{cases} \quad (6)$$

$$P_j(A, \overline{A}) := \begin{cases} 0 & \text{if } g_j(A) \leq g_j(\overline{A}) \\ H_j(\overline{d}) & \text{if } g_j(A) > g_j(\overline{A}) \end{cases} \quad (7)$$

where,

$$\overline{d}_j := g_j(\overline{A}) - g_j(A) \quad (8)$$

$$\underline{d}_j := g_j(A) - g_j(\underline{A}) \quad (9)$$

$H_j(\overline{d})$ and $H_j(\underline{d})$ represent a criterion function among the 6 types of criteria functions of PROMETHEE method, for example. The net flows are obtained as follow:

$$PN(\overline{A}) := 1 + P(\overline{A}, A) \quad (10)$$

$$PN(A) := P(A, \underline{A}) - P(\overline{A}, A) \quad (11)$$

$$PN(\underline{A}) := - [1 + P(\overline{A}, A)] \quad (12)$$

where,

$$P(\bar{A}, A) := \sum_{j=1}^m w_j P_j(\bar{A}, A) \quad (13)$$

$$P(A, \underline{A}) := \sum_{j=1}^m w_j P_j(A, \underline{A}) \quad (14)$$

$\sum w_j := 1$, w_j being the coefficient of relative importance of the criterion g_j . The net flow of each agency (A) measures the intrinsic performance of this agency independently of the others. Thus it corresponds, with the financial health of each unit A . From where the index of financial health for banking unit A , is:

$$I(A) := [a + bPN(A)] 100 \quad (15)$$

Where, if $\Delta := PN(\bar{A}) - PN(\underline{A})$, $a := -PN(\underline{A}) \div \Delta$ and $b := 1 \div \Delta$

So, we doesn't have to compare the banking agencies two to two, but to compare each agency with two extreme agencies: the ideal one and the anti-ideal one.

3 Requirements and limits of the index of Martel *et al.* (1998):

The appraiser in question in this study is often composed of a group of people (experts). For example to calculate their index, Martel *et al.* (1998) chose the "Ranking and Rating" method, accompanied by a Delphi procedure for obtaining a consensus, to determine the coefficients of relative importance (c.r.i) of the criteria. It is a simple method, but which requires many information on behalf of the appraiser, which information is generally subjective. This type of methods is likely to have a skew and inconsistencies which are not easy to identify and to eliminate and which is due to quite human limits. Several direct and indirect methods exist for the determination of the c.r.i. ([Mousseau (1992)]; [Noghin (1992)]; [Podinivski (1994)]; [Solymosi and Dombi (1986)]). One tried to choose that which adapts best with the problems of our study and the process of aggregation retained. It was found that the CRITIC method [Diakoulaki *et al.* (1995)] of "objective" weighting seems well adapted in this context. CRITIC Method (Criteria Importance Through Intercriteria Correlation), is based on an approach consisting in determining objective c.r.i. without the direct intervention of an appraiser. These c.r.i. are measured by the average quantity of information and are generated by a whole given of alternatives through each criterion, reflects the conflict nature of the criteria. This method stipulates that the higher the values of the c.r.i., the more the scores of the alternatives examined through the various criteria are differentiated. Diakoulaki *et al.* (1995) add another dimension to the concept of the information emitted by the criteria in a multicriterion analysis, is that of the conflict between the various criteria which constitute the heart of a multicriterion evaluation. The problem is that the incorporation of several interdependent criteria can decrease the range of the results, while the arbitrary withdrawal of some criteria can involve a loss of possibly useful information. The

suggested method makes it possible to exceed this kind of limits while incorporating in the c.i.r obtained objectively, in a simultaneous way, the intensity of contrast and the conflict which are naturally associated with the context and the structure of evaluation, in order to extract from it all the information contained in the selected criteria of evaluation. Second limit in the index of Martel *et al.* (1998), concerns the procedure of aggregation which provides a complete preordre which excludes the incomparability between agencies. This preordre constitutes a concrete tool for the appraiser, but who is sometimes insufficient. This complete preordre expresses the preferences through an ordinal scale, i.e. the agencies are ranked by order. Therefore, in cases where two agencies are neither equivalent nor incomparable, one says that an agency is more powerful than another, but one cannot say of how much. This constitutes a limit of the PROMETHEE- II method and also of the index of Martel *et al.* (1998). To overcome this limitation, Diakoulaki and Koumoutsos (1991) developed an extension of the PROMETHEE- II method named EXPROM-2. This last be to arrange the alternatives on a cardinal scale in order to express the intensity of the preference of the decision maker. Thus and with an aim of extending the range of the index of Martel and al. (1998), we tried within the framework of this study to propose an index which is based on the process of aggregation of the EXPROM-2 method while wheiting the criteria according to CRITIC method. EXPROM-2 constitutes an extension and a modification of the PROMETHEE- II method. It is also based on the concept of ideal and anti-ideal. The ideal alternative (g_j^*) and the anti-ideal one (g_{j*}) are respectively the formed vectors of the bests and the worst evaluations observed in the sample (or in the population). The introduction of the ideal and anti-ideal alternatives into the construction of the outranking relations characterizing a given whole of alternatives leads for every couple of alternatives a and b to define two separated indices of performance : a weak performance index (noted WP) and a strict performance index (noted SP).

$$WP(a, b) := \sum_{j=1}^m w_j WP_j(a, b) \tag{16}$$

This index indicates the degree of preference of the alternative a compared to the alternative b, with $WP_j(a, b) := P_j(a, b)$ as in PROMETHEE;

$$SP(a, b) := \sum_{j=1}^m w_j SP_j(a, b) \tag{17}$$

The strict preference index strict indicates the strict preference level existing between two alternatives, with:

$$SP_j(a, b) := Max \{0, (d_j(a, b) - L_j) \div (dm_j - L_j)\} \tag{18}$$

where:

- L_j is the limit of the preference p_j , i.e. a threshold where the preference equal to 1. It takes value 0 for the usual criterion, and the values q_j, p_j or σ_j for the five other criteria.

- dm_j is the difference between the extreme values limit (maximum and minimal values according to the criterion j), $dm_j := f_j(x^*) - f_j(x_*)$.

The third type of index is that of the total preference which is the sum of the two preceding indices, it is calculated in the following way:

$$TP(a, b) := \text{Min} \{1; WP(a, b) + SP(a, b)\} \quad (19)$$

The total performance index represents a precise measurement of the intensity of the preference of an alternative overall the others for all the criteria [Diakoulaki and Koumoutsos (1991)]. According to these authors, the ranking of alternatives resulting from this method is much more reliable. The net flow of an alternative according to the EXPROM method represents a clear superiority measurement of this alternative among all others. Thus, net flow can be exploited for both the ranking the alternatives and the construction of a cardinal scale, assigning significant numerical values for these alternatives. The information included in this scale is of an importance when the differentiation of the examined alternatives must be given in quantitative terms.

4 The proposed multicriterion index of evaluation

It is useful to present the process of construction of the multicriterion index which we propose to evaluate the agencies of a Tunisian bank. Thus, the stages through which the index is elaborate can be represented in diagram I. The suggested index consists of a combination of three methods, the index of Martel *et al.* (1998) with the EXPROM-2 method, in order to lead to a total ranking of the agencies on a cardinal scale, and the CRITIC method, in order to lead to objective weighting of criteria. Thus, to profit from the reduction of the number of comparisons per pairs, all the agencies will be compared not between them but compared to the ideal and anti-ideal entities. These entities of references will be built in the same manner as in the index of financial health of Martel *et al.* (1998). From where, there will be a new index of total performance of the banking agencies starting from this combination of methods which follows the various stages of construction presented in diagram I.

1st stage: Evaluation of the agencies according to each criterion:

The criteria of the bank very often present a rather strong interdependence. The appraiser associates to each criterion a criterion function among the 6 functions of the PROMETHEE-II method. From where, he must fix thresholds. These thresholds are usually fixed in a subjective way. Thus, to obtain more objectivity these thresholds could be fixed like a dispersion function of the evaluations: for example $p_j := \sigma_j$ and $q_j := 0, 1\sigma_j$.

2nd stage: Determination of evaluations of the references agencies:

$$V(\bar{A}) := \{g_1^*, \dots, g_j^*, \dots, g_m^*\} \text{ and } V(\underline{A}) := \{g_{1*}, \dots, g_{j*}, \dots, g_{m*}\} \quad (20)$$

where,

$$g_j^* := \text{Min} [\text{Max}g_j(A_i), \mu_j + 3\sigma_j] \text{ and } g_{j*} := \text{Max} [\text{Min}g_j(A_i), \mu_j - 3\sigma_j] \quad (21)$$

3rd stage: Weighting of the criteria:

The CRITIC method was retained to calculate objective weights according to the following formula:

$$w_j := Q_j \sum_{j=1}^m Q_j \quad (22)$$

where Q_j is the average quantity of information:

$$Q_j := \sigma_j \sum_{k=1}^m (1 - R_{jk}^s) \quad (23)$$

σ_j : standard deviation which quantifies the intensity of contrast associated with the criterion j ,

$\sum_{k=1}^m (1 - R_{jk}^s)$: conflict measure created by the criterion j ,

R_{jk}^s : Spearman correlation coefficient.

4th stage: Aggregation of the local performances:

The selected process of aggregation to build our index is EXPROM-2 method modified by the introduction of references agencies. These modifications touched all the component indices the index of total performance. Thus, for exploiting the outranking relations, it is necessary to present each change brought to the three types of indices of the EXPROM-2 method already quoted. The weak preference index of the EXPROM-2 method is transformed into two indices. The first comparing the agencies compared to ideal agency and the second comparing the agencies compared to anti-ideal agency. One will thus attend a reduction of the number of comparisons which is going to pass of $((n - 1)n)$ to $(2.n)$ for each type of index taken individually. The same thing for the indices of strict and total preference. One will thus have, like indices:

- The weak performance indices:

$$P(\bar{A}, A) := WP(\bar{A}, A) := \sum_{j=1}^m w_j WP_j(\bar{A}, A) \quad (24)$$

It measures the degree of performance of agency A compared to the agency \bar{A} .

$$P(A, \underline{A}) := WP(A, \underline{A}) := \sum_{j=1}^m w_j WP_j(A, \underline{A}) \quad (25)$$

It measures the degree of performance of agency A compared to the agency \underline{A} , where

$$WP_j(\bar{A}, A) := P_j(\bar{A}, A) \text{ and } WP_j(A, \underline{A}) := P_j(A, \underline{A}) \quad (26)$$

- The strict performance indices: These indices which measure the strict performance level existing between two agencies are:

$$SP(\bar{A}, A) := \sum_{j=1}^m w_j SP_j(\bar{A}, A) \text{ and } SP(A, \underline{A}) := \sum_{j=1}^m w_j SP_j(A, \underline{A}) \quad (27)$$

With

$$SP_j(\bar{A}, A) := \text{Max} \{0, (d_j(\bar{A}, A) - L_j) \div (dm_j - L_j)\} \quad (28)$$

$$SP_j(A, \underline{A}) := \text{Max} \{0, (d_j(A, \underline{A}) - L_j) \div (dm_j - L_j)\} \quad (29)$$

These two formulas are those of partial strict preference indices. They make it possible to differentiate the strict performance. The factor dm_j is equal to $f_j^* - f_j^*$ and the factor L_j represents the limit of the preference.

- The total performance indices:

$$TP(\bar{A}, A) := \text{Min} \{1, WP(\bar{A}, A) + SP(\bar{A}, A)\} \quad (30)$$

$$TP(A, \underline{A}) := \text{Min} \{1, WP(A, \underline{A}) + SP(A, \underline{A})\} \quad (31)$$

These indices are precise measurement of the intensity of the performance, which is the clear superiority of an agency over the others. The three types of calculated indices enable us to exploit the outranking relations; we will have three types of flows:

- Outgoing flows:

They measure the force of the outranking relation.

$$TP^+(\bar{A}) := 1 + TP(\bar{A}, A) \quad (32)$$

$$TP^+(A) := TP(A, \bar{A}) + TP(A, \underline{A}) \quad (33)$$

$$TP^+(\underline{A}) := 0 \quad (34)$$

- Entering flows:

They measure the weakness of the outranking relation.

$$TP^-(\bar{A}) := 0 \quad (35)$$

$$TP^-(A) := TP(\bar{A}, A) + TP(\underline{A}, A) \quad (36)$$

$$TP^-(\underline{A}) := 1 + TP(A, \bar{A}) \quad (37)$$

- Nets flows: They give a measure of the intensity of the performance, which is the clean superiority of the agency among all the others, which in consequence allows of building a cardinal scale.

$$TP(\bar{A}) := 1 + TP(\bar{A}, A) \quad (38)$$

$$TP(A) := TP(A, \underline{A}) - TP(A, \bar{A}) \quad (39)$$

$$TP(\underline{A}) := - [1 + TP(A, \underline{A})] \quad (40)$$

5th stage: Final ranking: The ranking of the agencies is carried out in a decreasing way according to this index:

$$I(A) := [(TP(A) - TP(\underline{A})) \div (TP(\bar{A}) - TP(\underline{A}))] 100 \quad (41)$$

5 Application of the suggested index to the Tunisian context:

In this section, we illustrate the suggested index by an application to the indicators of performance of a Tunisian bank. The bank has 97 agencies and it uses a list of 15 criteria of performance. We briefly present the criteria of performance of the bank, firstly. We describe the various steps for the construction of the suggested index, secondly. Lastly, we interpret the results obtained in the last paragraph.

5.1 Criteria of performance:

To evaluate the performance of its agencies, the bank is based on a list of criteria. These criteria which have the shape of ratios are:

- Rate of the resources := resources of the agency / total resources of the bank. The resources of an agency are consisted by deposits and holdings of the customers, as well as the monetary and financial instruments.
- Rate of employment := uses of the agency / total uses of the bank. The uses of an agency are consisted the appropriations on the customers, the wallet - titles and the fixed assets.
- Rate of the total operations := total operations of the agency / total operations of the bank. The total operations are made up the operations carried out at the national level.
- Rate of the operations with the foreigner := operations with the total foreigner of the agency / operations with the foreigner of the bank. The operations with the foreigner are consisted the operations of import and export as well as the financial transfer operations carried out by the agencies in term of a number.

- Rate of the operations with the foreigner in volume := operations with the foreigner of the agency in total volume / operations with the foreigner in volume of the bank. The operations with the foreigner are consisted the operations of import and export as well as the financial transfer operations carried out by the agencies in term of volume.
- Rate of engagements by signature := a number of engagements per signature of the agency / a total number of engagements per signature of the bank. Engagements by signature of an agency relate to primarily engagements against guarantees and engagements customers in the form of guarantees, of downstream and credits on security.
- Rate of incur daily := incur daily agency / total incur daily bank. The rate of incur daily expresses itself by the daily volume of transactions realized by the agency.
- Rate of authorizations of appropriations := a number of authorizations of appropriations of the agency / a total number of authorizations of appropriations of the bank. The distribution of appropriations is a significant criterion owing to the fact that it affects the strategy of the bank. These appropriations divided into three main categories: appropriations of management to the companies, appropriations with the private individuals and financing of the investment.
- Rate of treated effects := a number of treated effects of the agency / a total number of treated effects of the bank.
- Activity ratio of the year := movement of the year of the agency / total movement of the year of the bank. The movements of the year refer to the movements various accounts of the agency.
- Rate of the actions := a number of actions of the agency / a total number of actions of the bank. This rate makes it possible to bring the authorized capital closer to the agency in a number of actions compared to that of the bank.
- Average activity ratio monthly := monthly average volume of activity of the agency / total monthly average volume of activity of the bank. The average activity ratio monthly relates to the average volume of transactions monthly realized by the agency.
- The score equipment := total equipment of the agency / a number of personnel of the bank. The equipment is consisted computer equipment and office automation with which the bank or the agency is equipped.
- Rate of BNE := volume of the BNE of the agency / total volume of the BNE of the bank. The banking net earnings (BNE), is among the most famous indicators as regards measurement of profitability. It represents the difference between the products and the banking running costs. It constitutes indeed, a good measurement of the capacity of the agency to generate a margin of interests reflecting its effort of financial intermediation.
- Cover rate := total commissions of the agency / volume of the BNE of the agency. The commissions of an agency or a bank in general are the sums that the bank profits by giving a favour, a privilege with a customer. This ratio measures the share of the commissions in the construction of the BNE.

It is noticed that the data do not contain, unfortunately, criteria referring to the risk. From where all these criteria are of type to be maximized and the evaluations are the ratios. At this stage, it should be noted that some of the criteria used by the bank present a correlation between them. However, which initially interests us in this study is the methodological aspect of the suggested index. Moreover these criteria must be revised periodically to be updated. Thus, the suggested index will be able applied even if the criteria are possibly modified. Moreover, the selected method of weighting adapts well to this context owing to the fact that it accounts for the correlation being able exists between the criteria.

5.2 Types of criteria functions:

It is necessary to define the types of criteria functions for each criterion. In order to apply the index, we choose a sample of 30 agencies among the most representatives. The types of functions as well as the values of the parameters are presented in the table 1.

	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}	g_{12}	g_{13}	g_{14}	g_{15}
H_j	III	I	I	III	IV	III	III	II	III	II	IV	V	V	IV	IV
<i>Parameter</i>	p	-	-	p	q,p	p	p	q	p	q	s	q,p	q,p	s	s
p	0,12	-	-	0,05	0,1	0,04	0,07			0,02			0,016	0,015	
q					0,01			0,02		0,05		0,0016	0,015		
s											0,01			0,01	0,01

Table 1. Types of preference functions

The appraisers chose these types of function-criteria. However, to be able to calculate these functions, it is first of all necessary to seek the values of the thresholds of preference (p), indifference (q) and the deviation (s). As we already indicated, we has chooses $p_j := \sigma_j$ and $q_j := 0,1\sigma_j$ (with $\sigma_j := s_j$). To be able to calculate the index, it is necessary to determine the c.r.i. obtained according to the CRITIC method (table 2).

W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6	W_7	W_8	W_9	W_{10}	W_{11}	W_{12}	W_{13}	W_{14}	W_{15}
0,04	0,05	0,06	0,04	0,06	0,06	0,07	0,05	0,09	0,05	0,11	0,09	0,04	0,15	0,05

Table 2. c.r.i according to the CRITIC method

5.3 Interpretation of the results

The ranking obtained (see table 5 and 6) according to the suggested index enabled us to introduce thresholds to model the imperfections in the evaluations and to choose

the function-criteria which adapt best with the types of built criteria. It also enabled us to classify the banking agencies according to their levels of clear performances on a cardinal scale. The agency 14 is at the head of ranking, i.e. it is closest to the ideal agency (\bar{A}) and furthest away from the anti-ideal agency (\underline{A}), contrary to the agency 25 which is located at the last row. In fact, the performance of agency 14 is 2.55 (60,12/23,57) times more higher than the performance of agency 25. It is noticed that there are certain agencies which do not have the same row in the two rankings. In order to know the cause, we largely discussed with the responsible of the bank. We has leads that the method used by the bank doesn't make intervene preferences of decision-makers and it doesn't have really a multicriterion view.

A ₁₄	60, 12%
A ₁₈	57, 49%
A ₁₅	53, 44%
A ₉	50, 98%
A ₂₀	50, 40%
A ₁₉	50, 00%
A ₂	48, 21%
A ₁	45, 45%
A ₆	45, 25%
A ₁₆	44, 93%
A ₂₇	40, 55%
A ₁₇	40, 46%
A ₅	40, 00%
A ₁₀	38, 66%
A ₇	38, 36%
A ₁₃	37, 99%
A ₂₆	35, 21%
A ₁₁	34, 17%
A ₂₂	34, 15%
A ₁₂	33, 59%
A ₈	33, 42%
A ₂₉	33, 16%
A ₄	32, 80%
A ₂₁	30, 76%
A ₃₀	30, 23%
A ₃	28, 36%
A ₂₄	28, 35%
A ₂₃	26, 33%
A ₂₈	24, 28%
A ₂₅	23, 57%

Table 3. Ranking of the proposed index

A ₁₈	3, 50%
A ₁₉	2, 60%
A ₁₄	2, 20%
A ₂₀	1, 90%
A ₁₅	1, 70%
A ₂	1, 60%
A ₉	1, 60%
A ₁₆	1, 50%
A ₁	1, 30%
A ₆	1, 20%
A ₁₃	1, 10%
A ₁₀	1, 10%
A ₇	0, 90%
A ₂₇	0, 80%
A ₁₁	0, 80%
A ₁₂	0, 70%
A ₂₁	0, 70%
A ₅	0, 60%
A ₈	0, 60%
A ₂₂	0, 60%
A ₁₇	0, 50%
A ₂₃	0, 40%
A ₂₄	0, 40%
A ₂₅	0, 40%
A ₂₆	0, 40%
A ₃	0, 30%
A ₄	0, 30%
A ₃₀	0, 30%
A ₂₉	0, 20%
A ₂₈	0, 20%

Table 4. Ranking of the bank

A ₁₄	60, 12%
A ₁₈	57, 49%
A ₁₅	53, 44%
A ₉	50, 98%
A ₂₀	50, 40%
A ₁₉	50, 00%
A ₂	48, 21%
A ₁	45, 45%
A ₆	45, 25%
A ₁₆	44, 93%
A ₂₇	40, 55%
A ₁₇	40, 46%
A ₅	40, 00%
A ₁₀	38, 66%
A ₇	38, 36%
A ₁₃	37, 99%
A ₂₆	35, 21%
A ₁₁	34, 17%
A ₂₂	34, 15%
A ₁₂	33, 59%
A ₈	33, 42%
A ₂₉	33, 16%
A ₄	32, 80%
A ₂₁	30, 76%
A ₃₀	30, 23%
A ₃	28, 36%
A ₂₄	28, 35%
A ₂₃	26, 33%
A ₂₈	24, 28%
A ₂₅	23, 57%

Table 5. Ranking of the proposed index

A ₁₈	3, 50%
A ₁₉	2, 60%
A ₁₄	2, 20%
A ₂₀	1, 90%
A ₁₅	1, 70%
A ₂	1, 60%
A ₉	1, 60%
A ₁₆	1, 50%
A ₁	1, 30%
A ₆	1, 20%
A ₁₃	1, 10%
A ₁₀	1, 10%
A ₇	0, 90%
A ₂₇	0, 80%
A ₁₁	0, 80%
A ₁₂	0, 70%
A ₂₁	0, 70%
A ₅	0, 60%
A ₈	0, 60%
A ₂₂	0, 60%
A ₁₇	0, 50%
A ₂₃	0, 40%
A ₂₄	0, 40%
A ₂₅	0, 40%
A ₂₆	0, 40%
A ₃	0, 30%
A ₄	0, 30%
A ₃₀	0, 30%
A ₂₉	0, 20%
A ₂₈	0, 20%

Table 6. Ranking of the bank

6 Conclusion

Within the framework of this work, we proposed a multicriterion index which allows on the one hand the evaluation of total performance of the banking agencies on a cardinal scale and on the other hand the classification of these agencies by the increasing importance. It also makes it possible to eliminate subjectivity and to have neutral evaluations. From where, the suggested index comes to overcome some disadvantages raised by the index of financial health of Martel *et al.* (1998) of which it is inspired. The application of the multicriterion index developed on a sample of agencies of a Tunisian bank allowed us:

- To model the imperfections associated with the evaluations with the agencies,

- To release an index of performance which accounts for the level of total performance starting from several criteria of evaluation considered in a simultaneous way,
- To determine objectively the relative importance of each criterion considered in the determination of the total performance of the agency,
- To have a ranking of the various agencies in which they are classified according to their respective index of performance and on a cardinal scale, assigning a significant numerical value for each one.

References

- [Martel *et al.* (1998)]J-M. Martel, R. Zmitri, and Y. Dumas. Un indice multicritère de santé financière pour les succursales bancaires. *FINECO*, 8(2):107-121, 1998.
- [Brans and Vincke (1985)]J.P. Brans and Ph. Vincke. A preference ranking organization method, the PROMETHEE method. *Management Science*, 31:647-656, 1985.
- [Diakoulaki and Koumoutsos (1991)]D. Diakoulaki and N. Koumoutsos. Cardinal ranking of alternative actions: extension of the PROMETHEE method. *European J. of Operational Research*, 53:337-347, 1991.
- [Diakoulaki *et al.* (1995)]D. Diakoulaki, G. Mavrotas, and L. Papayannakis. Determining objective weights in multiple criteria problems: the CRITIC method. *Computers and Operations Research*, 22:763-770, 1995.
- [Mousseau (1992)]V. Mousseau. Analyse et classification de la littérature traitant de l'importance relative des critères en aide multicritère à la décision. *RAIRO*, 26:367-389, 1992.
- [Noghin (1992)]V.D. Noghin. Relative importance of criteria: a quantitative approach. *Journal of Multi-criteria Decision Analysis*, 6:355-363, 1997.
- [Podinivski (1994)]V.V. Podinivski. Criteria importance theory. *Mathematical Social Sciences*, 27:237-252, 1994.
- [Solymosi and Dombi (1986)]T. Solymosi and J. Dombi. A method for determining the weights of criteria: the centralized weights. *European J. of Operational Research*, 26:35-41, 1986.

Gestion quantitative des risques pour les banques et les assurances.*

Jacques Janssen¹ and Raimondo Manca²

¹ CESIAF, Centre d'Etudes Interuniversitaire d'AssureFinance
Bld Paul Janson, 84 bte 9
Tel: +32 71 304843, Fax: +32 71 305877
(e-mail: cesiaf@belgacom.net)

² Dipartimento di Matematica per le Decisioni
Economiche, Finanziarie ed Assicurative
Università "La Sapienza", via del Castro Laurenziano, 9
00181 Roma, Italy
Tel: +39 6 49766507, Fax: +39 6 49766765
(e-mail: raimondo.manca@uniroma1.it)

Résumé

Cet article a pour but de donner une vue générale de la gestion quantitative des risques pour les banques et les assurances en insistant sur les principes de gestion prudentielle, de contrôle interne et externe tout en sauvegardant le principe de l'optimisation du rendement menant à un juste équilibre entre les intérêts des consommateurs et des actionnaires, seul capable de sauvegarder l'activité économique sous les contraintes sociales, politiques et économiques sévissant actuellement dans l'Union européenne.

Mots clés: Markowitz, risques financiers, gestion actif passif, règles prudentielles, rendement.

Summary

This paper presents a general overview concerning the quantitative risk management for banks and insurance companies taking into account of prudential rules, both internal and external (i.e. coming from the Supervisor) but having as main aim the optimisation of the return of equity. However, this last point must also save the rights of the consumers of the considered market and in the European Union under the constraints of the rules of Basel I, II for banks and Solvency I, II for the insurance companies.

Keywords: Markowitz, financial risks, asset liability management, prudential rules, return.

1 Le choix des investissements

Le problème fondamental du choix entre deux investissements financiers, le premier fournissant un montant S_1 à l'instant t_1 et le deuxième un montant S_2 à l'instant t_2

* Recherche financée avec un MURST financement

n'a pas de solution optimale même lorsque tant les montants que les instants sont déterministes.

Ceci est dû au fait l'environnement économique et financier du monde réel ne permet pas de doter l'ensemble des couples $\{(S_k, t_k), k : 1, \dots, N\}$, S_k, t_k représentant respectivement la valeur du cash flow et le temps auquel il est perçu, d'un ordre total dans lequel les deux couples $(S_1, t_1), (S_2, t_2)$ seraient comparables.

Les financiers utilisent alors le concept de *valeur actuelle* qui, dans le cas d'une courbe de taux plate avec un intérêt annuel i , donne comme valeurs actuelles des deux placements:

$$(VA)_j = \frac{S_j}{(1+i)^{t_j}}, j = 1, 2$$

et donc il est possible de sélectionner le meilleur des deux investissements correspondant à la valeur actuelle maximum bien que reste posé le problème du réinvestissement du cash flow libéré qui implique la connaissance des *taux forward*, c-à-d les taux valables à cette époque pour les différentes maturités possibles.

Ce critère reste valable avec une courbe de taux quelconque, i.e. pour laquelle le taux d'intérêt annuel pour le calcul de la valeur actuelle dépend de la maturité t et vaut donc $i(t)$; dans ce cas la formule précédente devient:

$$(VA)_j = \frac{S_j}{(1+i(t_j))^{t_j}}, j = 1, 2$$

et, toujours avec la réserve du réinvestissement, la comparaison effectuée avec l'ordre total des nombres réels reste possible.

Cette approche fonctionne encore pour la comparaison de deux *flux financiers* $F = \{(F_j, t_j), j = 1, \dots, n\}$, $G = \{(G_j, t_j), j = 1, \dots, n\}$ en supposant toujours les montants et les instants déterministes; en effet, dans ce cas on a comme valeurs actuelles:

$$(VA)_F = \sum_{j=1}^n \frac{F_j}{(1+i(t_j))^{t_j}},$$

$$(VA)_G = \sum_{j=1}^n \frac{G_j}{(1+i(t_j))^{t_j}}.$$

Néanmoins cette approche est tout à fait insuffisante car elle ne peut se généraliser au cas de montants des flux et des échéances aléatoires.

L'incertitude sur les montants nécessite l'introduction d'une *mesure de risque*.

2 La gestion de portefeuille à la Markowitz

[Markowitz (1957)] a abordé ce problème dans le cadre de la gestion des portefeuilles d'investissement portant sur plusieurs actifs en introduisant la *variance du rendement* comme mesure de risque en plus du *rendement espéré* ce qui a donné naissance au concept de *frontière efficiente*.

Comme tout dépendra de l'attitude de l'investisseur face au risque (*risk averse* ou *risk lover?*), ce concept constitue certes un outil *d'aide à la décision* mais ne répond pas à la question : quel est le portefeuille optimal?

La réponse étant quantifiée dans le plan (moyenne, variance) et l'attitude face au risque déterminée, Markowitz donne alors la constitution du portefeuille "optimal" en utilisant les techniques de programmation mathématique de la RO.

Cette approche datant de plus de cinquante ans maintenant est encore utilisée couramment en gestion de portefeuille. Quelques améliorations ont été apportées notamment avec le concept *de semi-variance* pour lequel le risque se mesure sur les écarts entre le rendement réel et moyens négatifs.

3 Le modèle de Black-Scholes-Samuelson pour la gestion d'actifs du type action

Il faut cependant remarquer que la réponse apportée par Markowitz, basée sur le rendement moyen, gomme le caractère aléatoire de l'évolution des actifs du type action et c'est à Samuelson qu'on doit le premier modèle d'évolution connu sous le nom de *mouvement brownien géométrique*

$$S = (S(t), 0 \leq t \leq T),$$

$S(t)$ représentant la valeur de l'actif en t comme solution de l'équation différentielle stochastique:

$$\begin{aligned} dS &= \mu S dt + \sigma S dB(t), \\ S(0) &= S_0, \end{aligned}$$

$B = (B(t), 0 \leq t \leq T)$ étant un mouvement brownien standard défini sur un espace de probabilité filtré $(\Omega, \mathfrak{F}, (\mathfrak{F}_t), P)$

Les paramètres du modèle μ, σ représentent respectivement le *rendement instantané* et la *volatilité* (annuelle) de l'actif.

Le calcul de Itô permet de trouver la forme explicite de la solution sous la forme suivante:

$$S(t) = S_0 e^{(\mu - \frac{\sigma^2}{2})t} e^{\sigma B(t)}.$$

Une conséquence fondamentale de ce modèle est la lognormalité de $S(t)$, quel que soit t , ce qui est conforme avec de nombreuses études empiriques faites sur des marchés jugés efficaces.

Sous réserve de l'estimation de la tendance et de la volatilité, il est alors possible de construire des intervalles de confiance pour $S(t)$ malheureusement trop grand pour les valeurs éloignées de t surtout sur les marchés hautement volatils.

Néanmoins, nous verrons plus toute son utilité pour les mesures de risque demandées par les autorités de contrôle.

Mentionnons que, ce modèle a été repris par [Black, Scholes (1973)] et [Merton(1973)] pour évaluer la valeur d'options *call* et *put* sur un actif.

4 Les modèle OUV et CIR pour la gestion d'actifs du type obligataire

En ce qui concerne les placements en *obligations*, le problème a été traité par [Vasicek (1977)] en modélisant le taux d'intérêt instantané par un processus stochastique gouverné par l'équation différentielle stochastique:

$$\begin{aligned} dr &= a(b - r)dt + \sigma dB(t), \\ r(0) &= r_0. \end{aligned}$$

Une conséquence de ce modèle est la normalité de $r(t)$ quelque soit t .

Le calcul de Itô permet de trouver la forme explicite de la solution sous la forme suivante:

$$r(t) = r_0 e^{-at} + b(1 - e^{-at}) + \sigma e^{-at} \int_0^t e^{at} dB(t).$$

Sous réserve de l'estimation de la constante de rappel a , du taux spot long terme b et de la volatilité σ , il est alors possible de construire des intervalles de confiance pour $r(t)$ permettant de dégager des scénarii optimiste et pessimiste *déterministes* pour l'évolution des taux.

La normalité entraîne la possibilité d'avoir des valeurs négatives du taux, raison pour laquelle Cox, Ingersoll et Ross on développé un modèle excluant cette malheureuse éventualité basé sur la dynamique stochastique suivante :

$$\begin{aligned} dr &= a(b - r)dt + \sigma \sqrt{r(t)} dB(t), \\ r(0) &= r_0. \end{aligned}$$

Ce modèle non-linéaire ne permet pas de trouver une solution explicite mais donne néanmoins des résultats intéressants sur les marginales de

$$r(t), t > 0.$$

Ces modèles permettent d'évaluer la valeur des obligations et des options sur obligation en tenant compte de la *prime de risque*.

Signalons que les nombreuses simulations que nous avons effectuées donnent souvent des résultats semblables quelque soit le modèle utilisé.

5 La gestion actif passif ou l'ALM

5.1 Les indicateurs de duration et de convexité

Ces outils d'évaluation permettent tant aux banques qu'aux compagnies d'assurances de mieux maîtriser le *risque de taux* par l'élaboration de *techniques de couverture* (hedging) via les techniques de l'ALM (*Asset Liability Management*)

au cas où leur bilan présente un *missmatching de duration*, à savoir une exposition trop forte au risque de taux.

En supposant que le taux du marché monétaire soit constant, c-à-d indépendant des maturités, nous savons que la valeur actuelle du flux financier

$$F = \{(F_j, t_j), j = 1, \dots, n\}$$

en $t = 0$ vaut:

$$C(i) = \sum_{j=1}^n F_j (1+i)^{-t_j}$$

A titre de scénario sur les taux, supposons que le taux subisse une variation à la hausse ou à la baisse de Δi ; pour mesurer son effet, on considère l'accroissement

$$\Delta C = C(i + \Delta i) - C(i)$$

que l'on approxime par la formule de Taylor avec un développement jusqu'à l'ordre 2:

$$\Delta C \cong C'(i)\Delta i + \frac{1}{2}C''(i)(\Delta i)^2$$

Les calculs donnent alors les résultats suivants:

$$C'(i) = -\sum_{j=1}^n F_j t_j (1+i)^{-t_j-1}, C''(i) = \sum_{j=1}^n F_j t_j (t_j + 1) (1+i)^{-t_j-2}$$

Il en résulte que l'accroissement relatif se met sous la forme:

$$\frac{C(i + \Delta i) - C(i)}{C(i)} \cong -D_m(i)\Delta i + \frac{1}{2}CV(i)(\Delta i)^2,$$

avec

$$D_m(i) = \frac{1}{1+i}D(i), D(i) = \frac{1}{C(i)} \sum_{j=1}^n t_j F_j (1+i)^{-t_j},$$

$$CV(i) = \frac{1}{C(i)} \sum_{j=1}^n t_j (t_j + 1) F_j (1+i)^{-t_j-2},$$

$$C(i) = \sum_{j=1}^n F_j (1+i)^{-t_j}.$$

Les indicateurs $D(i)$, $D_m(i)$ et $CV(i)$ portent respectivement les noms de **duration**, **duration modifiée (ou sensibilité)** et **convexité**.

Remarquons que duration et convexité sont indépendantes de l'unité monétaire choisie et donc de la devise pour autant que l'on travaille avec le même taux de marché dans les différentes devises, ce qui n'est en général pas le cas!

L'intérêt de la formule

$$\frac{C(i + \Delta i) - C(i)}{C(i)} \cong -D_m(i)\Delta i + \frac{1}{2}CV(i)(\Delta i)^2 \quad (1)$$

est évident; en effet, en première approximation, le second terme du membre de droite peut être négligé par rapport au premier, d'où la nouvelle approximation:

$$\frac{C(i + \Delta i) - C(i)}{C(i)} \cong -D_m(i)\Delta i$$

ou

$$C(i + \Delta i) - C(i) \cong -D_m(i)\Delta i \times C(i).$$

La duration constitue donc bien une mesure du risque de taux pour de faibles amplitudes des variations de ce taux: plus la duration est petite, moins il y a sensibilité au risque de taux.

Il est donc clair que si l'investisseur a le choix entre deux flux financiers équivalents au point de vue rendement, il choisira pour minimiser son risque de taux, celui de duration minimum et si il trouve encore deux investissements équivalents, il choisira celui de convexité minimum. On voit ainsi apparaître l'arbre de décision: maximiser la valeur actuelle (en cas d'un investissement, ensuite minimiser la duration et enfin s'il reste des possibilités, minimiser la convexité.

Il est aisé de vérifier que le zéro-coupon de maturité T a une duration de T.

Exemple 1

Si l'on s'attend à une variation de 50 points de base à la baisse, avec une duration modifiée de 3, la variation relative sera approximativement de 1.5 % à la hausse et donc si la valeur de $C(i)$ est de 100 millions F, la variation absolue vaudra 1.5 millions F.

Si le taux *augmente* (*diminue*) de 25BP (0,0025), alors la valeur de l'obligation *diminue* (*augmente*) de $5,666(5,785) \times 0.0025 = 1,4165\%$ ($1,44625\%$).

Ceci conduit au **tableau de bord** ALM suivant:

Exemple 2

L'obligation de maturité 7 ans, de 1000 EUROS et de coupon 60 (50) a une duration de Hicks de 5,666 (5,785) avec un taux d'actualisation de 5 %.

5.2 Matching actif/passif (statique)

a) Matching à un taux

Considérons, à un instant initial d'évaluation, noté $t = 0$, en général la date du jour, deux flux futurs A et B , l'un en actif et l'autre en passif; représentés respectivement par

valeur de marché du flux	$C(i)$
duration	$D(i)$
duration modifiée	$Dm(i)$
convexité	$CV(i)$
impact relatif de +1BP	perte de $Dm(i) * 1BP$
impact relatif de -1BP	gain de $Dm(i) * 1BP$
impact absolu de +1BP	perte de $Dm(i)C(i) * 1BP$
impact absolu de -1BP	gain de $Dm(i)C(i) * 1BP$

Table 1. Tableau de bord de l'ALM statique

$$A = \{(A_j, t_j), j = 1, \dots, n\}, B = \{(A_j, t_j), j = 1, \dots, n\}.$$

La nouvelle notion est celle de **surplus** en valeur de marché, toujours actualisée en $t = 0$.

Le *surplus* relatif au couple de flux $\{A, B\}$ par rapport au taux constant i , noté $S(i)$, vaut

$$S(i) = \sum_{j=1}^n (A_j - B_j) (1 + i)^{-t_j}$$

ou encore:

$$S(i) = \sum_{j=1}^n A_j (1 + i)^{-t_j} - \sum_{j=1}^n B_j (1 + i)^{-t_j}$$

La relation (1) utilisée séparément pour A et B avec comme variation de taux anticipée donne:

$$S(i + \Delta i) - S(i) \cong -[A(i) D_{m,A}(i) - B(i) D_{m,B}(i)] \Delta i + \frac{1}{2} [CV_A(i) A(i) - CV_B(i) B(i)] (\Delta i)^2. \quad (2)$$

En posant maintenant:

$$\begin{aligned} D_{m,S}^G(i) &= [A(i) D_{m,A}(i) - B(i) D_{m,B}(i)], \\ CV_S^G(i) &= [CV_A(i) A(i) - CV_B(i) B(i)], \end{aligned} \quad (3)$$

appelées respectivement **duration modifiée globale** et **convexité globale** du surplus, il vient:

$$S(i + \Delta i) - S(i) \cong -D_{m,S}^G(i) \Delta i + \frac{1}{2} CV_S^G(i) (\Delta i)^2 \quad (4)$$

relation du type (1) mais cette fois avec la possibilité d'avoir la duration modifiée globale et la convexité globale négatives.

L'approximation du premier ordre donne

$$S(i + \Delta i) - S(i) \cong -D_{m,S}^G(i) \Delta i \quad (5)$$

$A(i)$ et $B(i)$ étant respectivement les valeurs actuelles des flux A et B , les durations modifiées respectivement des flux A et B .

On en déduit que la position de $\{A, B\}$ sera insensible à des petites variations de taux ou encore **immunisée** lorsque la durée du surplus modifiée globale est nulle c-à-d ssi l'égalité suivante a lieu:

$$A(i)D_{m,A}(i) = B(i)D_{m,B}(i). \quad (6)$$

En particulier, si $A(i)$ et $B(i)$ sont égaux, cette égalité se réduit à l'égalité des durations modifiées des flux de l'actif et du passif:

$$D_{m,A}(i) = D_{m,B}(i).$$

Bien entendu, une position de non-immunisation n'est pas forcément défavorable, c-à-d qu'elle peut entraîner une augmentation du surplus; cela sera le cas si et seulement si:

$$A(i_A)D_{m,A}(i_A) - B(i_B)D_{m,B}(i_B) < 0$$

ou encore si et seulement si:

$$\frac{A(i_A)D_{m,A}(i_A)}{B(i_B)D_{m,B}(i_B)} < 1.$$

Ce dernier rapport apparaît bien comme le véritable indicateur du *matching de durations*.

Notons encore qu'en cas d'immunisation, le terme du second ordre, soit la convexité du surplus indique un effet favorable ou défavorable de variations des taux à la hausse comme à la baisse selon que cette convexité est positive ou négative.

Exemple 3

Supposons avoir deux flux A et B donnant les résultats suivants au taux de 3%:

$$A(0.03) = 105 \text{ millions}, B(0.03) = 100 \text{ millions}, D_{m,A} = 3, D_{m,B} = 3.15.$$

Ici, le surplus vaut 5 millions et la formule (5) donne comme résultat $D_{m,S}^G = 0$ et donc il y a immunisation i.e., l'entreprise est à l'abri de petites variations de taux.

Si maintenant, nous supposons que les convexités valent:

$$CV_A = 85, CV_B = 60,$$

a convexité globale du surplus se calcule par la deuxième formule de (3) qui donne ici la valeur $2925(10)^6$.

De la formule (4), il résulte alors que:

$$S(0.03 + \Delta i) - S(0.03) \cong 1462.5x10^6 (\Delta t)^2.$$

Ainsi si on anticipe une hausse ou une baisse de 25 BP, le surplus augmentera environ de 9140F, tandis que si la variation est de 50BP, il augmente cette fois de 36562.5F. En pourcentage du surplus, cela donne respectivement des augmentations de $1.828(10)^{-3}$ et de $7.3125(10)^{-3}$.

Nous constatons l'effet de la non-linéarité car en doublant l'accroissement du taux, en pourcentage, la variation du surplus est multipliée environ par 4.

Evidemment si la convexité globale du surplus est négative, par exemple de $-1462.5(10)^6$, alors les chiffres précédents restent vrais en valeurs absolues, mais cette fois, il s'agira d'une baisse du surplus et non d'une hausse alors que dans le cas d'un seul flux, la prise en compte de la convexité conduit toujours à une augmentation (légère) de la valeur du flux (effet levier), que les taux soient à la hausse ou à la baisse.

Remarques

1) Nous avons présenté les notions de **duration** et de **convexité globales** du surplus mais il est clair que l'on peut aussi introduire les équivalents relatifs en revenant à la relation (2) et en divisant par $S(i)$; on obtient alors:

$$\frac{S(i+\Delta i)-S(i)}{S(i)} \cong -\frac{[A(i)D_{m,A}(i)-B(i)D_{m,B}(i)]}{S(i)}\Delta i + \frac{1}{2}\frac{[CV_A(i)A(i)-CV_B B(i)]}{S(i)}(\Delta i)^2.$$

Ceci permet maintenant de définir la *duration relative* et la *convexité relative* du surplus par les relations suivantes:

$$D_{m,S}^R(i) = \frac{[A(i)D_{m,A}(i)-B(i)D_{m,B}(i)]}{S(i)},$$

$$CV_S^G(i) = \frac{[CV_A(i)A(i)-CV_B B(i)]}{S(i)},$$

d'où:

$$\frac{S(i+\Delta i)-S(i)}{S(i)} \cong -D_{m,S}^R(i)\Delta i + \frac{1}{2}CV_S^G(i)(\Delta i)^2.$$

Exemple 3 (suite)

En relatif, nous obtenons les résultats suivants:

$$D_{m,S}^R(0.03) = 0, CV_S^G(0.03) = \frac{2925 \times 10^6}{5 \times 10^6} = 585,$$

$$\frac{S(0.03+\Delta i)-S(0.03)}{S(0.03)} \cong 292.5(\Delta i)^2.$$

En prenant une baisse de 25BP ou une hausse de 50BP, ces formules donnent respectivement un gain relatif de 1.828 millièmes et de 7.3125 millièmes comme déjà trouvés ci-dessus.

2) Matching actif/passif (statique) à deux taux

Le raisonnement qui vient d'être tenu peut se généraliser au cas où les taux utilisés pour l'actif et le passif sont différents.

Ceci est particulièrement important dans le cas des compagnies d'assurances qui offrent pour leurs opérations vie un taux maximal garanti alors que le rendement des valeurs représentatives couvrant cette sinistralité peuvent très bien l'être à un autre taux différent. Par le passé, ce dernier était souvent supérieur à 4.75%; ceci est nettement moins évident à l'heure actuelle. Vu l'environnement des taux très bas que nous connaissons, il semble vouloir se stabiliser notamment face à l'avènement de l'EURO autour de 3%.

5.3. L'ALM et le management financier de l'entreprise

Lorsque la compagnie n'est pas en position d'immunisation ou du moins en situation défavorable, elle doit, dans toute la mesure de ses possibilités d'action, ajuster ses flux d'actif et de passif de façon à se rapprocher le plus de la relation (6).

Ceci peut se faire par ajustements successifs ou en une fois: cette procédure porte le nom de **matching (statique) des durations**.

Elle implique toute une série de mesures faisant intervenir la gestion de la compagnie alertée au niveau de son Conseil d'Administration par le *comité ALM* dont le premier rôle est de tester le matching soit au niveau **global** du bilan (et hors bilan), soit à un niveau **local** correspondant à différents sous-postes choisis du côté de l'actif et du passif du bilan.

Du côté de l'actif, cela implique une restructuration du portefeuille tandis que du côté du passif, une compagnie d'assurances par exemple doit agir essentiellement sur les coûts et les fréquences de sa sinistralité par épuration de portefeuille clients (usage de la segmentation en assurances auto), par une réassurance optimale soit encore par des actions de marketing en vue d'accroître sa production.

A la **question clé**: comment réduire un mismatching?, on peut apporter la réponse suivante:

réduire ou augmenter une durée se fait en intervenant sur les flux financiers, c-à-d soit sur les **montants** des flux soit sur les **maturités**, soit sur **les deux à la fois**.

Les principaux outils utilisés sont:

- le rebalancement des échéanciers, par exemple avec les **swaps**,
- la modification des montants avec l'utilisation des produits optionnels (**calls, puts et options synthétiques**)
- l'utilisation des **dérivés de crédit**,
- le **rebalancement** du portefeuille.

Signalons encore qu'en cas d'immunisation ou de quasi immunisation, on peut raffiner l'étude par la prise en compte des convexités en vue de voir de quel côté se trouve **l'effet levier**.

En cas d'immunisation au premier degré, nous obtenons:

$$S(i_A + \Delta i, i_B + \Delta i) - S(i_A, i_B) \cong \frac{1}{2} [A(i_A)CV_A(i_A) - B(i_B)CV_B(i_B)] (\Delta i)^2$$

C'est donc le poste avec la convexité pondérée la plus grande qui bénéficie de l'effet levier.

Ceci montre bien que la notion d'optimisation d'un surplus ne se résume pas à un arbre de décision comme celui présenté dans le cas du choix d'un investissement mais à une suite d'actions beaucoup plus complexe!

6 Autres types de risque

Le *risque de taux*, représenté par les modifications des postes de l'actif et du passif du bilan suite aux mouvements de la courbe des taux, n'est pas le seul risque à prendre en compte, loin de là!

En schématisant de manière pertinente, on peut dire que l'ALM constitue maintenant un outil essentiel intégré au *risk management* devant prémunir l'entreprise concernée contre les principaux risques auxquels elle se trouve confrontée tout au long de ses activités tout en lui garantissant une gestion optimale de la rentabilité de ses fonds propres (voir [Fabozzi, Konishi(1995)], [Bessis (1995)], [Janssen (1993)]).

Sans être exhaustif, rappelons que ces *principaux* risques sont: *le risque de taux, le risque de change, le risque commercial, le risque de liquidité, le risque de faillite, le risque systémique et le risque de modélisation.*

Le *risque systémique* consiste en un emballement possible du système financier international en tout ou en partie, local (type récente crise asiatique) ou global (crise de 1929).

Le *risque de modélisation*, nouvellement épinglé, consiste au dérapage que peut provoquer l'utilisation des modèles théoriques par rapport aux résultats des opérations effectuées sur base de leur application.

Dans une optique de gestion des risques, il importe donc de pouvoir mesurer anticipativement l'impact non seulement des mouvements de taux mais aussi d'autres paramètres à quantifier en vue de pouvoir se prémunir au maximum des leurs impacts négatifs pour la gestion de l'entreprise.

A cet effet, il importe tout d'abord de disposer des *outils* suivants:

1. un *DBMS* (Data Base Management System) performant, et ce en vue d'obtenir de manière la plus correcte possible les flux financiers futurs d'actif et de passif,
2. la ou les *courbe(s)* des taux (yield curve(s)) devant servir pour l'actualisation de ces flux,
3. un *scénario* central ainsi que quelques variantes en vue de paramétrer au minimum les incertitudes inévitables du futur de l'environnement économique, social et financier dans lequel baigne l'entreprise,
4. des *variables décisionnelles* sur lesquelles l'entreprise peut agir tels que par exemple le portefeuille d'actifs et/ou de produits dérivés et pour le passif le coût des actions commerciales ou encore de l'augmentation de certains coûts de production,

En ce qui concerne les *outils mathématiques*, retenons les notions suivantes:

- la *modélisation stochastique* (modèle d'évolution de taux d'intérêt par exemple de Ornstein-Uhlenbeck-Vasicek, de Cox-Ingersoll-Ross ou de Heath-Jarrow-Morton), chaque modèle permettant de simuler des scénarii de structure des taux d'intérêt et d'évaluer la valeur de certains produits dérivés,

- la *Recherche Opérationnelle* permettant de résoudre un programme linéaire ou non-linéaire, notions indispensables dans l'approche de Markowitz de gestion d'un portefeuille d'actifs, y compris les modèles de simulation indispensables pour appréhender quelques trajectoires stochastiques possibles de l'environnement économique, social et financier dont il est question ci-dessus.

Parmi les risques cités ci-dessus, il faut signaler le *risque de crédit* et le *risque de défaut*, le premier étant produit par l'activité essentielle des banques de convertir les avoirs déposés par ses clients en octrois de prêts souvent à long terme.

La protection contre ce risque se fait notamment par l'utilisation des techniques de *credit scoring* et l'utilisation de *systèmes à base de connaissance* en complément non négligeable permettant d'évaluer la probabilité de non remboursement du client considéré.

Le *risque de défaut* se rencontre lorsqu'une banque ou une compagnie d'assurances fait un placement en obligations et donc prend le risque de voir l'émetteur défaillant avant ou à la maturité du placement et donc de ne plus pouvoir faire face à ses engagements; il devient le *risque pays* en cas de transaction avec des gouvernements.

Ce risque est souvent assurable par des compagnies spécialisées et de plus fort pris en compte par les *agences de rating* du type Standard et Poors par exemple dont les notations et leurs changements éventuels constituent une information capitale pour les deux parties.

Enfin, le risque le plus grave est évidemment le *risque de faillite*, encore appelé *risque de ruine* par les actuaires, risque qui est lui aussi appréhendé par l'élaboration de modèles stochastiques adéquats.

A ce propos, signalons que le cas des assurances est particulier étant donné *l'inversion du cycle de production* qu'elles subissent et que cela nécessite une modélisation stochastique adéquate de leur *sinistralité* tant au niveau de la *fréquence* des sinistres que de leurs *montants* ainsi que la prise en compte de la *réassurance*.

7 La gestion prudentielle imposée par la réglementation européenne

Pour terminer, il faut mettre l'accent sur les *règles prudentielles* de plus en plus sophistiquées mises en place au niveau européen (Bâle I et Bâle II, Solvency I, Solvency II) voire au niveau mondial et ce dans un souci de protection du consommateur; ce phénomène renforce l'utilisation des modèles stochastiques et plus généralement de l'arsenal quantitatif allié, dans un futur proche, aux développements récents des sciences cognitives.

En ce qui concerne les assurances, la notion retenue est celle de RBC (Risk Based Capital) ou encore de capital économique représentant les fonds propres

nécessaires pour effectuer le paiement des sinistres des assurés avec une très forte probabilité, par exemple 99,9%, notion qui pour les actuaires est identique à la probabilité de ruine en théorie du risque, vieille de près de 100 ans avec les travaux de l'actuaire suédois [Lundberg (1909)]!

Dans cette perspective d'évolution de la réglementation, mentionnons que les entreprises financières pourront de plus en plus faire appel à des *modèles internes* pour estimer leur exposition aux différents *risques opérationnels* par la construction d'indicateurs du type VaR (*Value at Risk*) rendant ainsi indispensable la prise en considération des modèles stochastiques de gestion des risques tant à leur niveau qu'à celui des autorités de contrôle, celles-ci étant toujours, pour le moment, à l'échelon national en Europe et ce, en attendant des mesures d'uniformisation au niveau de l'Union Européenne d'abord, au niveau mondial ensuite.

D'un point de vue théorique, le concept d'optimisation est de plus en plus mélangé à celui de minimisation des différents indicateurs de risque au point que l'optimisation n'intervient qu'après avoir satisfait aux contraintes réglementaires.

Ainsi les banques et les assurances ont tout intérêt à minimiser les valeurs du RBC et des différentes VaR afin de libérer au maximum le capital nécessaire à leur croissance tout en étant dans la légalité vis-à-vis des autorités de contrôle, ce qui de plus devrait rencontrer le souhait des consommateurs.

Enfin, il ne faut pas négliger le futur impact des normes IAS en comptabilité avec l'introduction de la fair value et de la comptabilité des actifs financiers en valeur de marché, ce qui fait grincer les dents de plus d'une compagnie d'assurances habituées à la comptabilité à la valeur d'achat.

References

- [Bessis (1995)]J. Bessis, *Gestion des risques et gestion actif-passif des banques*, Dalloz, Paris. 1995.
- [Black, Scholes (1973)]Black and Scholes, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy*, **81**, 637-659. 1973.
- [Fabozzi, Konishi(1995)]F.F. Fabozzi and A.Konishi, *Asset Liability Management*, Probus Publishing Cy, New York. 1995.
- [Janssen (1993)]J. Janssen, Asset Liability Management for banking and insurance, *Bulletin de l'ISI*, **55**, p.253-269. 1993.
- [Lundberg (1909)]Lundberg, On the theory of reinsurance. In *History of Actuarial Science*. Vol VII Habermann S., Sibbett T. A. (eds) (1995) p. 291-344. 1909.
- [Markowitz (1957)]Markowitz, *Portfolio selection: Efficient diversification of investments* Cowles Foundation for Research in Economics at Yale University, Monograph 16 Wiley, New York. 1957.
- [Merton(1973)]Merton R. C., An intertemporal capital asset pricing model *Econometrica***41**, 867-887. 1973.
- [Vasicek (1977)]Vasicek, Characterization of the Term structure. *Journal of Financial Economics* **5**, p. 177-188. 1977.

Use of an ordinal sorting technique (TOMASO) in stock selection

Patrick Meyer

Service de Mathématiques Appliquées
Faculté de Droit, d'Economie et de Finance
Université du Luxembourg
162a, avenue de la Faiencerie
L-1511 Luxembourg
(e-mail: patrick.meyer@uni.lu)

Abstract. This paper briefly presents the evolutions of the ordered sorting procedure TOMASO based on the Choquet integral as a discriminant function. The method uses information provided by the Decision Maker (DM) in terms of a set of prototypes (alternatives well-known to the DM). This questioning is restricted to his expertise domain and not to technical parameters linked to the method. The method works in two steps. First of all, the ordinal data is transformed into partial net scores, where each alternative is compared to all the other ones for each point of view. Then, the Choquet integral is used to aggregate these partial net scores. The values of the capacity of the aggregator are learnt from the reference set of prototypes. This note finally shows that it is possible to use TOMASO in a stock selection procedure.

Keywords: TOMASO, Stock selection, Choquet integral.

1 Introduction

In this short paper, we briefly describe the main features of the sorting procedure for ordinal data in a very general case, where the points of view can have interactions. Its name, TOMASO stands for **T**ool for **O**rdinal **M**ulti**A**tttribute **S**orting and **O**rdering. The first version of this method has been described in [Marichal and Roubens, 2001] and [Roubens, 2001].

Later, in [Marichal *et al.*, 2005] the authors present further evolutions to the first ideas, and describe a software which is directly inspired from the sorting procedure. The present paper intuitively presents evolutions to these original methods, namely the solving of a quadratic program to determine the model. For a detailed description of the latest advances the interested reader should refer to [Meyer and Roubens, 2005].

Three important features characterise this method. First of all, the possibility to treat purely ordinal data. Secondly, the use of a Choquet integral [Choquet, 1953] as a discriminant function. And finally, the way the values of the capacity ("weights") of the aggregator are learnt from a reference set of alternatives called prototypes. These three key features allow to treat a quite large set of problems. In particular, the learning feature of the method is interesting as it allows to ask the Decision

Maker (DM) a minimal set of technical details. In order to allow a more effective and objective analysis of the problem, we think that it is useful to have a permanent interaction with the DM. But this questioning should mainly be restricted to his expertise domain and not to technical parameters of the method. The use of the prototypes fits to this philosophy.

The article is organised as follows. First of all, general concepts are introduced in Section 2 and an intuitive description of the method is provided. Then, in Section 3 we show that a stock selection procedure can be aided by TOMASO. Finally, in Section 4 we draw some conclusions, and discuss further improvements.

2 Methodological considerations

The objective of this Section is to present a short and intuitive description of the TOMASO method. The interested reader can refer to [Marichal *et al.*, 2005] and [Meyer and Roubens, 2005] for a description of the specificities of this ordinal sorting procedure. We merely present the general ideas of the method in view of the application presented in Section 3.

2.1 Preliminary reflections

Let A be a set of q potential alternatives which are to be assigned to disjoint ordered classes. Let $F = \{g_1, \dots, g_n\}$ be a set of points of view. For each index of point of view $j \in \mathcal{J} = \{1, \dots, n\}$, the alternatives are evaluated according to a s_j -point ordinal performance scale represented by a totally ordered set $X_j := \{h_1^j \prec_j \dots \prec_j h_{s_j}^j\}$. An alternative $x \in A$ can be identified with its corresponding profile

$$(x_1, \dots, x_n) \in \prod_{j=1}^n X_j =: X,$$

where for any $j \in \mathcal{J}$, x_j is the partial evaluation of x on point of view j .

Consider a partition of $X := \prod_{i=1}^n X_i$ into m nonempty increasingly ordered classes $\{Cl_t\}_{t=1}^m$. This means that for any $r, s \in \{1, \dots, m\}$, with $r > s$, the elements of Cl_r are considered as better than the elements of Cl_s . The sorting problem we are dealing with consists in assigning the alternatives of A to the classes $\{Cl_t\}_{t=1}^m$.

Roubens [Roubens, 2001] justifies how an n -place Choquet integral as a discriminant function and normalised scores as criteria function can be used to solve this problem.

2.2 Building the evaluations

Let us explain how the original ordinal scales are treated in view of an aggregation by means of a Choquet integral. Two natural approaches can be considered: either the score of each alternative is built on the basis of all the alternatives in A

or this score is constructed in a context-free manner, that is, independently of the other alternatives. The DM must be aware that the final results may significantly differ according to the considered approach. Therefore, a prior analysis and a good understanding of the problem is recommended to choose the scores appropriately.

In the first approach, one possible way to build the scores is to consider comparisons of the alternatives on each of the points of view. We consider $S_j(x)$, the j th partial net score of alternative $x \in A$ along point of view $j \in \mathcal{J}$, as the number of times that x is preferred to any other alternative of A minus the number of times that any other alternative of A is preferred to x for point of view j . We furthermore normalise these scores so that they range in the unit interval, i.e.,

$$S_j^N(x) := \frac{S_j(x) + (q - 1)}{2(q - 1)} \in [0, 1] \quad (j \in \mathcal{J}),$$

where $q = |A|$. Clearly, this normalised score is not a utility, and should not be considered as such. Indeed, observing an extreme value (close to 0 or 1) means that x is rather “atypical” compared to the other alternatives along point of view j . Thus, the resulting evaluations strongly depend on the alternatives which have been chosen to build A .

Consider now the second approach, that is, where the score of each alternative does not depend on the other alternatives in A . In this case, we suggest that the DM provides the score functions as utility functions. Alternatively, we can approximate these utility functions by the following linear formula:

$$S_j^N(x) := \frac{\text{ord}_j(x) - 1}{s_j - 1} \in [0, 1] \quad (j \in \mathcal{J}),$$

where $\text{ord}_j : A \rightarrow \{1, \dots, s_j\}$ is a mapping defined by $\text{ord}_j(x) = r$ if and only if $x_j = h_r^j$. In this latter case, S_j^N does not necessarily represent a real utility and probably does not correspond to the utility the decision maker has in mind. We therefore continue to call it a score.

2.3 Moving towards the aggregation

The next step of the method is the aggregation of the normalised partial net scores of a given alternative x by a Choquet integral [Choquet, 1953]. The advantage of this aggregator is mainly that it allows to deal with interacting (depending) points of view. According to the general definition of the Choquet integral, we have in this particular case:

$$\mathcal{C}_v(S^N(x)) := \sum_{j=1}^n S_{(j)}^N(x) [v(A_{(j)}) - v(A_{(j+1)})]$$

where v is a fuzzy measure on \mathcal{J} ; that is a monotone set function $v : 2^{\mathcal{J}} \rightarrow [0, 1]$ fulfilling $v(\emptyset) = 0$ and $v(\mathcal{J}) = 1$. The parentheses used for indexes stand for a permutation on \mathcal{J} such that

$$S_{(1)}^N(x) \leq \dots \leq S_{(n)}^N(x),$$

and for any $j \in \mathcal{J}$, $A_{(j)}$ represents the subset $\{(j), \dots, (n)\}$.

This fuzzy measure (or capacity in this context of the Choquet integral) merely expresses the importance of each subset of points of view. If points of view cannot be considered as independent, the importance of subsets $v(S)$, $S \subseteq \mathcal{J}$ has to be taken into account. The Choquet aggregator presents usual desirable properties. It is continuous, non-decreasing, located between min and max and its characterisation [Marichal, 2000] clearly justifies the way the partial scores have been aggregated.

One can easily understand that it is impossible to ask the DM to give values for the $2^n - 2$ free parameters of the capacity v . Firstly because of the high number of values he should provide, and secondly due to the unclear meaning of the values of the capacity. The information required to build a classification model is therefore obtained by asking the DM to provide a set of prototypes $P \subseteq A$ and their assignments to the given classes; that is a partition of P into prototypic classes $\{P_t\}_{t=1}^m$ where $P_t := P \cap C_t$ for $t \in \{1, \dots, m\}$. The prototypes are well-known alternatives to the DM. As an expert of the analysed field, he has an a priori knowledge which allows him to assign them to the predefined classes. Clearly, this global evaluation depends on the remaining alternatives of $A \setminus P$. Details on how the values of the capacity are derived from this information can be found in [Marichal *et al.*, 2005].

For the purpose of this paper, let us intuitively explain the main steps of this determination. First of all, two possibilities appear: either the assignment of the prototypes is compatible with a Choquet integral as a discriminant function, or some prototypic elements violate the axioms that are imposed to produce a discriminant function of Choquet type ([Marichal, 2000] [Wakker, 1989]), in particular the triple cancellation axiom.

2.4 The ideal scenario

In the first case, some separation conditions (the Choquet integral should strictly separate the classes by $\varepsilon > 0$) put together with the monotonicity constraints on the capacity form a linear program [Marichal and Roubens, 2001] whose unknowns are the values of the capacity, $v(S)$, $S \subset \mathcal{J}$. Furthermore, the non-negative variable ε is to be maximised in order to deliver well separated classes. It is important to recall that the only information which is provided by the DM is the assignment of some prototypes to the predefined classes.

We use the principle of parsimony for the resolution of this problem. This means that we search for a k -additive capacity ([Grabisch, 1997]) v^* which is a solution of the linear program with k as low as possible. The boundaries of the classes are then determined by considering the lowest and the highest values of the Choquet integral of the prototypes in each class. From this point on, the Choquet integral of any alternative x of A can be calculated. This allows to assign x to one of the predefined classes (or to an interval of classes).

2.5 The general scenario

As already stated, it may happen that the linear program described previously has no solution if some conditions are not fulfilled. In such a case, and in order to provide a solution, we suggest to find a capacity which respects as well as possible the classification of the prototypes given by the DM. This is done through the resolution of a quadratic program where we try to minimise the gap between the assignment imposed by the DM and the classification resulting from the aggregation. Intuitively, for a given alternative $x \in P$, its Choquet integral $C_v(S^N(x))$ should be as close as possible to an unknown global evaluation $y(x)$, which respects the classification imposed by the DM on the prototypes. The flexibility lies in the fact that the Choquet integral of the alternatives is not constrained by monotonicity conditions which might violate for example the triple cancellation axiom.

In this case the positive variable ε which ensures (if possible) a strict separation of the classes, plays the role of a parameter, which needs to be fixed by the DM. A correct choice of ε remains one of the main challenges of our future research.

The boundaries of the classes are determined similarly as in the ideal scenario described previously. The difference lies merely in their final structure. Two or more classes may overlap, and the classification of the alternatives of A becomes an assignment to intervals of classes. Therefore, the choice of a good compromise between the complexity of the model and the proper classification of the prototypes is not to be underestimated. One should favour a complex model (high value of k) with less overlapping classes compared to a simple model (low k) with large overlappings.

The assignment of a prototype a to the intervals of classes leads now to two scenarios:

- a is assigned to a single class (interval of length 0) which corresponds to the original class decided by the DM
- a is assigned to an interval of classes and the original class decided by the DM belongs to this interval.

In the following section we show how TOMASO can be used in the context of financial stock selection.

3 Application to stock selection

In the framework of portfolio management, one important task is the selection of the appropriate stock. These stocks can be described by a quite large number of characteristics, such as fundamental figures, financial ratios, price, signals from technical analysis or recommendations from analysts. These financial analysts' recommendations are generally based on the other cited figures and information directly inspired from the market. They give a hint on the quality of a stock and indicate if it should be bought, sold or kept in an existing portfolio. The objective of the small application we present in this Section is to mimic an expert's decisions on a set of stocks. We first present the data and the general objectives. Then we detail the results of TOMASO and draw conclusions.

3.1 Preliminary considerations

Our work with financial experts has clearly shown that the analysis of stocks in view of a recommendation is a multiple criteria decision problem. Furthermore, it can be considered as a ordered sorting problem. The starting point of this analysis is the desire to see if the decisions of a financial analyst can be modelled. The goal is not to replace him by some type of algorithm, but rather to aid him in his decisions.

The matter which interests us here is a set of 22 stocks from the banking sector. Each of these 22 stocks is described on 9 ordinal variables used by the financial expert to decide on its quality. The scales on each of the variables have 5 levels going from very bad to very good. The variables are listed hereafter:

- Capital Adequacy Ratio
- P/NAVPS estimate
- Price Earnings Ratio estimate
- Return on equity estimate
- Cost income estimate
- Analysts' consensus
- Volatility
- Price Earnings Ratio current year
- Earnings Estimate 4 weeks change estimate

The 22 stocks have been evaluated twice on these criteria. Firstly in October 2000 and secondly in April 2001, 6 months later. In 2000, the analyst has also given a global evaluation for each of the 22 stocks. These recommendations are representable by one of the following three classes: buy, hold, sell. A natural order on these classes is given by the following ordered set: $\text{Rec} = \{\text{buy} \succ \text{hold} \succ \text{sell}\}$. The objective of this analysis is to assign the 22 stocks of 2001 to one of these 3 classes by taking into account the recommendations of 2000. In some way, one could say that the goal is to mimic the financial analyst.

These considerations lead us to define the set A of alternatives as the set of 44 stocks (22 stocks evaluated in 2000 and 2001). The prototypes are then the alternatives which obtained a global recommendation in October 2000.

Let us note that the sole information provided by the analyst is knowledge from his domain of expertise. No technical parameters are asked.

3.2 TOMASO's models

In order to determine the model (or the capacity which will provide the Choquet integral and the boundaries of the classes), we decide to build the scores on basis of the set A . We consider that the analyst has taken his decisions by restricting himself to this set.

This problem can be solved by using the linear program, and k -additive solutions exist for $k \geq 3$. They are very similar in terms of the assignments of the 22 stocks evaluated in 2001. As even for $k = 3$ the solution is quite complex (hard to determine interactions among criteria, no easy reading of the capacity), we decide

to analyse hereafter the solution for $k = 9$. But as already stated, the results are very comparable to the simplest model for $k = 3$.

Each of the 22 alternatives of 2001 has been assigned either to a single class or to a union of two neighbour classes. Unfortunately, it was impossible to get the analyst's classification on these 22 alternatives to validate our results. We therefore suggest to test empirically TOMASO's assignments by making a small portfolio management simulation. This should not be considered as an ultimate proof, but merely as a small indication on the quality of the classification.

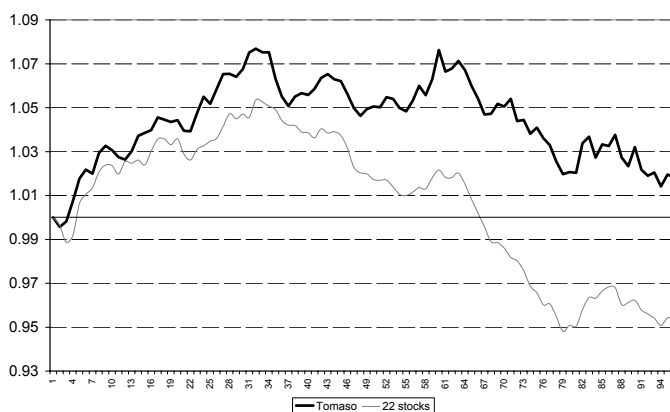


Fig. 1. Evolution of the value of both portfolios

3.3 Portfolio simulation

The simulation we are performing here is very naive. We suppose that on March 31, 2001 a portfolio exists with the 22 stocks equally present. This means that each stock represents $1/22$ of the entire sum invested in the portfolio. On April 1, 2001 the portfolio is revised with the following strategy:

- Remove all stocks from the portfolio which have been assigned to the sell class by TOMASO
- Buy one more portion of each stock assigned to the buy class by TOMASO
- Leave the remaining stocks unchanged

Figure 1 shows two scenarios for the 22 stocks. The first one represents the evolution of the revised portfolio, taking into account the information provided by TOMASO.

The second one is the evolution of the original portfolio of 22 stocks (equally represented) without any change in the structure, starting on April 1, 2001. The abscissa of the graph represents work days. We can see that the information provided by TOMASO is beneficial to the revised portfolio. It's value is permanently above that of the unrevised one. A more detailed analysis of the different recommendations of TOMASO shows that the buy recommendations clearly outperform the original portfolio on a period of 3 months starting in April 2001. The sell recommendations of TOMASO are in general performing worse than the original portfolio. As already stated earlier, this small simulation is not a proof of the ability of TOMASO to mimic the financial analyst.

4 Concluding remarks

We have briefly presented a procedure for ordinal sorting in the presence of interacting points of view. Details on the procedures can be found in [Marichal *et al.*, 2005] and [Meyer and Roubens, 2005]. Future work will concern the simplification of the software in order to make it even more user-friendly. Furthermore, the automatic determination of the separation of the classes in case of the quadratic program will also be one of our major concerns. The implementation of other indexes (veto, favour, . . .) is also planned.

From a practical point of view, we have shown how the method can be applied in a stock selection procedure. The sole information which is used comes from the expertise of the financial analyst. He does not have to deal with technical parameters of the method. The results are promising, but must be considered with much care.

References

- [Choquet, 1953]G. Choquet. Theory of capacities. *Annales de l'Institut Fourier*, 5:131–295, 1953.
- [Grabisch, 1997]M. Grabisch. k -order additive discrete fuzzy measure and their representation. *Fuzzy Sets and Systems*, 92:131–295, 1997.
- [Marichal and Roubens, 2001]J-L. Marichal and M. Roubens. On a sorting procedure in the presence of qualitative interacting points of view. In J. Chojean and J. Leski, editors, *Fuzzy Sets and their Applications*, pages 217–230. Silesian University Press, Gliwice, 2001.
- [Marichal *et al.*, 2005]J-L. Marichal, P. Meyer, and M. Roubens. Sorting multiattribute alternatives: The tomaso method. *International Journal of Computers & Operations Research*, 32:861–877, 2005.
- [Marichal, 2000]J-L. Marichal. An axiomatic approach of the discrete choquet integral as a tool to aggregate interacting criteria. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8:800–807, 2000.
- [Meyer and Roubens, 2005]P. Meyer and M. Roubens. Choice, ranking and sorting in fuzzy multiple criteria decision aid. In J. Figueira, S. Greco, and M. Ehrgott, editors, *State of the Art of Multiple Criteria Decision Analysis*. International Series in Operations Research and Management Science, Kluwer Academic Publishers, 2005. in press.

- [Roubens, 2001]M. Roubens. Ordinal multiattribute sorting and ordering in the presence of interacting points of view. In D. Bouyssou, E. Jacquet-Lagrèze, P. Perny, R. Slowinsky, D. Vanderpooten, and P. Vincke, editors, *Aiding Decisions with Multiple Criteria: Essays in Honour of Bernard Roy*, pages 229–246. 2001.
- [Wakker, 1989]P. Wakker. *Additive Representations of Preferences: A new Foundation of Decision Analysis*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London, 1989.

Les déterminants organisationnels de la performance des décisions des gérants de portefeuilles boursiers

Dr. Jean Moussavou

ESC BRETAGNE BREST
2, avenue de Provence – CS 23812
29238 Brest cedex 3
(e-mail: jean.moussavou@esc-bretagne-brest.com)

Résumé. Si de nombreux ouvrages proposent des outils d'aide à la décision censés permettre d'effectuer des choix d'investissement optimaux – l'optimum correspondant à la maximisation de la richesse de l'investisseur – ils présentent très rarement des éléments permettant d'expliquer le contexte dans lequel les décisions sont prises. La présente étude propose d'examiner l'impact des politiques organisationnelles des sociétés de gestion de portefeuille (SGP) sur la performance des décisions des gérants évoluant sous leur tutelle. L'étude s'appuie sur une série d'entretiens exploratoires organisés avec des responsables de SGP, et d'une analyse de données qualitatives et quantitatives collectées auprès d'un échantillon de SGP et de fonds d'investissement français (SICAV et FCP). Les résultats de l'étude causale (PLS) montrent un pouvoir explicatif des variables organisationnelles sur la performance.

Mots clés : Marchés financiers, Gestion de portefeuille, Société de gestion de portefeuille, Performance de gestion de portefeuille, Architecture organisationnelle.

Abstract. If many works decision-making tools which are supposed to make it possible to carry out optimal choices of investment - optimum corresponding to the maximization of the wealth of the investor - they very seldom present elements making it possible to explain the context in which the decisions are made. The present study proposes to examine the impact of the organisational policies on the performance of the managed funds. This study is based on a series of exploratory interviews with persons in charge of investment management companies, and on an analysis of qualitative and quantitative data collected from a sample of French investment management companies and French mutual funds (SICAV and FCP). The results of the causal study (partial least square) show the explanatory capacity of the organisational variables to influence performance.

Keywords: Financial markets, Portfolio management, Investment management companies, Investment performance, Organizational Architecture.

Introduction

Dans un contexte de marchés financiers devenus de plus en plus complexes et particulièrement risqués pour l'investisseur non initié, nombreux sont les épargnants qui ont recours aux gérants de portefeuille professionnels¹ pour effectuer leurs placements sur ces marchés.

¹ En France, la loi du 2 juillet 1996 sur la modernisation des activités financières attribue l'activité de gestion de portefeuille pour le compte de tiers aux "*entreprises d'investissement*" agréées, plus communément dénommées sociétés de gestion de porte-

Trois aspects principaux jalonnent le quotidien des décisions prises par les gérants de portefeuille : évaluer l'évolution des marchés, la capacité bénéficiaire des firmes émettrices et, enfin, le rendement et le risque des portefeuilles. Les décisions des gérants de portefeuille sont dès lors de nature multidimensionnelle et l'aide multicritère à la décision fournit un cadre méthodologique approprié (Hurson & Zopounidis, 1997). On comprend alors pourquoi certains chercheurs ont été conduits à proposer des outils d'aide à la décision pour résoudre les problèmes inhérents aux choix d'investissement des gérants. Cependant, si de nombreux ouvrages proposent des outils censés permettre d'effectuer des choix optimaux – l'optimum correspondant à la maximisation de la richesse de l'investisseur – ils présentent très rarement des éléments permettant d'expliquer le contexte dans lequel les décisions sont prises (Charreaux, 2001). En outre, pour aider les investisseurs à choisir parmi l'ensemble des véhicules de placement proposés, une industrie de la mesure des performances s'est développée. Or, si la littérature consacrée à la mesure des performances est abondante, rares sont les études essayant d'intégrer les phénomènes se situant en amont.

Cet article s'intéresse à l'impact des caractéristiques organisationnelles des sociétés de gestion de portefeuille (SGP) sur la performance des décisions des gérants évoluant sous leur tutelle. Situer l'analyse des décisions des gérants dans cette optique se justifie dans la mesure où celles-ci sont souvent guidées par de multiples préoccupations dépendantes du contexte organisationnel dans lequel s'opèrent les choix d'investissement.

Parmi toutes les pistes théoriques possibles qui se prêtaient à l'analyse, la voie ouverte par la *théorie de l'architecture organisationnelle* (AO) nous a semblé pertinente. La théorie de l'AO est un prolongement de la théorie positive de l'agence introduite par Jensen et Meckling en 1976. Celle-ci permet d'accorder une place notable aux structures organisationnelles et au contexte qui entoure les décisions financières. Dans cette perspective, le comportement des firmes en matière d'investissement s'expliquerait au travers de la recherche d'une *architecture organisationnelle optimale*. En cela et, en toute rigueur, les SGP possédant une architecture organisationnelle optimale devraient obtenir des performances financières meilleures que celles de leurs concurrentes. Les fonds gérés par les gérants de portefeuille évoluant dans ces sociétés devraient donc être plus performants que les autres.

Le développement de l'étude s'appuie sur plusieurs socles.

- D'abord une quinzaine d'entretiens exploratoires organisés avec des responsables de SGP et un questionnaire adressé à 59 SGP françaises. Cette démarche nous a permis d'identifier, mesurer et collecter les données organisationnelles des différentes SGP de l'étude.

- Ensuite une collecte de données quantitatives relatives aux valeurs liquidatives de SICAV et FCP des SGP ayant répondu au questionnaire. Les données recueillies nous ont permis de mesurer la performance des fonds. Les méthodes financières modernes de mesure de performance de fonds d'investissement ont été ici mises en application. Celles-ci permettent en effet de séparer la part de la rentabilité imputable à la gestion de celle due aux

feuille (SGP). Ces sociétés gèrent des portefeuilles de titres financiers de fonds d'investissement, en particulier les SICAV (société d'investissement à capital variable) et les FCP (fonds commun de placement). Pour adapter la législation aux évolutions des produits et des métiers, la directive "services" (2001/107 /CE) et la directive "produits" (2001/108/CE), adoptées le 21 janvier 2002, modifient la réglementation des Opcvm et des sociétés de gestion d'actifs et rend exportables de nombreux fonds qui ne l'étaient pas. La transposition s'est traduite en France par la loi de sécurité financière du 2 août 2003, puis des décrets d'application et des règlements de l'Autorité des Marchés Financiers (AMF) du 13 février 2004.

fluctuations du marché et au risque du portefeuille. La combinaison des données recueillies à partir des entretiens et du questionnaire d'une part, et des valeurs liquidatives de SICAV et FCP d'autre part, a permis d'aboutir à la conclusion de l'étude.

Les propos qui vont suivre présentent dans un premier temps les éléments constitutifs du cadre d'analyse. Ce cadre d'analyse sous-tend le modèle et les hypothèses de travail qui seront présentés dans un deuxième temps. La méthodologie de collecte de données et les résultats obtenus seront ensuite présentés successivement.

1 Cadre d'analyse

Une série d'entretiens réalisés avec les dirigeants de SGP a permis de cerner l'environnement de ces entités et de mettre en lumière trois facteurs clefs dans leur architecture organisationnelle : le nécessaire contrôle des risques pris par les gérants et les outils de contrôle formel mis en place dans l'organisation ; la gestion de l'information et les outils mis en place afin que l'information puisse être recueillie, analysée, partagée et utilisée le plus rapidement possible ; enfin, les facteurs contextuels immédiats de la SGP (effectif salarié, nombre de fonds gérés, montant des fonds gérés, affiliation à une maison-mère, etc.) à même d'influer sur les comportements organisationnels de la SGP.

1.1 La maîtrise des risques et le degré de formalisation

Le fonctionnement quotidien des SGP est soumis aux exigences de l'environnement institutionnel. Les autorités de marché, notamment le CECEI² et l'Autorité des Marchés Financiers (AMF)³ encouragent une démarche de formalisation et de contrôle des activités en imposant un cadre réglementaire strict visant à protéger l'épargne des investisseurs. Ce cadre conduit à la formalisation des comportements organisationnels des SGP et influe par là même sur le processus de création de valeur des gérants de portefeuille.

La nature même de la technologie financière des SGP basée sur la manipulation d'importantes sommes d'argent justifie pleinement la mise en place d'un cadre minimum de contrôle. Les enjeux sont particulièrement importants. En effet, des exemples ont montré à quel point un opérateur mal surveillé est à même de dissimuler des pertes⁴. Les SGP doivent apporter la preuve que tout est mis en œuvre pour assurer la sécurité des fonds des investisseurs avant d'obtenir un agrément de gestion. En cela, la loi du 2 juillet 1996 sur la modernisation des activités financières, transposant la directive européenne n°93/2 relative aux services d'investissement dans le domaine des valeurs mobilières, exige que soient mises en place des procédures de contrôle interne permettant le respect des règles de "bonne conduite". L'objectif de la réglementation vise ainsi à assurer une plus grande sécurité des fonds des investisseurs par une meilleure maîtrise des processus internes. Les dirigeants de SGP sont alors enclins à développer un système d'information interne très formalisé étendu à l'ensemble des processus de l'entreprise. Ainsi, à des degrés divers, les gérants de portefeuille évoluant au sein des SGP voient leur rôle souvent circonscrit par des règles (choix

² Comité des Etablissements de Crédit et des Entreprises d'Investissement.

³ L'Autorité des marchés financiers est issue de la fusion de la Commission des opérations de bourse (COB), du Conseil des marchés financiers (CMF) et du Conseil de discipline de la gestion financière (CDGF).

⁴ Souvenons-nous de quelques uns des scandales qui ont, il y a quelques années, défrayé la chronique (Daiwa, Barings).

des couples rendement/risque; horizons des placements; choix des portefeuilles de référence auxquels sont adossés les politiques de gestion; contraintes particulières assignées à la gestion, etc.). Cette conception de l'organisation trouve naturellement un terrain de prédilection dans les formes d'organisation de type *mécanique* ou *bureaucratique*. Selon Mintzberg (1982), "*les organisations formalisent le comportement pour en réduire la variabilité, et en fin de compte pour le prédire et le contrôler*". On peut alors s'interroger sur l'impact de tels comportements organisationnels sur la performance dans le cadre particulier des SGP. Cela permet d'énoncer notre première proposition théorique :

Proposition 1 : Les comportements structurels formels des SGP possèdent une influence sur la performance des fonds gérés.

Alors que nous venons d'insister sur le rôle joué par la réglementation dans la structuration des comportements organisationnels des SGP, il est aussi important d'admettre que les SGP sont avant tout des centres de décision basés sur l'information. Cela nécessite la mise en place de structures faisant intervenir des mécanismes de circulation transversale de l'information qui est censée également conditionner le processus de création de valeur des gérants de portefeuille.

1.2 L'information : un facteur prépondérant

L'observation empirique montre qu'au sein des SGP, les acteurs et notamment les gérants de portefeuille possèdent une interactivité naturelle avec l'ensemble des secteurs économiques, sources d'incertitude permanente. Pour y faire face, l'appartenance à un réseau de partenaires renforce souvent la capacité d'action de ceux qui peuvent mobiliser cette ressource. Ainsi, dans le cadre de l'activité quotidienne des gérants, des échanges permanents d'informations, d'anticipations ou de points de vue sur les conditions des marchés sont nombreux et viennent continuellement interagir sur les décisions individuelles. Aucune disposition réglementaire ne fixe en effet d'exigences relatives à la collecte et à la gestion d'informations d'origine externe⁵. De fait, il s'agit là d'une complémentarité aux comportements de type bureaucratique qu'imposent les normes réglementaires évoquées plus haut. En effet, même si des règles formelles sont définies, il existe des possibilités de réajustements permanents au sein du collectif de travail. Ces relations constituent le plus souvent une source précieuse d'interprétation d'informations sur l'évolution et l'état des marchés de plus en plus internationalisés. Ces relations prennent souvent la forme de contacts formels dans les différentes instances collégiales de prise de décisions (comités d'investissement, comités de gestion, comités stratégiques, etc.) présents dans la majorité de SGP et dans lesquels les stratégies d'investissement sont souvent élaborées. On les retrouve également dans les échanges spontanés, entre collègues ou acteurs – internes et/ou externes – à l'organisation. Le type de comportements organisationnels qui se profile ici n'est pas sans rappeler le modèle *adhocratique* de Mintzberg (1982) défini par l'ajustement mutuel, le travail en "constellations de travaux", ou groupes de projets. Powel (1990) évoque la notion de réseau lorsqu'il parle de telles formes d'échanges se déroulant dans un cadre social et des modes de "relations"

⁵ Afin d'éviter à la fois les délits d'initié et les conflits d'intérêts entre les SGP et les établissements financiers promoteurs, qui, généralement, en sont les maisons-mères, la législation instaure néanmoins des dispositions réglementaires faisant essentiellement référence à la notion de "*muraille de chine*". Ces dernières limitent les échanges d'informations entre les SGP proprement dites et leurs maisons-mères.

qui s'y développent⁶. Pour Powel, les réseaux sont particulièrement efficaces dans le traitement de l'information. Les variations des prix sur les marchés, pas plus que les procédures formelles de l'organisation, ne véhiculent les informations les plus pertinentes. Se pose alors la question de savoir si l'existence de telles relations au sein des SGP contribue ou non à expliquer la performance des gérants de portefeuille. Ce qui permet d'énoncer notre deuxième proposition théorique :

Proposition 2 : Les comportements d'interaction entre acteurs (internes ou externes à la SGP) possèdent une influence sur la performance des fonds gérés.

1.3 Les facteurs de contexte

Sur le terrain, même si les SGP évoluent dans un même secteur d'activité, de nombreux facteurs contextuels immédiats (effectif salarié, nombre de fonds gérés, montant des fonds gérés, affiliation à une maison-mère, etc.) peuvent influencer sur les comportements organisationnels qu'adoptera telle ou telle SGP. De plus, plusieurs études ont montré que les facteurs de contexte apparaissent comme un déterminant des comportements organisationnels adoptés par l'organisation (Pugh *et al.* 1963; Stinchcombe; 1965; Hall 1974, Kalika 1984). Il semble alors possible de supposer que la relation entre les comportements organisationnels (formels et d'interaction entre acteurs) et la performance pourrait être d'intensité variable selon le contexte immédiat de la SGP. D'où l'élargissement de notre analyse à la troisième proposition théorique suivante

Proposition 3 : Le contexte des SGP possède une influence sur les comportements organisationnels (structurels formels et d'interaction entre acteurs).

Après avoir mis en évidence nos propositions théoriques de travail, il est nécessaire de choisir et d'établir un système de données observables et pertinentes pour répondre à la problématique de l'étude. En cela, un modèle d'analyse sera présenté ci-dessous, puis les hypothèses à valider ou à infirmer empiriquement seront déduites de ce modèle.

2 Les variables et le modèle d'analyse

2.1 Les variables du modèle

Le modèle d'analyse s'appuie sur quatre groupes de variables aptes à fournir une représentation de l'organisation des SGP et sa relation avec la performance des gérants de portefeuille. Chaque groupe de variables résulte de l'agrégation de plusieurs variables de mesure. Deux groupes de variables concernent les *comportements organisationnels formels* et les *comportements d'interaction* entre acteurs et s'inspirent de la dialectique bien connue d'organisation formelle/organisation informelle. Ce sont précisément ces deux groupes de variables qui

⁶ C'est d'ailleurs dans cette conception de l'organisation en terme de réseau que peuvent se rattacher le développement récent des nouvelles technologies de l'information et de communication (NTIC). En effet, même si le rôle premier des NTIC est de permettre la connexion instantanée entre les individus, on peut cependant admettre que leur utilité réside plus dans la variété des informations ou des savoirs échangés. A ce titre, Kalika (2000) parle de *e-management* pour désigner " l'intégration dans l'ensemble des processus de management, c'est-à-dire, la finalisation, l'organisation, l'animation, le contrôle, des impacts des nouvelles technologies de l'information et de la communication ".

vont nous permettre de vérifier l'impact positif ou négatif de l'organisation des SGP sur la performance des gérants. L'intégration d'un troisième groupe de variables au modèle, *les variables de contexte*, en amont des variables de *comportements organisationnels formels* et d'*interaction* entre acteurs, va nous permettre de regarder l'effet des facteurs de contexte sur ces deux types de comportements organisationnels. Enfin, nous avons complété notre modèle d'analyse par une variable relative à la *performance des fonds gérés* (couple rentabilité/risque). Les modalités des différentes variables vont être successivement présentées ci-dessous.

a) Le groupe de variables des comportements structurels formels

Ce groupe de variables intègre l'ensemble des dispositions prises par les responsables de sociétés de gestion pour structurer l'espace des comportements des gérants. Pour formaliser celles-ci, nous nous sommes appuyés essentiellement sur les travaux du groupe d'Aston qui, malgré leur ancienneté, constituent encore aujourd'hui le modèle de référence. Les travaux de Kalika (1984, 1995, 1998) sur les structures organisationnelles des entreprises françaises ont également constitué une référence essentielle. Parmi les caractéristiques répertoriées, nous en avons retenu six.

- Le *degré de structuration* (Kalika et al., 1998) qui permet de tenir compte du poids de la structure de décision. En effet, il est possible de distinguer au sein des SGP, les grandes entités où les processus de gestion peuvent apparaître beaucoup plus complexes des petites entités, où les structures sont plus allégées. Le degré de structuration est appréhendé à travers le degré de *spécialisation horizontale* ou *fonctionnelle* ("largeur de l'organigramme") qui indique le nombre de services, et à travers le degré de *spécialisation verticale* (ou "hauteur de l'organigramme") qui mesure le nombre de niveaux hiérarchiques, c'est-à-dire la longueur de la "chaîne de commandement".
- Les degrés de *standardisation* et de *formalisation* permettant d'évaluer respectivement le degré d'existence de règles ou de normes écrites et non écrites qui s'imposent aux membres de l'organisation, et permettant de créer une zone de stabilité de leurs comportements.
- Le degré de contrôle qui est souvent analysé conjointement avec le concept de planification stratégique. En effet, il ne peut y avoir de contrôle sans planification préalable et les plans perdent toute leur efficacité s'il n'y a pas de suivi, c'est-à-dire de contrôle. Ainsi, selon la définition qu'en donne Mintzberg (1982) : *on peut distinguer deux types de système de planification et de contrôle : le système de "contrôle des performances" (ou des résultats) qui est de nature générale et s'intéresse aux résultats des actions, et la "planification des actions" qui intervient avant les faits*. Dans le cadre de notre travail, nous analysons uniquement le contrôle des performances des gérants de portefeuille au travers notamment de la fréquence de ces contrôles.
- A côté de ces caractéristiques quelque peu classiques en analyse des organisations, nous en avons adjoint une autre appréhendant le *degré de concertation* caractérisé par le nombre d'organes collégiaux de prise de décisions (comités d'investissement, comités de gestion, etc.). Ces instances collégiales regroupent souvent les éminences grises de la SGP. C'est dans ces instances que sont souvent adoptées les grandes orientations d'allocation d'actifs auxquelles les gérants devraient formellement se conformer. La mise en place de cette variable permet ainsi d'évaluer le degré d'intégration des gérants de portefeuille aux politiques d'investissement de la SGP.
- Enfin, le type de *leadership* pratiqué dans les différents organes de concertation permet de tenir compte du degré avec lequel les gérants de portefeuille sont associés ou non à la définition des grandes orientations stratégiques. C'est en effet au sein des différents

organes de concertation que les gérants de portefeuille peuvent exprimer leur point de vue vis-à-vis de la hiérarchie. Les situations peuvent être divergentes d'une SGP à une autre. Certaines adopteront un style ascendant et participatif, d'autre plutôt un style descendant et directif. Enfin, d'autres accorderont une autonomie totale aux gérants de portefeuille. C'est notamment le cas dans les petites structures de gestion.

b) Le groupe de variables d'interaction entre acteurs

Contrairement au groupe de variables des comportements structurels formels qui était essentiellement inspiré de concepts issus d'études antérieures, les modalités du groupe des variables d'interaction entre acteurs relèvent essentiellement de l'observation du terrain. Pour formaliser ce groupe de variables, nous avons distingué deux niveaux d'analyse :

- le premier niveau concerne les interactions entre acteurs internes, c'est-à-dire l'intensité des communications interpersonnelles dans l'organisation, les échanges d'informations et de compétences entre opérateurs au sein de la SGP ;
- le deuxième niveau est celui des interactions avec les acteurs externes, appréhendées à travers l'intensité des échanges avec l'extérieur de l'organisation. En effet, les relations avec les autres intermédiaires spécialisés, les échanges d'informations avec les confrères externes, sont autant de relations pouvant apporter d'évidentes complémentarités dans la prise de décision des gérants de portefeuille.

c) Le groupe des variables de contexte

Pour formaliser le contexte des SGP, nous nous sommes largement inspirés des travaux issus des analyses de la théorie de la contingence, et des travaux de Kalika (1984, 1995, 1998). Les variables de contexte retenues sont :

- La taille qui est censée jouer un rôle dans les comportements organisationnels des entreprises. Plusieurs études empiriques ont en effet mis en évidence une corrélation positive, par exemple entre la taille et le degré de structuration de l'entreprise (Kalika et al., 1998). Trois critères de taille sont pris en compte: l'effectif salarié, le nombre et le montant des fonds gérés ;
- Le type de propriété (organisation filiale ou organisation indépendante), c'est-à-dire la dépendance ou non de la SGP vis-à-vis d'une entité extérieure est également reconnu comme pouvant influencer les comportements de l'entreprise. Certaines études ont montré que l'entreprise dépendante et contrôlée de l'extérieur aura tendance à formaliser en grande partie ses comportements car les responsables devraient justifier les résultats de leurs actions auprès des tiers. Ce qui pourrait être le cas de certaines SGP ne pouvant s'affranchir des recommandations de gestion émanant des sociétés-mères ou des promoteurs des fonds sous gestion.

d) La variable relative à la performance des fonds gérés

Depuis le modèle moyenne-variance proposé par Markowitz (1952), le couple Rentabilité/Risque est au cœur de l'évaluation des performances en gestion de portefeuille. Plusieurs méthodologies principalement issues des travaux classiques de Treynor (1965), Sharpe (1966) et Jensen (1968), permettent de représenter très concrètement les deux paramètres de rentabilité et de risque⁷. Le choix d'une méthodologie est cependant délicat face aux multiples possibilités existantes. Dans le cadre de cette étude, la méthode de Treynor et ses

⁷ Toutes les informations concernant ces méthodes, leurs évolutions, leurs avantages et les aspects pratiques de leur utilisation se trouvent dans Gillet et Moussavou (2000).

dérivés ont été écartés car utilisant le coefficient β comme mesure de risque, ce qui ne semble approprié que pour les fonds entièrement investis en actions et sur un même marché. La méthode de Jensen et ses dérivés (issues du modèle de l' " Arbitrage Price Theory " ou APT)⁸ ont également été écartés de l'étude, du fait de la difficulté inhérente au choix et à la détermination du nombre de facteurs à intégrer dans la méthode. Le ratio de Sharpe a, dans un premier temps, retenu notre attention à cause de son universalité. En effet, la mesure du risque est effectuée à l'aide de l'écart-type qui convient pour les fonds investis sur n'importe quelle catégorie d'actifs (actions, obligations) et sur n'importe quel marché. Toutefois, nous avons choisi de l'écartier de l'étude du fait de l'utilisation du taux sans risque dans la méthode. En effet, la comparaison entre la rentabilité du fonds et le taux sans risque n'est censée intéresser, en théorie, que le souscripteur individuel qui fait un arbitrage entre un investissement risqué et un investissement sans risque. Or, dans un cadre professionnel, bon nombre de gérants de portefeuille adoptent une gestion dite "active" dont l'objectif est de suivre et de battre un indice (ou *benchmark*) défini à l'avance. En cela, le ratio d'information a été retenu pour l'étude. Le ratio d'information consiste à comparer, en tenant compte du différentiel éventuel de risque, la rentabilité d'un portefeuille de référence à la rentabilité du fonds étudié. Si l'on considère un portefeuille p et un portefeuille de référence m , le ratio d'information est le rapport entre l'excès de rentabilité du portefeuille p par rapport au marché m , compte tenu de l'excès de risque pris par le gestionnaire par rapport à son portefeuille de référence. Il constitue ainsi une mesure du succès d'une gestion active autour d'une référence avec, au numérateur, l'écart de rentabilité obtenu qui peut être positif ou négatif, et, au dénominateur, le risque pris à s'être écarté du portefeuille de référence. Cela donne :

$$I_P = (R_P - R_m) / \sigma (R_P - R_m)$$

Avec I_P l'indice d'information du portefeuille indiquant le succès d'une gestion active autour du portefeuille de marché; $(R_p - R_m)$ l'excès ou le déficit de la rentabilité du portefeuille (R_p) sur la rentabilité du portefeuille de marché (R_m); $\sigma(R_p - R_m)$ le degré de risque pris à s'être écarté du portefeuille de référence. Ce dernier argument s'appelle écart de suivi (*Tracking error*). On peut écrire :

$$Ecart\ de\ suivi = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_1^T [(R_p - R_m) - (\overline{R_p - R_m})]^2} \quad (1)$$

Avec T , le nombre d'observations.

En outre, à cause des différentes critiques évoquées par la littérature à l'encontre de l'écart-type, les moments partiels inférieurs d'ordre 2 (MPI2) ont été utilisés comme mesure de risque. Les MPI2 sont fondés sur l'attitude de l'investisseur face au risque d'avoir une rentabilité inférieure à un seuil. On suppose que les investisseurs ont une rentabilité minimale acceptable en dessous de laquelle ils ne voudraient pas voir la rentabilité de leur portefeuille descendre. Il est donc important de contrôler le risque d'obtenir des rentabilités inférieures à ce seuil. Le problème consiste ainsi à remplacer la variance par les MPI2 qui ne tiennent

⁸ Afin de contourner le problème lié au choix d'un seul indice de référence, de nombreuses méthodes dites "multifacteurs" ont été développées pour tenir compte notamment de la multiplicité des catégories de facteurs (exogènes et endogènes) pouvant avoir une influence sur les prix et les rentabilités des portefeuilles ou des actifs observés. Ces méthodes, proches du modèle de Jensen, sont issues du cadre théorique de l'APT ou MEA (Modèle d'Evaluation par Arbitrage).

compte que des fluctuations de risque inférieures au seuil fixé. De manière générale, le moment partiel inférieur d'ordre n des rentabilités d'un portefeuille R_p par rapport à une cible m (généralement la moyenne des rentabilités, à défaut d'une rentabilité requise fixée au départ ou de la rentabilité du portefeuille de marché) se calcule par la formule :

$$MPI_n = \sum_{R_p=-\infty}^m P_p(m - R_p)^n = \sum_{p=1}^K P_p[\min(0, R_p - m)]^n \quad (2)$$

Avec P_p la probabilité d'obtenir la rentabilité p et R_p une variable aléatoire représentant les rentabilités du portefeuille. L'expression $[\min(0, R_p - m)]$ signifie que si une rentabilité donnée est supérieure à la cible, l'écart entre la rentabilité et la cible est remplacé par 0, sinon l'écart est pris en compte pour sa valeur dans la somme. Le moment partiel d'ordre 2 qui nous intéresse est le carré des écarts négatifs à la moyenne également appelé *semi-variance*.

2.2 Le modèle et les hypothèses de travail

La figure 1 résume le modèle de recherche après introduction des hypothèses retenues dont la formulation est présentée plus bas.

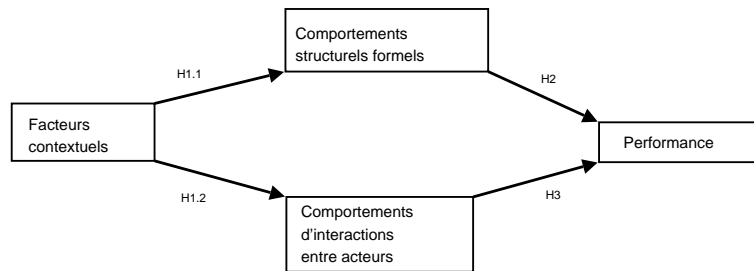


Fig. 1. Le modèle et les hypothèses

Selon ce modèle de recherche, deux groupes de *variables indépendantes*, les variables de comportements structurels formels et les variables d'interaction entre acteurs, et une *variable modératrice*, la variable de contexte, vont influencer sur la performance des fonds gérés.

A partir du modèle, les hypothèses de recherche qui reprennent les propositions théoriques présentées plus haut, sont les suivantes :

Hypothèse 1 : Le contexte des SGP possède une influence sur les comportements structurels formels (**H1.1.**) et d'interaction entre acteurs (**H1.2.**).

Hypothèse 2 : Les comportements structurels formels des SGP possèdent une influence sur la performance des fonds gérés.

Hypothèse 3 : Les comportements d'interaction entre acteurs (internes ou externes à la SGP) possèdent une influence sur la performance des fonds gérés.

Afin de tester les hypothèses, une collecte de données qualitatives et quantitatives a été effectuée sur le terrain. Les hypothèses ont ensuite été testées à partir d'une analyse de données causale par l'approche statistique PLS. Les modalités de la collecte de données ainsi que celles relatives au test des hypothèses sont présentées ci-dessous.

3 Données et méthodologie

3.1 La collecte de données et les échantillons

La collecte de données et les échantillons sont fondés sur des informations qualitatives et quantitatives, portant respectivement sur les variables organisationnelles et sur la variable relative à la mesure des performances des fonds.

3.1.1 Les données organisationnelles Les données organisationnelles ont été collectées à travers une enquête postale accompagnée d'appels téléphoniques qui ont annoncé et suivi l'envoi des questionnaires aux répondants. Les questionnaires ont été soumis aux gérants de portefeuille, acteurs clés au sein des SGP. A l'exception des questions relatives au contexte et à l'identification de la SGP, la plupart des questions étaient formulées de façon fermée et se présentaient principalement sous forme d'échelles d'attitudes (échelle de Likert) à 5 points. Pour mesurer les différentes variables organisationnelles, nous avons adopté la technique des formes alternatives : il s'agissait d'utiliser des échelles empiriques multiples pour mesurer un même concept théorique non observable directement. Plusieurs énoncés ont ainsi été proposés afin d'évaluer plusieurs facettes des variables organisationnelles étudiées. Avant la version définitive du questionnaire, un pré-test auprès de cinq gérants de portefeuilles issus d'entités différentes a été effectué. Ce pré-test s'est réalisé sous forme d'entretiens, ce qui nous a permis d'effectuer des remaniements avec les différents interlocuteurs. Ainsi, certains libellés des questions pouvant prêter à confusion ont pu être remaniés. A l'issue du pré-test, la fiabilité des différentes échelles de mesure a été vérifiée auprès d'un échantillon de 13 gérants de portefeuilles. La fiabilité représente la capacité d'une échelle de mesure à reproduire des résultats similaires s'il était administré plusieurs fois à une même population. L'objectif ici est de réduire l'erreur aléatoire (l'humeur, les circonstances qui modifient les réponses aux questions. Nous avons utilisé l'instrument de mesure le plus répandu pour ce type de test : l'alpha de Cronbach (ou coefficient α). Ce coefficient permet de vérifier si les énoncés partagent des notions communes, c'est-à-dire si chaque item présente une cohérence avec l'ensemble des autres énoncés de l'échelle de mesure. Si le coefficient α est satisfaisant, les items sont corrélés et cohérents entre eux et peuvent alors être additionnés pour former un score global de l'échelle de mesure (Evrard *et al.*, 1997). Ce score global traduit ainsi l'attitude moyenne des répondants par rapport au concept étudié. Le processus global de collecte de données a permis de constituer un échantillon de 59 SGP, soit un taux de près de 20% par rapport à la population de SGP de la place de Paris au moment de l'étude. Sur les 59 SGP, 23 sont de SGP indépendantes (38%). Sur ces 23 SGP se trouvent 6 banques, 2 compagnies d'assurance, 2 sociétés de bourse et 5 maisons de titres (nouvellement qualifiées de sociétés financières) possédant en fait un service ou un département de gestion intégré à leur activité principale. Les 16 SGP indépendantes restantes concernent des SGP constituées par les anciens remisiers gérants de portefeuille. 36 SGP de l'échantillon sont des filiales (62%) constituées par des institutions financières ayant accordé une autonomie à leur activité de gestion en réponse aux recommandations de l'Autorité des Marchés Financiers (AMF).

En dehors des montants non communiqués, les SGP de l'échantillon géraient environ 500 milliards d'Euros, soit plus de 76% du total de l'actif des OPCVM gérés sur la place boursière parisienne au moment de l'étude. Ainsi, l'échantillon de l'étude représentait plus des 2/3 du montant total des fonds gérés en France au moment de l'étude, ce qui était très représentatif de la population totale. En outre, la gestion pour compte de tiers comptait 5797

OPCVM, dont 4628 FCP et 1169 SICAV⁹. Les SGP de l'échantillon géraient environ 3253 OPCVM, soit 56% de la population totale.

3.1.2 Les mesures de performance La société Europerformance a bien voulu nous fournir l'ensemble des valeurs liquidatives hebdomadaires. Les données portent sur les fonds commercialisés (FCP et SICAV), c'est-à-dire ceux dont les parts de portefeuilles peuvent être librement acquis par les souscripteurs. Pour intégrer un fonds dans l'étude, il fallait disposer de toutes ses valeurs liquidatives hebdomadaires durant la période de l'étude (5 ans). Certains fonds ont été délibérément exclus de l'étude du fait de leur nature. C'est ainsi que les fonds à rentabilité garantie ou assortis d'une protection sont exclus car l'utilisation de ces deux critères de gestion ne nous a pas semblé pertinente pour juger de la performance réalisée sur tel ou tel fonds. De même, les fonds monétaires ont été exclus de l'étude. En effet, les performances de ces fonds sont quasiment indexées sur l'évolution des taux à court terme, et les performances intrinsèques des gérants de portefeuille sont parfois sans rapport avec les performances obtenues sur ces fonds. Enfin, les fonds issus des techniques de gestion "multi-gérants", les "Fonds de Fonds", ont également été exclus de l'étude. En effet, ces produits ne sont pas investis directement en valeurs mobilières sur les marchés financiers, mais constitués de parts d'autres fonds choisis parmi ceux gérés par d'autres SGP. Les performances réalisées ne sont donc pas en rapport avec la SGP qui détient ce type de fonds.

Finalement, compte tenu de l'ensemble des critères de sélection, un total de 324 OPCVM (126 FCP et 198 SICAV) est intégré dans l'analyse. Pour effectuer l'étude causale dont les résultats sont présentés plus bas, les OPCVM ont été regroupés en trois catégories principales : les OPCVM actions (françaises et internationales); les OPCVM diversifiés (français et internationaux) et, enfin, les OPCVM obligations (françaises et internationales).

3.2 Le test des hypothèses : une approche PLS

Pour valider les hypothèses de travail, l'utilisation des méthodes d'analyse dites de deuxième génération (ou méthodes avancées selon Evrard et *al.*, 1997), a semblé la plus appropriée. L'intérêt majeur de ces méthodes réside dans l'introduction de la notion de variable latente (ou construit). Par définition, cette dernière n'est pas directement observable mais déduite de une ou plusieurs variables observables (ou indicateurs). En outre, ces méthodes permettent de tester directement la structure des relations entre les groupes de variables, alors que les méthodes d'analyse de données traditionnelles dites de première génération, adaptées au traitement d'un seul groupe de variables, sont moins efficaces pour aborder les liaisons entre groupes de variables (Croutsche, 1997). Parmi les méthodes d'analyse de deuxième génération, notre choix s'est orienté vers un arbitrage entre l'analyse selon les moindres carrés partiels (PLS) et l'analyse des structures de covariances (LISREL) qui sont de loin, les deux méthodes les plus utilisées. Compte tenu des contraintes liées notamment à la taille de l'échantillon et à la nature des données (absence de normalité), nous avons opté pour PLS à cause de sa flexibilité d'utilisation au regard des contraintes citées.

L'approche PLS appliquée au modèle théorique présenté précédemment a fait ressortir les résultats chiffrés du tableau 1. Il s'agit des coefficients de corrélation multiple entre construits, c'est-à-dire les résultats des régressions entre variables explicatives et variables expliquées qui mesurent l'importance du lien de dépendance entre les deux types de variables. Les chiffres entre parenthèses indiquent les carrés des coefficients de corrélation multiples qui

⁹ Source Banque de France.

mesurent les pourcentages de variabilité des variables expliquées dus aux variables explicatives. Ces deux derniers critères apportent les réponses aux tests d'hypothèses initialement formulées.

Hypothèses	Résultats	Conclusions
H1 H1.1. : Le contexte des SGP possède une influence sur les comportements structurels formels	$\gamma_1 = 0,691$ (48%)	Validée
H1.2. : Le contexte des SGP possède une influence sur les comportements d'interaction entre acteurs	$\gamma_2 = 0,153$ (2,4%)	Validée
H2 Les comportements structurels formels possèdent une influence sur la performance des fonds gérés	$\beta_2 = 0,066$ (0,4%)	Validée : malgré la faiblesse du lien, l'influence des comportements structurels formels sur la performance est positive et significative
H3 Les comportements d'interaction entre acteurs (internes et externes) possèdent une influence sur la performance des fonds gérés	$\beta_3 = 0,371$ (14%)	Validée : l'influence des comportements d'interaction entre acteurs sur la performance est plus importante que l'influence des comportements structurels formels sur cette même performance

Table 1. Résultats du test d'hypothèses par l'approche PLS

Un ensemble de procédures statistiques a été utilisé pour vérifier la validité des variables présentées dans le modèle, ainsi que la validité globale du modèle. Bagozzi (1980) recommande de tester un modèle global et ses variables à partir de trois types de validités : convergente, discriminante et nomologique. La validité convergente est relative à la part de variance extraite de ses mesures par chaque construit théorique. Celle-ci est satisfaite dès lors qu'elle est supérieure à 50%. Sans quoi, la part due à l'erreur de mesure serait supérieure à la variance capturée par le construit (Valette-Florence et Rappachi, 1988). La validité discriminante est satisfaite lorsque chaque construit mesure bien ce qu'il est supposé mesurer, et ne se confond pas avec les autres concepts. Elle est satisfaite si le carré du coefficient de corrélation le plus élevé entre deux construits ($\max r_{i,j}^2$) est inférieur à la plus petite des variances partagées entre les construits et leurs mesures ($\min pvc$). La validité nomologique, enfin, est relative à la structure théorique postulée dans le modèle. Elle permet de tester le modèle globalement et doit atteindre un certain niveau de signification et de pouvoir prédictif. Un coefficient (K%) calculé exprime le pourcentage d'informations appartenant aux différentes variables latentes endogènes expliquées par les variables latentes exogènes (Valette-Florence, 1988). Il prend en compte les corrélations multiples entre chacune des variables latentes endogènes et l'ensemble des variables latentes exogènes. Il résulte par la suite de la moyenne des carrés des coefficients de corrélation multiples (R^2m). Dans PLS, c'est plus précisément le coefficient $\bar{R}_{\eta/\xi}^2$ qui est utilisé. Celui-ci ajuste (R^2m) en tenant compte du nombre

d'observations et du nombre de facteurs explicatifs. Selon Croutsche (1997), cette validité doit être supérieure à 15% pour que le modèle soit acceptable.

Toutes les valeurs obtenues dans cette étude sont satisfaisantes au regard des critères de validité évoqués ci-dessus¹⁰. En effet, malgré une relative faiblesse au niveau des construits liés aux comportements structurels formels (48,31%) et à la variable relative à la performance des fonds gérés (48,49%), la validité convergente du modèle présente un taux moyen d'environ 60% de variances partagées entre les construits. De même, la validité discriminante est satisfaite puisque $(\max r_{i,j}^2) = 0,4775 < (\min \rho_{vc}) = 0,4831$. Enfin, la validité nomologique est satisfaisante puisque, malgré sa relative faiblesse, le $\overline{R}_{\eta/\xi}^2$ est de 16,68% et respecte la norme d'acceptabilité du modèle définie ci-dessus.

4 Analyse des résultats

Deux remarques essentielles viennent à la lecture des résultats du tableau 1. La première est que l'ensemble des hypothèses est validé. Le contexte de travail des SGP (critères de taille, d'appartenance à un groupe, d'âge, etc.) déteint sur les caractéristiques de l'architecture organisationnelle des firmes étudiées (degré de structuration, de formalisation, de contrôle, etc.). Le contexte influencerait les politiques organisationnelles formelles mises en place (**HI.1.**) à hauteur de 48%. De plus, ce même contexte influencerait également les caractéristiques informelles de l'organisation (**HI.2.**) : les interactions, spontanées ou non entre les acteurs; qu'il s'agisse des interactions entre les acteurs internes entre eux ou avec leurs partenaires externes. Cet ascendant est toutefois moindre, puisque seulement 2,34% des comportements d'interaction entre acteurs dépendraient du contexte.

Ces résultats étaient prévisibles, et ne font que confirmer d'autres nombreuses études réalisées dans le domaine organisationnel. Il est naturel et largement admis que l'environnement ou le contexte de travail d'une firme influence son architecture organisationnelle.

Plus intéressants sont les résultats concernant la relation architecture organisationnelle/performance. Les hypothèses de l'impact des comportements structurels formels sur la performance (**H2**) et des comportements d'interaction entre acteurs sur cette même performance (**H3**) sont vérifiées. Cependant, la relation entre les comportements d'interaction entre acteurs et la performance est plus importante (14%) que celle observée entre les comportements structurels formels et cette même performance (0,4%). La performance pourrait ainsi être expliquée principalement par l'intensité des interactions entre acteurs internes et externes à la SGP. L'équipe de gestion, ainsi que les réseaux de relations que les gérants de portefeuille entretiendraient avec l'extérieur, semblent constituer deux facteurs importants d'explication de la performance. La performance des fonds croîtrait donc avec le degré d'échange d'informations¹¹. Ce résultat n'est pas étonnant dans la mesure où la gestion de portefeuille est une activité fondée essentiellement sur l'information. Une SGP est avant tout un centre de décision portant sur l'information détenue par les acteurs et, c'est souvent à l'occasion de communications et d'échanges d'informations que l'on pallie les incertitudes des marchés. En outre, ce résultat semble démontrer que les politiques organisationnelles formelles mises en place par les responsables des SGP ne seraient qu'un moyen permettant de structurer l'espace des comportements des acteurs, cette considération pouvant expliquer que finalement, le pouvoir explicatif des comportements organisationnels formels

¹⁰ Le détail des calculs peut être obtenu sur demande auprès des auteurs.

¹¹ Si l'on accepte que celui-ci puisse être mesuré par le degré d'interaction entre acteurs.

n'apparaisse qu'indirectement pour expliquer la performance. En effet, quand on analyse l'influence indirecte des comportements structurels formels sur la performance, à partir du degré d'interaction entre acteurs, on constate un impact élevé, soit 33%¹². D'une part, les politiques organisationnelles formelles jouent souvent le rôle intégrateur des actions des gérants de portefeuille aux politiques d'investissement propres à la SGP ; d'autre part, elles devraient répondre aux nécessités de contrôle exigées par les autorités de tutelle visant à limiter les "dérapages" éventuels de la part des gérants de portefeuilles.

La portée de nos résultats semble confirmer l'importance du facteur "information" sur les marchés financiers. La valorisation des titres sur les marchés financiers est liée à la détention et au traitement des informations relatives aux sociétés cotées et celles relatives à l'environnement économique globale. Il est donc logique que les sociétés de gestion de portefeuille ayant les plus grandes capacités organisationnelles pour recueillir, traiter, analyser, valoriser les informations obtiennent des performances supérieures à celle des autres. La capacité de traitement ne peut qu'être d'origine organisationnelle. L'architecture organisationnelle trouve donc bien sa place dans le lien fondamental "Information – Organisation" et "Gestion de l'information – Performance financière du fonds".

Les résultats du test permettent également de réconcilier les théories de l'efficacité organisationnelle et celles de l'efficacité des marchés financiers. En effet, une approche simpliste de la théorie de l'efficacité peut laisser penser que l'utilité des sociétés de gestion de portefeuille est nulle, puisqu'il n'est pas possible de prévoir à l'avance l'évolution des cours des titres et que la gestion de portefeuille optimale consiste à investir dans l'ensemble des titres présents sur le marché. L'utilité des SGP est donc précisée. Leur rôle ne consiste pas à tenter de déterminer l'évolution future du prix des titres, mais de permettre aux gérants de portefeuilles de mieux utiliser l'information dont ils ont besoin. Dans ce cadre, l'organisation est fondamentale. Les SGP ayant la meilleure architecture organisationnelle auraient également la meilleure performance. La concurrence importante existant entre les différentes SGP devrait pousser celles-ci à recomposer sans cesse leur architecture organisationnelle.

Conclusion

Face à certains comportements concrets observés, la rationalité postulée par les modèles financiers et les outils d'aide à la décision ne semble pas pouvoir tout expliquer. Cet article avait pour but de tenter d'expliquer la performance des décisions des gérants de portefeuille professionnels en matière d'investissement. Pour cela, elle met en évidence le rôle et l'influence de l'architecture organisationnelle (répartition de l'autorité et contrôles associés notamment) des sociétés de gestion de portefeuille en tant que facteur explicatif de la performance des gérants.

Les caractéristiques de l'architecture organisationnelle ont été identifiées et mesurées à partir des variables structurelles formelles et des variables d'interaction entre acteurs. La performance est mesurée à partir du couple rendement/risque. Les résultats de l'étude causale (PLS) montrent un pouvoir explicatif plus important des variables d'interaction entre acteurs sur la performance. La performance des gérants de portefeuille pourrait ainsi être expliquée principalement par l'intensité des relations d'échanges d'informations, de compétences et de

¹² Les modèles d'équations structurelles permettent d'évaluer à la fois les effets directs et les effets indirects entre variables, l'effet total de deux ou plusieurs variables étant alors la somme des effets précédents.

savoirs entre acteurs au sein et en dehors de l'organisation. Ainsi, les politiques organisationnelles *formelles* mises en place par les responsables des SGP ne constitueraient qu'un moyen permettant de structurer l'espace des comportements des gérants de portefeuille, en réponse notamment à la prévention des risques de déontologie et aux nécessités de contrôle exigées par l'Autorité des Marchés Financiers (AMF).

La relation organisation/performance des gérants de portefeuille est donc vérifiée. En cela, les études relatives à la mesure des performances et aux outils d'aide à la décision d'investissement devraient être complétées par des approches de nature plus qualitative analysant les stratégies de placement s'effectuant en amont, au sein desquelles se jouent souvent des facteurs tels que les arbitrages et les discussions entre acteurs. De tels travaux viendraient certainement enrichir la compréhension du rôle des gérants de portefeuille professionnels et des déterminants de leurs performances.

References

- [Bagozzi, 1980]R. Bagozzi. *Causal models in marketing*. John Wiley & Sons, 1980.
- [Briant, 2000]A. Briant. La notation des gestionnaires de fonds institutionnels répond à un besoin du marché. *Banque Stratégie*, Number 174: 30-31, 2000.
- [Brickley et al. 1997]J.A. Brickley, C.W. Smith and J.L. Zimmerman. *Management Economics and Organizational Architecture*, The Mc Graw-Hill Companies Inc, Irvin, 1997.
- [Charreaux, 2001]G. Charreaux. *L'approche économique-financière de l'investissement*. in Image de l'investissement, Ed. Vuibert/Fnege, 2001.
- [Croutsche, 1997]J. Croutsche. *Pratique de l'analyse de données*, Ed. ESKA, 1997.
- [Evrard et al., 1997]Y. Evrard, B. Pras, E. Roux. *Etudes et recherche en marketing*. Ed. Nathan, 1997.
- [Fama, 1970]E.F. Fama. Efficient Capital Markets : a Review of Tjeory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, Vol. 25 : 383-417, 1970.
- [Gallais-Hamonno et al., 1999]G. Gallais-Hamonno, P. Grandin. Les mesures de performances. *Banques & Marchés*, Number 42: 56-62, 1999.
- [Gillet et al., 2000]P. Gillet, J. Moussavou. L'importance du choix du benchmark et du taux sans risque dans la mesure des performances des fonds d'investissement. *The European Investment Review*, <http://www.theeir.com>, 2000.
- [Gillet et al., 2000]P. Gillet, J. Moussavou. L'impact des comportements organisationnels des sociétés de gestion de portefeuille sur la performance des fonds gérés. *communication au congrès international de l'AFFI*, juin, Paris, 2000.
- [Hurson et al., 1997]C. Hurson and C. Zopounidis. *Gestion de portefeuille et analyse multi-critère*, Ed. Economica, 1997.
- [Jensen et al. 1968]M.G. Jensen. The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964. *The Journal of Finance*, Number 23, 1968.
- [Jensen et al., 1992]M.C. Jensen and W.H. Meckling. Specific and General Knowledge and Organizational Structure. , in Werin L. et Wijkander H., *Contracts Economics*, Blacwell, 275-281, 1992.
- [Kalika, 1995]M. Kalika. *Structures d'entreprises, réalités, déterminants, performances*. Ed Economica, 1995.
- [Kalika, 2000]M. Kalika. L'émergence du e-management. Cahier de recherche n°57, CREPA, Université Paris Dauphine, 2000.
- [Kalika et al., 1998]M. Kalika, V. Guilloux and F. Laval. Structuration des entreprises et relations d'affaires internationales. *Economies et Sociétés*, Série S.G., Number 8-9: 517-535, 1998.

- [Lamarque et al., 2000]E. Lamarque and J. Moussavou. Les sociétés de gestion de portefeuille au cœur d'un triple problème de gouvernance. *Banque Stratégie*, Number 174: 34-35, 2000.
- [Markowitz, 1952]H. Markowitz. Portfolio Selection. *Journal of Finance*, March: 77-91, 1952.
- [Mintzberg, 1982]H. Mintzberg. *Structure et dynamique des organisations*, Ed. d'Organisation, 1982.
- [Moussavou, 2000]J. Moussavou. *Lien entre l'organisation des sociétés de gestion de portefeuille et la performance financière des fonds gérés*. Thèse de doctorat en Sciences de Gestion, CREPA, Université de Paris Dauphine, 2000.
- [Powel, 1990]W.W. Powel. Neither Market Nor Hierarchy : network forms of organization. *Research in Organizational behavior*, Vol. 12: 295-336, 1990.
- [Serret, 2003]V. Serret. Influence du gérant sur le processus de gestion et la performance finale dans le cas des OPCVM actions. *Working paper*, Number 632, CEROG-IAE d'AIX-en-Provence, 2003.
- [Sharpe, 1995]W.F. Sharpe. Risk, Market Sensitivity and Diversification. *Financial Analyst Journal*, May-June: 66-69, 1995.
- [Treynor, 1965]J. Treynor. How to Rate Management of Investment Funds. *Harvard Business Review*, vol.43, Number 1: 63-75, 1965.
- [Valette-Florence, 1988]P. Valette-Florence. Spécificités et apports des méthodes d'analyse multivariée de la deuxième génération. *Recherche et Applications en Marketing*, vol.III, Number 4: 22-56, 1988.

Stochastic Modelling of Preferences in Finance

Leonidas Sakalauskas¹ and Antonino Scarelli²

¹ Institute of Mathematics and informatics
Vilnius, Lithuania
(e-mail: sakal@ktl.mii.lt)

² University of Tuscia
Viterbo, Italy
(e-mail: scarellif@libero.it)

Abstract. Portfolio utility measures are surveyed in the paper, taking into account a tendency of an investor to risk. Portfolio utilities have been compared, following from mean-risk and stochastic dominance models with various distributions of portfolio performance. We reduced the portfolio optimization considered often as a bi-criteria problem to the analysis of a parametrized objective function, introducing the set of optimal decisions (SOD). It has been shown by theoretical consideration and counterexamples, the SOD being different n -dimensional curves for different utility measures in general, although the resulting optimal sets can be very close. Note, the SOD remains the same for portfolio with normally distributed return. The investor policy has been discussed from the standpoint of a tendency to risk, specifying the latter according to the appropriate risk parameter.

Keywords: portfolio theory, risk measure, stochastic dominance, mean-risk model, stable distribution.

1 Introduction

Decision making in the case of uncertainty is a typical situation in finance planning. There are many ways of modeling uncertainty: one of them that proved particularly fruitful is to use stochastic models. The classical Markowitz approach to portfolio modelling quantifies the financial decision problem in a lucid form of only two stochastic criteria: the mean, representing the expected return and the variance, as a scalar measure of variability of returns in securities, assumed to be distributed normally [Markowitz, 1991]. The resulting mean-variance model is one of the most well studied nonlinear financial programs, having extensions in numerous directions.

There are various approaches to modelling the predictability of returns in securities. The normal distribution was historically first applied to the modelling of portfolio outcome. However, the evidence of financial statistical analysis confirmed many times that distribution of financial data often differs from that of normal and distinguishes itself by high probabilities of great returns (or losses) and asymmetry. In view of this reason a permanent attention was paid of late to non-Gaussian distributions in finance modelling (see, [Fama, 1965, Mandelbrot, 1967, Samorodnitsky and Taqqu, 1994], [Kozubovski and Panorska, 1999, Rachev and Mittnik, 2000], etc.). Pareto

stable distributions (α -stable, geometric stable, max-stable, and others, see [Rachev and Mittnik, 2000]) play a fundamental role applied as *basic variables* to describe complex financial phenomena in many financial stochastic models. Mathematical techniques for stable modelling are rather well described in many papers and books [Janicki and Weron, 1994, Samorodnitsky and Taqqu, 1994, Mittnik and Rachev, 2000], etc.), which enable us to identify and simulate financial series, using the standard computer software.

Since theoretically investigated distributions of financial data can have no certain moments the classical mean-variance portfolio approach becomes inapplicable. Several risk measures have been proposed in the literature from different viewpoints. A pure economic definition of coherent risk was given in an axiomatic way under no assumption of market completeness in [Artzner *et al.*, 1999]. The important class of risk measures has been developed following the concept of stochastic dominance describing in one theoretical framework such most often considered portfolio measures as mean-absolute deviation (MAD), value-at-risk (VAR), conditional-value-at-risk (CVAR), etc. ([Whitmore and Findlay, 1978, Elton and Gruber, 1991], [Levy, 1972, Szego, 2002], etc.). Since the attitude towards potential losses on demand and offer sides has to be modelled in different ways, a general theory of downside risk has been developed by Fishburn (1977), who reconciles this theory both with the stochastic dominance approach and the utility theory.

Portfolio performance according to the appropriate risk measure leads to a nonlinear optimization problem with the objective function not expressed analytically. The Monte-Carlo method is a universal and convenient tool applied very often in solving numerical problems that appear here. Application of this method to the optimization of various portfolio measures has already offered certain technologies for the demands of computational finance (see [Elton and Gruber, 1991, Duffie and Pan, 1997, Ziemba and Mulvey, 1998], [Rockafellar and Uryasev, 2000, Ogrzyczak and Ruschchynski, 2001], [Andersson *et al.*, 2001, Worzel *et al.*, 2001]).

It is important to note that theoretically studied portfolio risk measures themselves may be interpreted as one-parameter function families, described by a certain parameter specifying the tendency of an investor to risk, say, a risk-aversion coefficient, expected shortfall, probability of losses (probability of risk), etc. In such a case, the portfolio optimization considered rather often as a bi-criteria problem, can be reduced to the analysis of a parametrized objective function, using certain mathematical manipulations. Thus, portfolio weighting becomes a problem of parametrized optimization, and an investor should consider a *set of optimal decisions*, which is an n -dimensional curve in general. It is well-known that in the case of normally distributed returns this optimal decision set is the same for different portfolio risk measures (mean-variance, MAD, VAR, CVAR, e.g., see [Elton and Gruber, 1991]), however this is not true in general although resulting optimal sets can be close. Thus, an investor should compare different decisions from

the appropriate optimal decision curve in view of a tendency of investor to risk, specified according to the risk parameter.

This paper surveys the properties of the set of portfolio optimal decisions with respect to various risk measures and distributions of portfolio outcome. The paper is composed as follows: portfolio return model is described in the next section, various portfolio measures are discussed in the third and fourth sections focusing on the coherence property, and in properties of SOD are explored in the section 5.

2 Modelling and comparing portfolio outcome

2.1 Modelling portfolio return

The one-stage financial decision problem is to assign shares (weights)

$$w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$$

of capital invested into a certain set of securities. Let the return of portfolio be described by a random function $r(w, \xi)$, where w are shares of capital invested in n securities, and ξ is a random vector from a certain probability space (Ω, Σ, P) , reflecting basic factors of the market risk (uncertainty of cash flows, yields, interest and exchange rates, etc.). We consider an additive return function for simplicity:

$$r(w, \xi) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot R_i(\xi), \quad (1)$$

where $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m)$ are basic variables and $R_i(\xi)$ is the return from the i -th security under a certain time horizon, $i = 1, \dots, m$. In each specific case the definition of a basic stochastic model and formation of the return function depend on the conclusions of the statistical analysis of historical data as well as on structure of the considered financial instrument. Thus, returns are coinciding with basic variables in a simplest case:

$$R_i(\xi) = \xi_i.$$

Usually weights w are assumed to follow from a certain set W of institutional restrictions such as non-negativity of weights, normalization, etc. Assume a set of institutional restriction to be a convex bounded set W in general:

$$W = \{w \mid Aw = b, w \geq 0\}, \quad (2)$$

where $b \in R^m$ and A is the $n \times m$ -matrix ([Ziemba and Mulvey, 1998], [Andersson *et al.*, 2001, Szego, 2002]).

Let $w_1, w_2 \in W$ be two vectors of portfolio weighting. Measures for portfolios comparison are introduced following the obvious consequence that the portfolio with larger return is better: say, decision w_1 is more preferable than w_2 in the case of portfolio performance ξ , if

$$r(w_1, \xi) > r(w_2, \xi).$$

The portfolio measure $F(w)$, which evaluates the return value for all possible performances, is coherent if certain axioms are satisfied ([Artzner *et al.*, 1999, Szego, 2002]):

- a) $r(w_1, \xi) \geq r(w_2, \xi), \quad \forall \xi, \xi \in \Omega, \Rightarrow F(w_1) \geq F(w_2)$ (monotonicity);
- b) $F(u \cdot w_1 + (1 - u) \cdot w_2) \leq u \cdot F(w_1) + (1 - u) \cdot F(w_2),$
 $0 \leq u \leq 1,$ (subadditivity);
- c) $F(\lambda \cdot w) = \lambda \cdot F(w), \quad w \in W, \lambda \geq 0$ (homogeneity).

Next axioms of law-invariance, positivity, etc, can be considered, too ([Artzner *et al.*, 1999, Szego, 2002, Accerbi and Tasche, 2002]).

3 Mean-risk models

3.1 Mean-variance model

In the classical portfolio model the variance of return is proposed as a risk measure ([Markowitz, 1991]) and portfolio selection is treated as a stochastic optimization problem, which may be written in a general form for arbitrary distribution of ξ as:

$$E(r(w, \xi) - Er(w, \xi))^2 \rightarrow \min_{w \in W} \quad (3)$$

subject to the restriction on the desired expectation of return M :

$$Er(w, \xi) = M, \quad (4)$$

where E is a symbol of mathematical expectation with respect to measure P .

In Markowitz model the return function is linear (1), returns in securities are simple and normally distributed $\xi \succ N(\mu, \Sigma)$ with a certain mean vector $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ and the covariance matrix $\Sigma = [\sigma_{ij}]_1^n$.

It is easy to get sure that at last case the problem (3), (4) turns into a quadratic optimization task:

$$\sum_{i,j=1}^n w_i \cdot w_j \cdot \sigma_{ij} \rightarrow \min_{w \in W} \quad (5)$$

subject to

$$\sum_{i=1}^n w_i \cdot \mu_i = M. \quad (6)$$

In the general case, the dual problem for (3), (4) is a maximization of the expected portfolio return

$$Er(w, \xi) \rightarrow \max_{w \in W} \quad (7)$$

subject to the condition on admissible risk, measured by variance Δ :

$$E(r(w, \xi) - Er(w, \xi))^2 = \Delta. \quad (8)$$

Thus, an application of the Karush-Kuhn-Tucker theorem [Bertsekas, 1982] to (7), (8) leads to the optimization problem:

$$Er(w, \xi) - c \cdot E|r(w, \xi) - Er(w, \xi)|^2 \rightarrow \max_{w \in W}, \quad (9)$$

where c is a Lagrange multiplier.

Hence, a mean-variance utility function can be introduced for portfolio optimization

$$F(w, c) = Er(w, \xi) - c \cdot E|r(w, \xi) - Er(w, \xi)|^2, \quad (10)$$

where the parameter c is a risk aversion-trade-off coefficient.

Unfortunately, this objective function is not consistent with the axioms of coherency. However, in the case of normally distributed portfolio return, it is easy to make sure that the solution of problem (7) is the same as that of the problem (see [Elton and Gruber, 1991])

$$Er(w, \xi) - c_2 \cdot \left(E|r(w, \xi) - Er(w, \xi)|^2 \right)^{1/2} \rightarrow \max_w \quad (11)$$

with certain $c_{(2)}$. The mean-standard deviation utility function

$$F_{(2)}(w, c) = Er(w, \xi) - c_2 \cdot \left(E|r(w, \xi) - Er(w, \xi)|^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (12)$$

related with the latter problem already satisfies the property of homogeneity.

Note, that the set of solutions for normally distributed portfolio return is the same in problems (3)–(4), (7)–(8), (9), (11) being a piecewise linear curve in the multidimensional set of institutional restrictions specified with respect to the appropriate parameter M, Δ, c, c_2 .

3.2 Mean-p-deviation models

Although the classical approach has proven to be quite useful in various applications, it is often inadequate to investment risk evaluations, because returns (or losses) are heavily skewed and leptocurtotic. Theoretically investigated distributions of this kind can have no certain moments and the classical mean-variance portfolio approach becomes inapplicable. A simple way to extend this classical approach is to introduce a p -deviation

$$d_{(p)}(w) = \left(E|r(w, \xi) - Er(w, \xi)|^p \right)^{1/p}$$

as a risk measure. Then the straight-forward generalization of (12) is as follows:

$$\begin{aligned} F_{(p)}(w, c_p) &= Er(w, \xi) - c_p \cdot d_{(p)}(w) \\ &\equiv Er(w, \xi) - c_p \cdot \left(E|r(w, \xi) - Er(w, \xi)|^p \right)^{1/p}, \end{aligned} \quad (13)$$

where $1 < p \leq 2$, c_p is the coefficient of risk aversion. If $p = 2$, we have the classical mean-variance portfolio treatment, if $p = 1$, – the mean-absolute deviation (MAD) portfolio ([Ogrzyczak and Rushchynski, 2001], etc.):

$$F_{(1)}(w, c_1) = Er(w, \xi) - c_1 \cdot E|r(w, \xi) - Er(w, \xi)|. \quad (14)$$

It is easy to see that the objective function (13) satisfies the property of homogeneity.

In the case of normally distributed portfolio return, the maximization of (14) can be reduced to (12), because

$$E|\eta - E\eta|^p = \frac{\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right) \cdot 2^{\frac{p+1}{2}}}{\sqrt{\pi}} \cdot (E(\eta - E\eta)^2)^{\frac{p}{2}},$$

where η is the Gaussian variable. Thus, in the latter case the set of optimal decisions of the problem $F_{(p)}(w, c_p) \rightarrow \max_{w \in W}$ is the same for different p , $1 < p \leq 2$, and is the same as that of the classical one (3)–(4), when

$$c_2 = \left(\frac{\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right) \cdot 2^{\frac{p+1}{2}}}{\sqrt{\pi}} \right)^{\frac{1}{p}} \cdot c_p.$$

4 Stochastic dominance models

4.1 Probability of portfolio return and Value-At-Risk

Much knowledge about the portfolio efficiency is provided by the probability:

$$F^{(0)}(w, R) = \Pr \{ \xi \mid r(w, \xi) \leq R \}, \quad (15)$$

where R is a certain threshold value of portfolio return. Minimization of probability of losses may be used to find the weighting of portfolio to ensure less admissible level R the minimal probability of losses:

$$F^{(0)}(w, R) \rightarrow \min_{w \in W}. \quad (16)$$

The concept of value-at-risk (VAR) was introduced aimed at answering the question: how much one can expect to lose with a given probability? VAR R_γ is defined as a quantile of desired portfolio return with probability γ [Duffie and Pan, 1997]:

$$R_\gamma = \min \{ R \mid F^{(0)}(w, R) = \gamma \}. \quad (17)$$

Clearly, VAR can be assumed as a risk measure for portfolio optimization. It is convenient to turn the latter problem into problem (16):

$$F^{(0)}(w, R) \rightarrow \min_{w \in W}. \quad (18)$$

subject to

$$F^{(0)}(w, R) = \gamma, \quad (19)$$

i.e., to find optimal portfolio weighting and VAR that ensure the desired probability of portfolio losses γ .

It is easy to get convinced that

$$\Pr\{\eta | \eta \leq R\} = \Phi\left(\frac{R - E\eta}{\sqrt{E(\eta - E\eta)^2}}\right),$$

where η is a Gaussian variable, Φ is the probability function of standard normal distribution. Thus, in the case of normally distributed returns the minimization of (18), (19) is equivalent to

$$\frac{R_\gamma - Er(w, \xi)}{\sqrt{E(r(w, \xi) - Er(w, \xi))^2}} \rightarrow \min_{w \in W}.$$

However the latter one gives the same solution as (12) setting $c_2 = \psi_\gamma$, where ψ_γ is the standard normal $1 - \gamma$ -quantile.

Despite some useful VAR properties, it does not satisfy the properties of homogeneity and convexity.

4.2 Stochastic dominance axiomatic model

Stochastic dominance is based on the axiomatic model of risk aversion preferences [Ogrzyczak and Rushchynski, 2001] that enables us to construct portfolio objective functions with desired properties of homogeneity and convexity.

In the stochastic dominance approach, random portfolio returns are compared by the point-wise comparison of their distribution function (15). Let us call function (15) as a function of 0-degree. The k -th function is defined recursively:

$$F^{(k)}(w, R) = \int_{-\infty}^R F^{(k-1)}(w, r) dr, \quad k = 1, 2, \dots \quad (20)$$

The k degree stochastic dominance is understood in the following way:

$$w_1 \geq_k w_2 \Leftrightarrow F^{(k)}(w_1, R) \leq F^{(k)}(w_2, R) \text{ for all } R \in \mathfrak{R}. \quad (21)$$

The corresponding strict dominance relation is defined by the standard rule

$$w_1 >_k w_2 \Leftrightarrow (w_1 \geq_k w_2 \cup \neg(w_2 \geq_k w_1)).$$

Thus, portfolio with weighting w_1 dominates portfolio w_2 by the k degree stochastic dominance rule if $F^{(k)}(w_1, R) \leq F^{(k)}(w_2, R)$ for all $R \in \mathfrak{R}$ with a strict inequality holding for at least one R .

It is easy to see that VAR introduces the stochastic dominance of 0-degree.

It is very important that functions (20) may be expressed through the k -th semi-moment (see, [Ogrzyczak and Rushchynski, 2001]):

$$F^{(k)}(w, R) = \frac{1}{k!} \cdot E\left(\max(0, R - r(w, \xi))\right)^p \quad (22)$$

for integer $k > 0$, $w \in W$ and $R \in \mathfrak{R}$. According to this proposition the functions (20) are well defined when $E|\xi|^k < \infty$. Clearly

$$w_1 \geq_k w_2 \text{ implies } w_1 \geq_{k-1} w_2 \text{ and } w_1 >_k w_2 \text{ implies } w_1 >_{k-1} w_2.$$

The function $F^{(p)}(w, R)$ and the corresponding p -th stochastic dominance are defined for arbitrary real $p > 0$ in a natural way:

$$F^{(p)}(w, R) = \frac{1}{\Gamma(p+1)} \cdot E\left(\max(0, R - r(w, \xi))\right)^p. \quad (23)$$

Let us consider the property of convexity for the introduced risk measure. Let $p \geq 1$, $R \in \mathfrak{R}$, $w \in W$, and $t \in [0, 1]$. Then, for all $R_1, R_2 \in \mathfrak{R}$ [Ogrzyczak and Rushchynski, 2001]:

$$\begin{aligned} & \left(F^{(p)}(w, (1-t) \cdot R_1 + t \cdot R_2)\right)^{1/p} \\ & \leq (1-t) \cdot \left(F^{(p)}(w, R_1)\right)^{\frac{1}{p}} + t \cdot \left(F^{(p)}(w, R_2)\right)^{\frac{1}{p}} \end{aligned} \quad (24)$$

and for all $w_1, w_2 \in W$

$$\begin{aligned} & \left(F^{(p)}((1-t) \cdot w_1 + t \cdot w_2, R)\right)^{\frac{1}{p}} \\ & \leq \left((1-t) \cdot \left(F^{(p)}(w_1, R)\right)^{\frac{1}{p}} + t \cdot \left(F^{(p)}(w_2, R)\right)^{\frac{1}{p}}\right)^p. \end{aligned} \quad (25)$$

For a degree $p \geq 1$ it is of interest to analyze the graphs of the function

$$G^{(p)}(w, R) = (\Gamma(p+1) \cdot F^{(p)}(w, R))^{1/p} \equiv \left(E(\max(0, R - r(w, \xi))\right)^p\right)^{1/p}. \quad (26)$$

It has the following properties:

- (i) $\lim_{R \rightarrow -\infty} G^{(p)}(w, R) = 0$;
- (ii) $\lim_{R \rightarrow \infty} (G^{(p)}(w, R) - R + Er(w, \xi)) = 0$;
- (iii) $G^{(p_1)}(w, R) \geq G^{(p_2)}(w, R)$, if $p_1 \geq p_2 > 0$;
- (iv) the function $G^{(p)}(\cdot, R)$ is convex;
- (v) the function $G^{(p)}(w, \cdot)$ is convex;
- (vi) $G^{(p)}(\lambda \cdot w, \lambda \cdot R) = \lambda \cdot G^{(p)}(w, R)$;
- (vii) $G^{(p)}(w, R) \geq (R - Er(w, \xi))_+$ for all $p \geq 1$, $R \in \mathfrak{R}$.

The graphs of $G^{(p)}(w, \cdot)$ and $(R - Er(w, \xi))_+$ are depicted in Fig. 1.

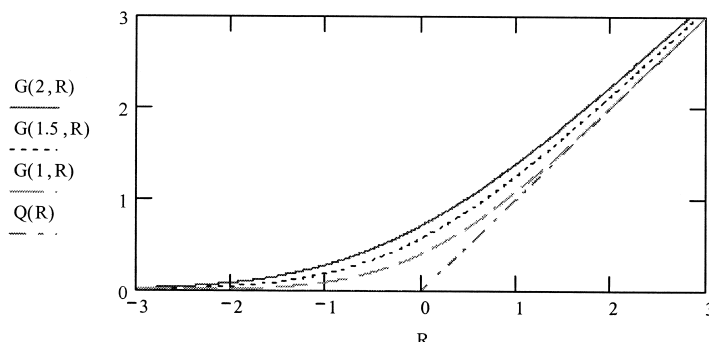


Fig. 1. Graph of $G^{(p)}(w, R) = G(p, R)$.

4.3 One-side risk measures

The theoretical properties make stochastic dominance models attractive as a measure for portfolio risk. Since the establishment of stochastic dominance is a complicated numerical task, certain relations are introduced, based on the one-side semideviation

$$\delta^{(p)}(w) = \left(E \left| \max(0, Er(w, \xi) - r(w, \xi)) \right|^p \right)^{1/p}$$

and the corresponding utility function

$$\bar{F}^{(p)}(w, c) = Er(w, \xi) - c \cdot \delta^{(p)}(w), \tag{27}$$

$0 < p \leq 2$. For financial optimization the objective function (27) with integer p is of most interest. It is easy to see [Ogrzyczak and Ruschchynski, 2001] that

$$\delta^{(1)}(w) = \frac{1}{2} E |r(w, \xi) - Er(w, \xi)|. \tag{28}$$

Thus, the MAD objective function (14) is consistent with the stochastic dominance utility. Since the stochastic dominance objective function (27) is consistent with homogeneity and convexity only for $p \geq 1$, the VAR is not consistent with homogeneity and convexity [Ogrzyczak and Ruschchynski, 2001]. It is also easy to notice that the optimization of down-side criterion (27) of portfolio with normally distributed return is reduced to that of (12) for integer p , and, consequently, to the standard Markowitz problem (3), (4).

4.4 Expected regret and conditional-value-at-risk

Useful properties follow from the stochastic dominance of the first degree. The first degree stochastic dominance function evaluates the expected value of low return (expected regret) beyond the threshold R :

$$F^{(1)}(w, R) = E \left(\max(0, R - r(w, \xi)) \right). \tag{29}$$

In the latter case, the evaluation of probability of portfolio losses

$$\Pr \{ \xi \mid r(w, \xi) \leq R \}$$

becomes a separate counterpart. The Conditional-Value-at-Risk (CVAR) model was introduced that enables us to evaluate both the threshold R and probability of risk γ . CVAR is defined as a conditional expected value of portfolio losses exceeding VAR R

$$F(w, R, \gamma) = R + \frac{E(\max(0, R_\gamma - r(w, \xi)))}{\gamma} \equiv R + \frac{F^{(1)}(w, R)}{\gamma} \quad (30)$$

An important property of CVAR is that the solution R_γ of the problem

$$F(w, R, \gamma) \rightarrow \min_{R \in \mathbb{R}}$$

satisfies:

$$F^0(w, R_\gamma) \equiv \Pr \{ \xi \mid r(w, \xi) \leq R_\gamma \} = \gamma \quad (31)$$

and, thus, enables us to obtain the threshold R_γ for the admissible risk γ [Rockafellar and Uryasev, 2000].

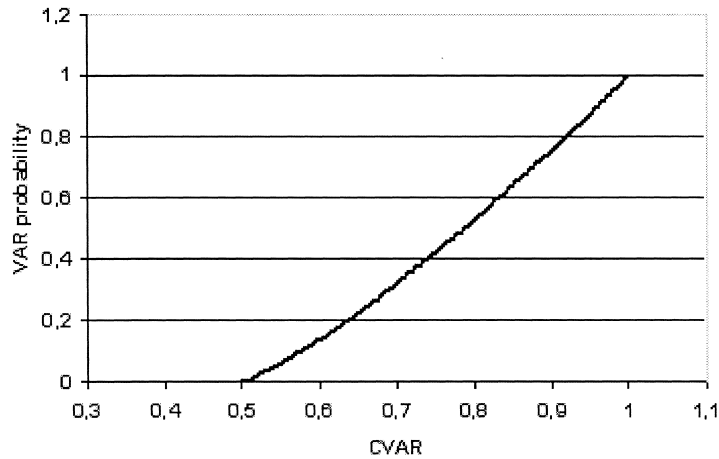


Fig. 2. CVAR-VAR probability diagram.

It is of interest to compare CVAR with VAR for portfolio with normally distributed return. Note, that

$$E(\max(0, R - \eta)) = (R - E\eta) \cdot \Phi\left(\frac{R - E\eta}{\sqrt{E(\eta - E\eta)^2}}\right) + \sqrt{E(\eta - E\eta)^2} \cdot \varphi\left(\frac{R - E\eta}{\sqrt{E(\eta - E\eta)^2}}\right),$$

if η is a Gaussian variable, $\varphi(\cdot)$ is a standard normal density. Then, after simple manipulations we can see that in the case of normally distributed returns the minimization of (31) is equivalent to (11) with

$$c_2 = \frac{\phi(\psi_\gamma)}{\Phi(\psi_\gamma)},$$

where ψ_γ is the $1 - \gamma$ -quantile of the standard normal distribution. Since the optimization of VAR can be also reduced to (11), we can find VAR and VAR-optimal portfolio weighting by programs for CVAR optimization, adjusting values of the parameter of admissible risk, i.e., the optimal VAR R_γ corresponds to CVAR with an admissible probability of risk

$$\gamma' = \Phi\left(\frac{\varphi(\psi_\gamma)}{\Phi(\psi_\gamma)}\right).$$

This dependence is depicted in Fig. 2, showing CVAR at which γ' should be solved to receive the VAR with the risk probability γ . There are attempts to develop programs to compute VAR using this property (see, [Rockafellar and Uryasev, 2000]).

5 Exploring the optimal decision set

5.1 Portfolio with stable returns

It is known, that in the case of normal portfolio return, the resulting set of optimal portfolio selections is the same for many theoretically studied portfolio risk measures (mean-variance, mean-p-deviation, VAR, CVAR, etc). Note that such a property may be extended to α -stable returns, too.

Assume the vector ξ to be multivariate α -stable with the spectral representation (Γ, μ) (see [Samorodnitsky and Taqqu, 1994]). We say the spectral measure Γ is β -invariant if the unit sphere S can be represented as a sum of two half-spheres $S = S^+ \cup S^-$, $S^+ \cap S^- = \emptyset$, such that $\xi \in S^+ \Leftrightarrow -\xi \in S^-$ and $\Gamma(-\xi) = \kappa\Gamma(\xi)$, $\kappa \geq 0$ is a number. Assume the portfolio return to be simple and linear:

$$r = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \xi_i,$$

where returns in securities are multivariate α -stable with the spectral representation (Γ, μ) , where the spectral measure Γ is β -invariant, $1 < \alpha \leq 2$. Then a set of optimal weighting is the same for the mean- p -deviation, VAR and CVAR portfolios. The portfolio outcome is α -stable with the mean

$$\mu_w = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \mu_i,$$

the scale parameter

$$\sigma_w = \left(\int_S \left| \sum_{i=1}^n w_i \cdot s_i \right|^\alpha \Gamma(ds) \right)^{\frac{1}{\alpha}}$$

and the skewness parameter $\beta_w = \frac{1-\kappa}{1+\kappa}$.

The proof follows from the properties of stable distributions (see formulae (2.3.3), (2.3.4), (2.3.5) of Samorodnitsky and Taqqu (1994), etc.).

5.2 Counterexample

Let us consider, to interest a nonlinear optimization of portfolio from three returns following from α -stable distribution. Parameters of return distribution (time horizon is $T = 1$) are given in the table 1 [Mittnik *et al.*, 2002].

Series	Sample Size	Time Period	α	β	μ	σ
S&P500	7327	1/01/70-1/30/98	1.71	0.004	0.036	0.512
DAX30	8630	1/04/65-1/30/98	1.82	-0.084	0.027	0.392
CAC40	2756	7/10/87-1/30/98	1.78	-0.153	0.027	0.698

Table 1.

The results of optimization by MATHCAD software [Silbergeld, 2000] according to CVAR and the mean-p-deviation model are given in table 2, where in the first and second columns optimal weights are presented, in the fourth one that of the probability of portfolio γ , in the fifth one that of the VAR, in the sixth one that computed for CVAR optimal portfolio. For comparison, in the third column optimal weighting for the mean-semideviation optimal portfolio is given, in the seventieth – the risk-aversion coefficient for the last problem is presented. We see that by varying the probability of risk or the risk-aversion coefficient, the portfolio weighting almost does not change. A certain difference in weighting is observed with respect to the risk measure considered.

w_1	w_2 CVAR	w_2 VAR	γ	VAR	CVAR	c
1	2	3	4	5	6	7
0.1357	0.2978	0.3133	0.60	0.1321	0.452	0.65
0.1369	0.2962	0.3073	0.70	0.2496	0.539	0.985
0.1381	0.2946	0.3012	0.80	0.3999	0.650	2.035
0.1394	0.2927	–	0.90	0.5895	0.820	–
0.1401	0.2920	–	0.95	0.7666	0.971	–
1398	0.2929	–	0.99	1.1178	1.237	–

Table 2.

6 Discussion and conclusions

A simple investment planning model with a single period considered by Markowitz (1991) suggests numerous extensions of creating a modern portfolio theory. Important challenges of this theory for real-life financial applications are related with adequate modelling of financial indices, that are greatly skewed and leptocurtotic, as well as with computational properties of portfolio planning, where the constructed portfolios have to meet numerous side constraints and in view of transaction costs.

The portfolio analysis leads to a bicriterial problem characterized by the mean, representing the expected return and the risk, and a scalar measure of the variability of returns in securities. Two approaches are used most often to model portfolio risk: mean-variance (mean- p -deviation) and stochastic dominance models that enable us to reduce the portfolio weighting to stochastic programming taking into consideration a tendency of investor to risk. An attractive numerical property of stochastic dominance models is LP solvability. The Monte-Carlo method is a universal and convenient tool very often applied in solving NLP and LP problems of stochastic optimization appearing here [Sakalauskas, 2002]. Application of this method in the optimization of various portfolio measures, such as the mean-variance, mean-absolute deviation (MAD), value at risk (VAR), conditional value at risk (CVAR), etc., has already offered certain technologies for the demands of computational finance.

Portfolio utility measures can be considered as one-parameter function families, depending on one certain parameter specifying the tendency of an investor to risk (say, a risk-aversion coefficient, an expected shortfall, probability of losses (probability of risk), etc.). Thus, portfolio weighting becomes a problem of parametrized optimization, and an investor should consider a set of optimal decisions, which is an n -dimensional curve in general. It depends on the tendency of investor to risk how to consider and specify this parameter with respect to his preferences.

References

- [Accerbi and Tasche, 2002]C. Accerbi and D. Tasche. On the coherence of expected shortfall. *Journal of Banking and Finance*, 26: 1487–1503, 2002.
- [Andersson *et al.*, 2001]F. Andersson, H. Mausser, D. Rosen, and S. Uryasev. Credit risk optimization with conditional value-at-risk criterion. *Mathematical programming and finance. Math. Program.*, 89(2), Ser. B: 273–291, 2001.
- [Artzner *et al.*, 1999]P. Artzner, F. Delbaen, J. M. Eber, and D. Heath. Coherent risk measures. *Mathematical Finance*, 9: 203–228, 1999.
- [Bertsekas, 1982]D. J. Bertsekas. *Constrained optimization and Lagrange multiplier methods. Computer Science and Applied Mathematics*. Academic Press, Inc. Harcourt Brace Jovanovich, Publishers, N.Y., London, 1982.
- [Duffie and Pan, 1997]D. Duffie, and J. Pan. An overview of value-at-risk. *J. Deriv.*, 4: 7–49, 1997.
- [Elton and Gruber, 1991]E. J. Elton, and M. J. Gruber. *Modern portfolio theory and investment analysis*. Wiley&Sons, 1991.

- [Fama, 1965]E. Fama. The behavior of stock market prices. *Journal of Business*, 38: 34–105, 1965.
- [Fishburn, 1977]C. Fishburn. Mean-risk analysis with risk associated with below-target returns. *The American Economic Review*, 67: 116–126, 1977.
- [Janicki and Weron, 1994]A. Janicki, and A. Weron. *Simulation and behavior of α -stable stochastic processes*. Marcel Dekker, N.Y., 1994.
- [Kozubovski and Panorska, 1999]T. J. Kozubovski, and A. K. Panorska. Simulation of geometric stable and other limiting distributions arising in random summation scheme. *Mathematical and Computer Modelling*, 29: 255–262, 1999.
- [Levy, 1972]H. Levy. Stochastic dominance and expected utility: survey and analysis. *Management Science*, 38: 555–593, 1972.
- [Mandelbrot, 1967]B. Mandelbrot. The variation of some other speculative prices. *Journal of Business*, 40: 393–413, 1967.
- [Markowitz, 1991]H. M. Markowitz. *Portfolio selection*, first edition J.Wiley, New York, 1959, second edition Blackwell, Cambridge, 1991.
- [Ogrzyczak and Rushchynski, 2001]W. Ogrzyczak, and A. Rushchynski. On consistency of stochastic dominance and mean-semideviation models. *Mathematical Programming*, 89: 217–232, 2001.
- [Mittnik *et al.*, 2002]S. Mittnik, S. T. Rachev, and E. Schwartz. Value-at-risk and asset allocation with stable return distributions the german statistical review. Special issue *Statistical and Econometric Risk Analysis of Finance Markets*, 86: 1-15, 2002.
- [Rachev and Mittnik, 2000]S. Rachev, and S. Mittnik. *Stable Paretian Models in Finance. Series in Financial Economics and Quantitative analysis*. Wiley&Sons, N-Y-Toronto, 2000.
- [Rockafellar and Uryasev, 2000]R. T. Rockafellar, and S. Uryasev. Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2: 21–47, 2000.
- [Sakalauskas, 2002]L. Sakalauskas. Nonlinear stochastic programming by Monte-Carlo estimators. *European Journal on Operational Research*, 137: 558–573, 2000.
- [Samorodnitsky and Taqqu, 1994]G. Samorodnitsky, and M. Taqqu. *Stable non-Gaussian random processes*. Chapman & Hall, New York, 1994.
- [Szego, 2002]G. Szego. Measures of risk. *Journal on Banking and Finance*, 26: 1253–1272, 2002.
- [Silbergeld, 2000]D. Silbergeld. *Mathcad 2000 – Real Math for Everyone*. MathSoft, Inc., Cambridge, 2000.
- [Whitmore and Findlay, 1978]G. A. Whitmore, and M. C. Findlay. *Stochastic Dominance approach: An Approach to Decision Making Under Risk*. Heath D.C., Lexington, MA, 1978.
- [Worzel *et al.*, 2001]K. J. Worzel, C. Vassiadou-Zeniou, and S. A. Zenios. Integrated simulation and optimization model for tracking indices of fixed-income securities. *Operation Research*, 42(2): 223–233, 2001.
- [Ziemba and Mulvey, 1998]W. Ziemba, and E. Mulvey (eds.). *Worldwide asset and liability management*. Cambridge Press, Publications of the Newton University, Cambridge, 1998.

Partie/Part III

Applications et étude de cas

Cases studies and applications

Multiple Objectives and Sustainable Development

Professor Dr Willem.K. Brauers M of A.

Faculty of Applied Economics and
Institute for Development Policy and Management
University of Antwerp, Belgium
(e-mail: willem.brauers@ua.ac.be)

Abstract. The utility problem has always been a crucial problem for researchers in multiobjective decision-making. In fact, the utility problem boils down to two problems: the choice of units per objective and the importance, which is given to an objective. Nowadays, units, attributes, norms, indicators, under which name whatsoever, try to measure everything, at least as an alternative measurement. The importance of an objective is shown by weights, by scores or by a number of subobjectives.

Sustainable development stands at the demand side. Consequently, the economic law of decreasing marginal utility is of application, which means that solutions have to be nonconvex, i.e. nonlinear, even not piecewise linear. Therefore, we prefer an n -power form. The possibility exists to raise the attributes of the objectives to powers. A decision therefore has to be taken by unanimity of the stakeholders. This is also the case if some subobjectives are put at the level of the objectives.

As an application of sustainable development, a diagnosis is brought for a developing country, namely Tanzania.

Keywords: Objectives, Indicators, Sustainable development, Full-Multiplicative Form, Scenarios.

1 The utility problem

The utility problem has always been a crucial problem for researchers in multiobjective decision-making; the starting part being:

$$y = f [u_1(x_1), u_2(x_2), \dots, u_n(x_n)] \quad (1)$$

Utility can be solely measured in money terms, like in cost-benefit analysis. Multiobjective people consider this attitude as too materialistic and even unrealistic.

In fact, the utility problem boils down to two problems: the choice of units per objective and the importance, which is given to an objective. At that moment, we think the u 's can be dropped from the formula.

Nowadays, units, attributes, norms, indicators, under which name whatsoever, try to measure everything, even quality, without the detour by the way of money terms. This is the case in firms, but also in micro- and macroeconomics. Sometimes direct measurement, being too difficult, is substituted by alternative measurement such as for pollution, quality and individual choice. Let us take the example of alternative measurement for pollution. Air pollution is difficult to measure directly.

If air pollution causes cancer, what is the effect over many years and is the cancer related to the pollution in question? Therefore, pollution abatement costs, for instance the installation costs in a factory in order to diminish the ejection of dangerous gasses and dust, represent an alternative measurement for pollution effects. The cost of complete isolation of houses, the drop in prices of these houses or the amortization of the last models of airplanes would mean an alternative measurement for noise pollution for the neighbors of airfields caused by the take off of airplanes.

The importance of an objective is shown by weights, exponents, scores or by a number of subobjectives.

1.1 Importance measured by weights

The decomposable utility function over n attributes of the objectives is best known under its additive form with the use of weights:

$$u(x_j) = \sum_i w_i \cdot x_{ij} \quad (2)$$

where: $u(x_j)$ = total utility for the multiple objectives of alternative j
 $j = 1, 2, \dots, m$; m the number of alternatives
 w_i = weight for objective i where $\sum w_i = 1$
 $i = 1, 2, \dots, n$; n the number of objectives
 x_{ij} = response of alternative j on objective i

If the objectives are multiplied, exponents replace weights.

1.2 Importance given by scores

Normalization under the form of scores, in contrast with weights, is nonadditive:

$$x_j = [s_1 x_{1j}, s_2 x_{2j}, \dots, s_i x_{ij}, \dots, s_n x_n] \quad (3)$$

with: s_i = the score of objective i as determined by the normalization process ($i = 1, 2, \dots, n$; n the number of objectives)
 x_j = the row vector of utility for alternative j with: $j = 1, \dots, m$; m the number of alternatives.

In this way a normalized matrix is obtained:

$$[{}_N x_{ij}] \quad (4)$$

with: $i = 1, 2, \dots, n$ as the objectives
 $j = 1, 2, \dots, m$ as the alternatives
 N indicates the normalization
 ${}_N x_{ij}$ = the normalized objective i of alternative j

Scores are used in Reference Point Theory (for more details: [Brauers, 2004], Part IV).

1.3 Importance given to the number of objectives

In order to give more importance to an objective, it is also possible to introduce some subobjectives, which are then considered at the same level as the objectives. Let us take the example of the future purchase of fighter planes. For economics the objectives are threefold from the side of price, employment and balance of payments, for technology there is the problem that the planes under project are not delivered in time, will have unexpected failures etc. Finally, there is military effectiveness. In order to give more importance to military defense, its effectiveness is broken down in, for instance, the maximum speed, the power of the engines, the maximum range, eventually the VSTOL characteristic of the fighter plane (for more details, [Brauers, 2002]).

2 Sustainable development

2.1 Indicators in sustainable development

In the field of indicators, sustainable development researchers do an enormous job. Indeed, in the state-of-the-art of Sustainable Development, they accomplish a lot of work in a sometimes rather qualitative domain. Sustainable Development stands for economic development but with strong links with poverty abatement, environment protection and lesser use of natural resources. Since the World Summit on Sustainable Development in Johannesburg in 2002, it became clear that no sustainable development implementation is possible without a set of reliable sustainability indicators. For the Russian Federation, e.g., a set of 141 national indicators was proposed [Livesey, 2003].

Sometimes these indicators were grouped with weights in a sustainable development index number. When composite index numbers for sustainable development are based on weights, the weights are chosen in a subjective way, certainly if economic, social and environmental points of view have to be mixed.

Some more comments have to be made on sustainable development research.

1. One has not to forget that sustainable development has to go out from Objectives, or call it "Goals" or "Targets". Indicators are only derived from objectives.
2. Taking into consideration many independent objectives with their indicators is very cumbersome. Therefore, one has to look for interdependency of objectives in order to diminish their number. Interdependency of objectives may have the traditional form of statistical interdependence but also of quasi-interdependence forms, such as nominal methods, cross-impact, simulation, sensitivity analysis and scenario writing (For more details, see: [Brauers, 2004], p. 29 and foll.).
3. Finally, also for sustainable development an optimization is aimed at, eventually limited to a ranking.

2.2 Premises for sustainable development

The following premises are essential for sustainable development.

1. *Everybody should be objective minded instead of solution minded.*
Mostly it is the contrary. Think of Cost-Benefit, which studies, e.g., the possibilities for a new subway or for a new canal instead of studying first the need for new transport flows.
2. *Each objective should have its own indicator.*
Once again, Cost-Benefit sins against this premise. Indeed, all costs and benefits are translated in money terms. For instance, unemployment is only a question of unemployment allowances and not of human unhappiness. Cost-Effectiveness is already a bit better as only the negative factors are translated in money terms, whereas Effectiveness is measured only with a single indicator.
3. *A decision-maker/dictator is replaced by a bunch of stakeholders.*
It is not a question to choose haphazardly one or more decision-makers to respond to this premise. On the contrary, all stakeholders interested in the issue have to be involved. With many stakeholders, it is difficult to agree about the choice of weights. To stress the importance of the objectives, preference is given to the other methods as described under section 1.
4. *Sustainable development stands at the demand side in the world with two important consequences.*

First, the economic law of decreasing marginal utility is of application for demand, which means that the solutions have to belong to a nonconvex set, i.e. nonlinear. Consequently, linearity with weights and even piecewise linearity are excluded. Decreasing marginal utility is translated visually by means of Indifference Curves. Figure 1 shows a multitude of indifference curves, namely, i' , i'' , i''' and i'''' . After the available income, the highest possible indifference, viz. i' , is chosen (more details are given in: [Brauers, 2004], p.131-168, 228, 333). Nonconvexity means that the straight line FG is not a substitute for the indifference curve i' .

Secondly, demand in sustainable development has to take into consideration the exhaustion of natural resources, which is translated by lesser and lesser opportunities in the Production-Possibility Curve. The curve ABCDE in figure 1 represents the highest possible production, i.e., the highest production-possibility curve. With the productions of ABCDE as available resources, the indifference curve i' can be reached. Production-possibility curves are convex and ipso facto, can be replaced e.g. by the straight line AE or by the piecewise linear lines AB, BD and DE. With other words, linear and piecewise linear production functions can be used, which is the case in Input-Output Analysis (for more details on I/O see: [Brauers, 1995]).

Rejecting linearity for demand, we opt for an n -power form. Does an n -power form correspond to the indifference curve concept? Indifference curves show an irregular form. If they would have a more regular form, they would approximate, in the case of two objectives, a rectangular hyperbola of the positive

quadrant. The equation of this rectangular hyperbola is: $xy = a^2$ with a^2 as a constant. All points on a line between any two points of the rectangular hyperbola are not possible i.e. also a nonconvex situation.

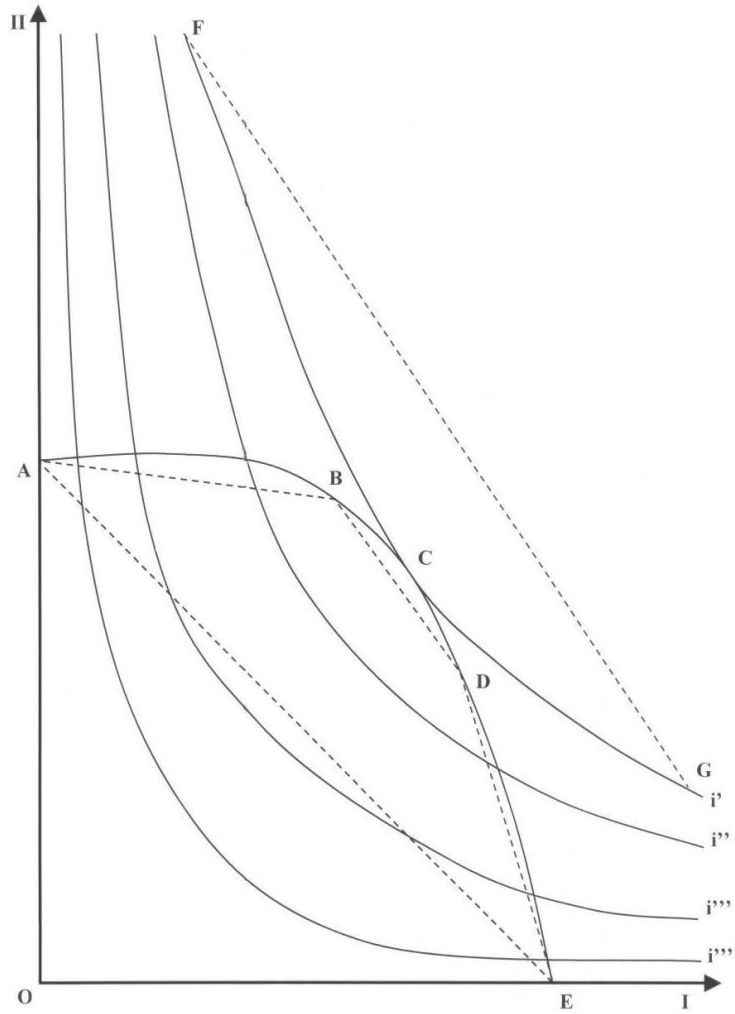


Fig. 1 Indifference Curves and Production-Possibility Curve

3 The full-multiplicative form

3.1 A maximum in the full-multiplicative form

The following n -power form is called from now on the full-multiplicative form. It does not exclude that its factors may increase with a constant:

$$U_j = \prod_{i=1}^n (\alpha_i + \beta_i x_{ij}) \quad (5)$$

with: $j = 1, 2, \dots, m$; m the number of alternatives
 $i = 1, 2, \dots, n$; n being the number of objectives
 x_{ij} = response of alternative j on objective i
 α and β are measures of importance. The α 's are used for an eventual direct intervention by the stakeholders
 U_j = overall utility of alternative j .
 U_j is a dimensionless indicator
The maximum U_j is chosen.

Elsewhere, it is proven that the β coefficients have no sense and can be dropped ([Brauers, 2004], p.229-231). The β coefficients could have the form of weights. Consequently, in the full-multiplicative form the introduction of weights is meaningless. It is proven that also normalization in this context is meaningless ([Brauers, 2004], p.229-231).

3.2 With objectives moving in a different direction

$$U'_j = \frac{A_j}{B_j} \quad (6)$$

with

$$A_j = \prod_{g=1}^i (\alpha_g + x_{gj})$$

i = the number of objectives to be maximized
with:

$$A_j = \prod_{k=i+1}^n (x_{gj} - \alpha_k)$$

$n - i$ = the number of objectives to be minimized.
The additive parameters α make a logarithmic transformation impossible. Indeed such a logarithmic transformation is biased ([Kennedy, 1998], p.97-98; 115; [Goldberger, 1968], p.464-472).

However, in order to give more importance to an objective its α parameter can be increased (or decreased in the case of a minimum). The possibility also exists to raise the objectives to powers ([Miller and Starr, 1969], p.239-241). Decisions

therefore are better taken by unanimity. To put some subobjectives at the level of the objectives presents still another solution, as was described earlier under subsection 1.3.

As a strange consequence of the full multiplicative form, the outcomes obtained by multiplication of different units of measurement become dimensionless measures. Dimensionless measures are not new. Already in 1922, Bridgman [Bridgman, 1922] took notice of them. Dimensionless measures have no cardinal meaning. They could be used in a ranking with no direct meaning of the distances between the measurements. However, very large differences in distances could be significative.

As an application of sustainable development, a diagnosis is brought for a developing country, namely Tanzania.

4 Tanzania; an application of multiobjectives in sustainable development

4.1 Scenarios for the development of Tanzania

As every developing country, Tanzania needs economic growth, employment, an increase in the value of its production and at least a balance of payments in equilibrium. Moreover, the lack of supply in electricity and water forms a very weak point in the Tanzanian economy. Finally, the shortcomings in the internal transport system of Tanzania have to be taken into account, if a policy of development is suggested. Therefore, several scenarios are proposed in order to remedy all these shortcomings.

Suppose the following scenarios are foreseen.

Scenario I a new hydro-electrical power station and a new steel factory.

Scenario II a new policy for agriculture and fisheries:

- the end of incentives to reduce agricultural production through price controls, export taxes, quotas, import subsidies;
- removing protection for non-agricultural products, which increases the balance of payments deficit;
- liberalization of products such as coffee, cacao, cotton, sugar etc.

Scenario III installation of a new sugar factory and a cotton mill.

Scenario IV intensified promotion of tourism together with a program for new roads. The objectives with their indicators can be formulated as follows (Table 1).

For the data, as any updating is absent, the technical coefficients of older input-output tables are extrapolated [IOT, 1999]; [Stäglin, 1999]. Finally, the formula with objectives moving in a different direction of the full-multiplicative form (6) is applied (the detailed computation is given in: [Brauers, 2004], p.281-289).

The final outcome is summarized in Table 2, taking into account the explanation about dimensionless measures, which was given earlier.

Objectives	Corresponding Indicators
1. Maximization of GDP	1. GDP per million Tanzanian shilling
2. Maximization of employment	2. Employment in man-years
3. Due to shortages: minimization of the combined I/O technical coefficients of electricity and water	3. Combined I/O technical coefficients of electricity and water per 0/0000
4. Due to shortages: minimization of the I/O technical coefficient of domestic transport	4. I/O technical coefficient of domestic transport per 0/0000
5. Maximization of the national internal multiplier	5. National internal multiplier per 1,000 Tanzanian shilling of final demand
6. Maximization of the Balance of Payments surplus	6. Balance of Payments surplus in million Tanzanian shilling

Table 1. Objectives with their Indicators for the economic development of Tanzania.

1) New factories	III	18556933463
2) Tourism and roads	IV	1444512327
3) Reform of agriculture	II	975193
4) Heavy industry	I	15

Table 2. Results from the scenarios for an optimal economic policy in Tanzania.

4.2 Results of ranking

The results of the computation have no cardinal value. Nevertheless, the differences show the relative importance of each scenario, anyway better than the ordinal scale. The ranking runs as follows:

1. The light industry, under the form of a sugar factory and a cotton mill, is ranked first. This is understandable, as Tanzania possesses a comparative advantage in cotton and sugar.
2. Intensified promotion of tourism is handicapped as a network of new roads is a preceding condition. This new roads program needs more imports, counterbalancing the balance of payments surplus of tourism revenues. Two tendencies exist. On the one side, Tanzania could follow the example of Kenya in the promotion of tourism. On the other, the status quo could be maintained with respect for the wildlife in the national parks. Moreover, the quietness of the tribes in the interior is then also guaranteed.
3. Reform of agriculture takes place in the way as was mentioned earlier.
4. Heavy industry is promoted under the form of a steel plant and a new hydro-electrical power station.

4.3 Importance given by the number of objectives

Suppose that more importance has to be given to employment. For instance, employment receives an exponent of three.

Unanimity under all the stakeholders could be difficult to attain for such a decision. It would be better to give an insight in the reasons why more importance is given to employment, namely by showing the underlying components or subobjectives of employment. For instance, beside maximization of direct and indirect employment per man-year, maximization of the average wage level and maximization of productivity could be introduced (productivity means here GDP divided by the total of working hours per year). Both cases were simulated, but the original ranking did not change.

For a developing country in Africa, satisfaction of the basic needs of the population is essential. However, data on basic needs are not available in Tanzania. Therefore, it is assumed increase in employment and in value added will bring more satisfaction for the basic needs.

4.4 Are other scenarios possible?

The main possibilities for Tanzania were covered. What about a combination of the proposed scenarios?

For the light and certainly for the heavy industry other combinations are not possible due to the indivisibility of the to install capacities. Moreover, the modern steel factory has to be linked to an electricity production.

Some combinations could be possible between reform of agriculture and promotion of tourism together with new roads. However, as no synergy effects play between these two scenarios, the new combination could only be ranked third in the best situation.

4.5 Financial repercussions

Is it possible to finance the scenarios? National financing is a first possibility. Mostly, this channel is not available or only partly in a developing country.

Secondly, foreign development aid may be available. At that moment, the arguments developed here could support the demand for foreign development aid.

Thirdly, loans from the World Bank may be required. The scenario writing presented here is one of the documents needed in the demand to the World Bank. However, a further project analysis is necessary. At this occasion, an Internal Rate of Return (IRR) higher or equal to the IRR required by the World Bank forms an essential condition.

5 General conclusions

1. Sustainable development has to go out from Objectives, or call it "Goals" or "Targets". Indicators are then derived from the objectives.

2. Taking into consideration many independent objectives with their indicators is very cumbersome. Therefore, one has to look for interdependency of objectives in order to diminish their number.
3. An optimization is aimed at, eventually limited to a ranking.
4. The economic law of decreasing marginal utility asks for nonlinearity. Therefore, an n -power form is proposed called the full-multiplicative form.
5. An application is brought for Tanzania. The following objectives were chosen: promotion of economic growth, increase in productivity, social welfare by an optimal employment level and limitation of the influence of shortages in electricity, water and domestic transportation. Several scenarios were proposed, which satisfy these objectives. In the ultimate, the light industry wins over the heavy industry. The promotion of tourism is only ranked second, a relief for those who like to respect the wildlife of Tanzania and the quietness of the tribes in the interior.

References

- [Brauers, 1995]W.K. Brauers. *Prévisions économiques à l'aide de la méthode Entrées-Sorties*. Economica, Paris, 1995.
- [Brauers, 2002]W.K. Brauers. The multiplicative representation for multiple objectives optimization with an application for arms procurement. *Naval Research Logistics, Wiley Periodicals*, 49:327–340, 2002.
- [Brauers, 2004]W.K. Brauers. *Optimization Methods for a Stakeholder Society. A Revolution in Economic Thinking by Multiobjective Optimization*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 2004.
- [Bridgman, 1922]P.W. Bridgman. *Dimensional Analysis*. Yale University Press, New Haven, 1922. (new ed.1963).
- [Goldberger, 1968]A.S. Goldberger. The interpretation and estimation of Cobb-Douglas functions. *Econometrica, Journal of the Econometric Society, Amsterdam*, 1968.
- [IOT, 1999]Input-output table of Tanzania for 1992, results of the input-output construction project supported by the Swedish International Development Cooperation Agency through Statistics Sweden. Research papers and reports (compiled by S.M. Kapunda, J.M. Komba, R. Stäglin) Nr. 1, Presidents' Office, Planning Commission, National Bureau of Statistics, Dar Es Salam, December 1999.
- [Kennedy, 1998]P. Kennedy. *A Guide to Econometrics*. Blackwell, Oxford, fourth edition, 1998.
- [Livesey, 2003]H. Livesey. Sustainable development indicators for the Russian Federation. In *International Conference on Sustainability Indicators and Intelligent Decisions, Vilnius, October 9-11*, page 38, 2003.
- [Miller and Starr, 1969]D.W. Miller and M.K. Starr. *Executive Decisions and Operations Research*. Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, 1969.
- [Stäglin, 1999]R. Stäglin. Policy-oriented applications of the new input-output table for Tanzania. In *Regional Input-Output Conference, Arusha, September 12-17, 1999*.

Connections between Value Analysis and Engineering And Multi Criteria Decision Aiding

Gheorghe Condurache¹ and Romeo-Mihai Ciobanu¹

“Gh. Asachi” Technical University of Iasi, ROMANIA
Department of Management & Productions Systems Engineering
(e-mail: condur@cetex.tuiasi.ro, romeo.ciobanu@personal.ro)

Abstract. The aim of this paper is to present a methodology concerning the evaluation of some project alternatives conceived by Value Analyses and Engineering using both the multi criteria decision methods and the sensitive analysis as one of the authors' contributions to the development of the VAE methodology. Thus, the authors propose:

1. *primarily*, to use two types of decision criteria groups to defining and resolving o decision case by using a multi criteria decision method;
2. *secondly*, to make a sensitive analysis concerning the alternatives of the object studied to set up the finally decision.

The authors present in this paper details concerning the definition and the calculus of every decision criteria and a case study concerning the methodology proposed.

Keywords: value analysis and engineering, sensitivity analysis.

1 Introduction

Value Analyses and Engineering (VAE) is an approach which can be applied at the different stages of the life cycle of an object. The main purpose of VAE is to increase the global utilization value of studied object and to decrease its cost of production using first the functional analysis [Milles, 1961], [Adam, 1996].

The global utilization value of an object could be expressed as a function of the technical value, the aesthetic value, the change value, the moral value, the rare value, the emotional value, etc. [Condurache, 1997]. The function represents the first fundamental concept of VAE and it is an essential characteristic of the studied object, depending on the environment and the user, according a criteria system of classification [Crum, 1976]. The VAE is integrated in a complex methodology of the quality assurance of different objects, being an important component of concurential engineering [Akao, 1990].

The authors are preoccupied for a long time of VAE and multi criteria decision aiding area, too. The idea of the subject of this paper is derived by the fact that the traditional methodology doesn't present any concrete references concerning the selection of the best functional alternative of an object conceived by using VAE. Thus, we propose a methodology composed by three main components: the VAE study stage, the decision making process and the sensitivity analysis to establish the final and the stable solution.

2 The proposed methodology

The main particularity of the proposed methodology consists in the utilization of the following two groupes of decision criteria (C_j):

A - The individual (simple) criteria, namely:

C1 - UV_g (the global utilization value of studied object);

C2 - CP (the cost of studied object);

C3 - S (the entropy of object functions);

B - The synthetic (complex) criteria, namely:

C4 - UV_g/CP (the main purpose of a VAE study: $VAE \rightarrow \max(UV_g/CP)$);

C5 - NT (the relative level of technical performance);

C6 - NTE (the relative level of economical and technical performance).

Of course, for making the criteria hierarchy is recommended to use the decision criteria weght (coefficients of importance/importance level - k_j).

The separately utilization of one of these criteria or criteria group, in addition with the effect of the k_j values which also reflect the managerial policy of the decedent is not fully relevant and complete to identify the best solution between more alternative of the same object studied by using the VAE. Thus, the authors propose:

1. *primarily*, to use both decision criteria groups to defining and resolving o decision case by using a multi criteria decision method;
2. *secondly*, to make a sensitive analysis concerning the alternatives of the object studied to set up the finally decision.

2.1 The individual (simple) decision making criteria

The individual (simple) criteria are the following:

(C1) The global utilization value of studied object (UV_g)

This criteria reflects the global utilization value of the studied object in comparison with the maximum global utilization value of an ideal object. For this reason $UV_g < 1$. The global utilization value of the studied object is a maximum decision criteria.

$$UV_g = \sum UV_i \quad (1)$$

where UV_i is the utility of F_i function.

(C2) The manufacturing cost of studied object (CP)

The manufacturing cost of studied object is calculated with the following relation [Ciobanu and Condurache, 2001]:

$$CP = m + S + u \quad (2)$$

where:

- c – material expenses;
- S – productive wages;
- u – overhead expenses.

The manufacturing cost reflects the level of resources consumption to obtain an object and its functions, and it is a minimum decision criteria.

(C3) The entropy of object functions (S)

The entropy of object functions reflects the principle of proportionality between the utility and the cost of every function. The entropy is calculated with the following relation:

$$S = \sum_{i=1}^N (k_i - a * p_i)^2 \tag{3}$$

where:

- k_i - the weight of F_i function in the object cost;
- p_i - the weight of F_i function in the object utility.

$$a = \frac{\sum k_i * p_i}{\sum p_i^2} \tag{4}$$

The entropy is, of course, a minimum decision criteria.

2.2 The synthetic (complex) decision making criteria

C1, C2, and C3 are simple criteria and could be used to make a partial comparison of the alternatives. The following complex criteria allow to realize a complex comparison:

(C4): The goal of a Value Analysis and Engineering (UV_g/CP)

UV_g and CP criteria have been presented before. This is a maximum decision criteria.

(C5): The relative level of technical performance (NT)

The relative level of technical performance reflects the distance between the performance of the studied object and the maximum level of performance of a reference object. This criteria is based on two categories of parameters, namely:

- D_k - parameters of functions for which is better to have higher values;
- d_h - parameters of functions for which is better to have smaller values.

NT is a maximum decision criteria and it is calculated with the following relation:

$$NT = \prod \left(\frac{D_{2k}}{D_{1k}} \right)^{p_k} \cdot \prod \left(\frac{d_{1h}}{d_{2h}} \right)^{p_h} \tag{5}$$

where:

- D_{2k}, d_{2h} - the technical dimensions of function of studied object;
- DT_{1k}, d_{1h} - the technical dimensions of function of reference object;
- p_k - the weight of F_k function in the object utility;
- p_h - the weight of F_h function in the object utility.

$$\sum p_k + \sum p_h = 1 \tag{6}$$

(C6): The relative level of economical and technical performance (NTE)

The performance can be estimated by the economical point of view, too, using the costs report (CP_1/CP_2) between the cost of studied object (CP_2) and the cost of reference object (CP_1). The relative level of economical and technical performance (NTE) is a maximum decision criteria and can be calculated with the following relation [Niculae *et al.*, 1995]:

$$NTE = \prod \left(\frac{D_{2k}}{D_{1k}} \right)^{p_k} \cdot \prod \left(\frac{d_{1h}}{d_{2h}} \right)^{p_h} \cdot \frac{CP_1}{CP_2} \tag{7}$$

The studied object (it could be a new product) is better then the reference object if $NTE > 1$. But, this conclusion is not relevant when $CP_1 \gg CP_2$ and $NT \ll 1$.

Thus, the model of decision case resulted is presented in the table 1.

A_i/C_j	C1	C2	C3	C4	C5	C6
A ₁						
A ₂						
...						
A _i						
...
A _n						
k _j	k ₁	k ₂	k ₃	k ₄	k ₅	k ₆

Table 1. The model of decision case

where:

- A_i – the alternatives;
- C_j – the decision criteria;
- k_j – the weights (coefficients of importance) of decision criteria.

ELECTRE methods, TOPSIS method, utility method, leader method, there are some of many methods, which can be used to resolve this decision case.

We want to present the MULTIPOL method based on the sensitivity analysis when the weights of decision criteria are changing to make an objective analysis. According the MULTIPOL method we will make a hierarchy for every group of weights of decision criteria values and then we will choose the solution most stable. The following case study reflects the proposed methodology.

3 Case study: the application of multi criteria analysis on a safety system

3.1 Value analysis and engineering study stage

The object of this case study is a safety system based on a vehicle alarm and a communicator GSM. The functions of this object are the following [Condurache and Ciobanu, 2003]:

- F1 – it is reliable;
- F2 – it is maintainable;
- F3 – it transforms the electrical energy in mechanical energy (couple);
- F4 – it assure the speed variance;
- F5 – it has a variable capacity of utilization;
- F6 – it is not heavy;
- F7 – it shows information;
- F8 – it is aesthetic;
- F9 – it assure the control and regulation of work parameters;
- F10 – it is compact;
- F11 – it assures ergonomically conditions;
- F12 – it assures electrical safety;
- F13 – it resist to vibrations;
- F14 – it signalize the functioning;
- F15 – it works with low noise.

The systemic analysis for a reference alternative of safety system (A_o) based on the regression straight line is presented in the table 2.

$$a = \frac{\sum k_i * p_i}{\sum p_i^2} = \frac{716.122}{708.44} = 1.01$$

$$S = \sum_{i=1}^{15} (k_i - a * p_i)^2 = 0.044$$

3.2 Decision making process

We suppose there are two alternatives of safety system (A_1 and A_2) after the technical redesign of the reference alternative (A_o). We have just used four criteria to resolve the case study but this situation doesn't affect very much the result. In the table 3 is presented the matrix of consequences (a_{ij}).

We consider the following values for k_j (the weights of decision criteria):

$$k_j \in \{0.4; 0.3; 0.2; 0.1\}$$

Thus, we can make the hierarchy of alternatives by using the following decision methods:

Item	F _i	u _i	p _i	UV _i =p _i .u _i	k _i (%)	p _i ²	k _i *p _i	a*p _i	k _i -a*p _i	(k _i -a*p _i) ²
1	F1	0,42	9,33	3,9186	20,37	87,0489	190,0521	9,4233	10,9467	119,8302
2	F2	1	6,58	6,58	10,42	43,2964	68,5636	6,6458	3,7742	14,24459
3	F3	0,5	3,73	1,865	10	13,9129	37,3	3,7673	6,2327	38,84655
4	F4	0,67	6,3	4,221	6,19	39,69	38,997	6,363	-0,173	0,029929
5	F5	0,5	6,91	3,455	3,78	47,7481	26,1198	6,9791	-3,1991	10,23424
6	F6	0,62	5,88	3,6456	4,9	34,5744	28,812	5,9388	-1,0388	1,079105
7	F7	1	5,6	5,6	0,11	31,36	0,616	5,656	-5,546	30,75812
8	F8	0,69	6,44	4,4436	17,74	41,4736	114,2456	6,5044	11,2356	126,2387
9	F9	0,5	8,59	4,295	3,92	73,7881	33,6728	8,6759	-4,7559	22,61858
10	F10	0,72	6,91	4,9752	0,94	47,7481	6,4954	6,9791	-6,0391	36,47073
11	F11	0,93	8,68	8,0724	8,87	75,3424	76,9916	8,7668	0,1032	0,01065
12	F12	0,75	8,35	6,2625	4,67	69,7225	38,9945	8,4335	-3,7635	14,16393
13	F13	1	6,53	6,53	3,32	42,6409	21,6796	6,5953	-3,2753	10,72759
14	F14	0,32	3,03	0,9696	0,11	9,1809	0,3333	3,0603	-2,9503	8,70427
15	F15	0,6	7,14	4,284	4,68	50,9796	33,4152	7,2114	-2,5314	6,407986
16	Total		100	69,1175	100	708,5068	716,2885			440,3652

Table 2. The systemic analysis

Alternatives	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄
	UV _g	CP	UV _g / CP	S
A ₀	69.11	2252500	3.06	440.36
A ₁	67.97	2085475	3.25	451.68
A ₂	65.79	2016625	3.26	481.81

Table 3. The matrix of consequences

A _i \ C _j	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	Total	Place in hierarchy
A ₀	1	0	0	1	0,5	2
A ₁	0.67	0.708	0.95	0.714	0,737	1
A ₂	0	1	1	0	0,5	2
k _j	0.4	0.3	0.2	0.1		

Table 4. The utility method

a) The utility method

In the table 4 there are presented the results of utility method.

The utility of A_i alternative according the C_j criteria has been calculated with the following relation:

$$U_{ij} = (a_{ij} - Y_j) / (X_j - Y_j) \tag{8}$$

where :

X_j, Y_j = the best and respectively the worse consequence in the C_j criteria.

b) The minimum coefficients method (rank method)

The results of analysis are presented in the table 5.

$A_i \backslash C_j$	C_1	C_2	C_3	C_4	R_i (rank)	Place in hierarchy
A_0	1	3	3	1	2,0	1
A_1	2	2	2	2	2,0	1
A_2	3	1	1	3	2,0	1
k_j	0.4	0.3	0.2	0.1		

Table 5. The minimum coefficients method (rank method)

c) ELECTRE 1 method

The concordance indicators (c_{gh}) have been calculated with the following relation and they are presented in the table 6:

$$c_{gh} = \frac{\sum_{u_{gj} \geq u_{hj}} k_j}{\sum_{i=1}^n k_j} \tag{9}$$

c_{gh}	A_0	A_1	A_2
A_0	x	0.5	0.5
A_1	0.5	x	0.7
A_2	0.5	0.5	x

Table 6. The concordance indicators

The discordance indicators (d_{gh}) have been calculated with the following relation and they are presented in the table 7:

$$d_{gh} = \begin{cases} 0 & \text{for } u_{gj} \geq u_{hj}, \forall j \\ \max(u_{hj} - u_{gj}) & \text{for } u_{hj} > u_{gj} \end{cases} \tag{10}$$

The hierarchy of ELECTRE 1 method is presented in the table 8.

d) ELECTRE modified method

The matrix of differences between the concordance and discordance indicators, and the hierarchy of alternatives are presented in the table no. 9.

The synthesis of this decision process and the final hierarchy of alternatives are presented in the table 10.

The A_1 alternative is the best solution, but just using decision methods.

d_{gh}	A_0	A_1	A_2
A_0	x	0.33	0.47
A_1	0.03	x	0.14
A_2	0.13	0.1	x

Table 7. The discordance indicators

A_i	Place in hierarchy
A_0	2
A_1	1
A_2	2

Table 8. The hierarchy

A_i	A_0	A_1	A_2	Place in hierarchy
A_0	x	0.17	0.03	3
A_1	0.47	x	0.56	1
A_2	0.37	0.4	x	2

Table 9. ELECTRE modified method

	Place in hierarchy				Sum of places	Place in final hierarchy
	Utility method	Minimum coefficients method	ELECTRE 1	ELECTRE modified		
A_0	2	1	2	3	8	III
A_1	1	1	1	1	4	I
A_2	2	1	2	2	7	II

Table 10. The synthesis of decision process

3.3 The sensitivity analysis

The MULTIPOL method is applied based on the minimum coefficient method (rank method) according the table no. 5. We consider the following policies (P_i):

$P_1: k_j \in \{0.4; 0.3; 0.2; 0.1\}$ $P_2: k_j \in \{0.3; 0.4; 0.2; 0.1\}$ $P_3: k_j \in \{0.2; 0.3; 0.4; 0.1\}$

$P_4: k_j \in \{0.1; 0.3; 0.2; 0.4\}$ $P_5: k_j \in \{0.2; 0.1; 0.4; 0.3\}$

The rank method has been applied for every policy. The hierachies according these five policies are presented in the table 11.

The A_2 alternative is the most stable alternative to the change of policy and it is the best final solution.

	P₁ hierarchy	P₂ hierarchy	P₃ hierarchy	P₄ hierarchy	P₅ hierarchy	Sum of places	Place in final hierarchy
A₀	2	3	3	1	1	10	III
A₁	1	2	2	1	1	7	II
A₂	2	1	1	1	1	6	I

Table 11. The sensitivity analysis

4 Conclusion

The aim of this paper has been to reflect the different possibilities to select the best solution by using the managerial ideas referring the multi criteria decision aiding and the sensitivity analysis. The main particularities of the proposed methodology consists in the utilization of the following two groups of decision criteria (C_j):

A - The individual (simple) criteria, namely:

C1 - UV_g (the global utilization value of studied object);

C2 - CP (the cost of studied object);

C3 - S (the entropy of object functions);

B - The synthetic (complex) criteria, namely:

C4 - UV_g/CP (the main purpose of a VAE study: $\max(UV_g/CP)$);

C5 - NT (the relative level of technical performance);

C6 - NTE (the relative level of economical and technical performance).

Thus, the authors propose:

1. primarily, to use the decision criteria to defining and resolving a decision case by using multi criteria decision methods;
2. secondly, to make a sensitive analysis concerning the alternatives of the object studied to set up the finally decision as the most stable solution.

The authors have presented in this paper details concerning the definition and the calculus of every decision criteria and a case study concerning the methodology proposed. The authors consider that they offer by this methodology a new engineering tool for products improvement.

References

- [Adam, 1996]E. Adam. *Value Management – Cost Reduction Strategies for the 1990's value*. World Journal SAVE, 1996.
- [Akao, 1990]Y. Akao. Quality function deployment – QFD. In *Integrating Customer requirements into product design, Productivity Prev*. Cambridge MA, 1990.
- [Ciobanu and Condurache, 2001]R. M. Ciobanu and G. Condurache. *Ingineria valorii*. Editura Tehnica-Info, Chisinau, 2001.

- [Condurache and Ciobanu, 2003]G. Condurache and R.M. Ciobanu. Value analysis and engineering – case studies. In *Proceedings of the 3rd Conference on the Management of Technological Changes*, volume 2, Chania, Greece, August 29-30 2003.
- [Condurache, 1997]G. Condurache. *Management aplicat (1) – Managementul valorii produsului*. Editura “Gh. Asachi” Iasi, 1997.
- [Crum, 1976]L. W. Crum. *Ingineria valorii*. Editura tehnica, Bucuresti, 1976.
- [Milles, 1961]L. D. Milles. *Techniques of value analysis and engineering*. McGraw Hill, 1961.
- [Niculae *et al.*, 1995]M. Niculae, R.M. Ciobanu, and C.D.Lazarescu. *Analiza si ingineria valorii*. Editura tehnica, Bucuresti, 1995.

Optimisation multicritère et aide à la décision par rough sets appliquées à l'extrusion de polyuréthanes à usage médical

S. Hoppe¹, C. Fonteix¹, F. Pla¹, K. Zaras², L. N. Kiss³, and G. Verdier¹

¹ Laboratoire des Sciences du Génie Chimique, UPR CNRS 6811,
Ecole Nationale Supérieure des Industries Chimiques, INPL Nancy,
1, Rue Grandville, BP451, 54001 NANCY Cedex. France,
Téléphone : +33 3 83 17 51 49 ; fax : +33 3 83 17 51 55

² Département des Sciences de la Gestion, Université du Québec
en Abitibi-Témiscamingue,
445 boulevard de l'université, Rouyn-Noranda, Québec, Canada, J9X 6N9

³ Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval,
bureau 2537/PAP,
Sainte Foy GIK 7P4, Québec, Canada

Résumé. L'élaboration par extrusion réactive de polyuréthanes thermoplastiques linéaires à structure contrôlée, et donc à propriétés spécifiques, permet la réalisation de matériaux à usage médical (cathéters et implants). Le point de passage obligé pour développer ces polyuréthanes est la mise au point d'un procédé continu de fabrication et de mise en œuvre. En effet, les procédés discontinus classiques présentent le double défaut de l'inhomogénéité de chaque batch (due à la viscosité importante du milieu) et de l'inconstance, d'un batch à l'autre, de la qualité des produits obtenus. Dans ce cadre, l'extrusion réactive présente un grand intérêt industriel car elle repose sur un procédé continu, flexible et permettant d'élaborer les macromolécules en l'absence de solvant.

Une campagne d'essais a été réalisée afin de déterminer les caractéristiques physico-chimiques et mécaniques de polyuréthanes obtenus dans différentes conditions opératoires. Le procédé d'élaboration des matériaux comporte deux étapes. La première est effectuée de manière discontinue en réacteur fermé pour obtenir un prépolymère de polyuréthane. La deuxième étape réalise l'extension des chaînes de prépolymère de manière continue par extrusion réactive. La modélisation du procédé est nécessaire pour aborder l'optimisation multicritère. Le modèle de connaissance du procédé étant trop complexe pour être utilisé dans le cadre de cette étude, celui choisi ici est un réseau connexionniste. Les entrées sont les quatre valeurs des conditions opératoires et les sorties des grandeurs permettant de calculer chaque critère.

Une fois l'étape de modélisation réalisée, l'optimisation multicritère et le classement total des solutions potentielles sont mis en place. L'optimisation multicritère permet de déterminer, à l'aide d'un algorithme évolutionnaire et du principe de domination de Pareto, un ensemble de compromis. Il faut ensuite introduire une notion subjective, les préférences du décideur, afin de réaliser le classement total des solutions potentielles. La technique d'aide à la décision utilisée ici est basée sur la théorie des Rough Sets. La mesure des préférences est réalisée par le classement préalable d'un petit nombre de compromis par le décideur. Il est alors possible d'extraire des règles modélisant de façon approchée les choix de cet industriel. L'application de ces règles à l'ensemble des compromis permet de fournir les 10% meilleurs points de la zone de Pareto, ce qui constitue les conditions de fonctionnement du procédé les

plus recommandées (selon les préférences affichées du décideur industriel).

Mots clés: Extrusion réactive, Polyuréthanes, Modélisation, Optimisation multicritère, Aide à la décision.

1 Introduction

L'objectif de ce travail est l'élaboration par extrusion réactive de polyuréthanes thermoplastiques linéaires (TPU) à structure contrôlée et donc à propriétés spécifiques. Une des applications visées est la réalisation de matériaux à usage médical (sondes, cathéters, enrobage de pacemaker, prothèses vasculaires, ...). Ces TPU représentent un enjeu industriel majeur, notamment s'il est possible de les produire de façon continue ou semi-continue, sans nuire à leur qualité d'usage, et sans risque majeur de pollution. L'extrusion réactive présente, dans ce cas, d'indéniables avantages.

Les publications portant sur l'élaboration par extrusion réactive de TPU sont peu nombreuses ([Hyun and Kims, 1998] ; [Ganzeveld and Janssen, 1992] ; [Rotermund, 1989] ; [Bouilloux *et al.*, 1991] ; [Cassagnau *et al.*, 1999]). Par ailleurs, dans tous les cas l'introduction des différents réactifs (isocyanates, diols, extenseurs de chaîne et catalyseurs) est réalisée en une seule étape. Dans le procédé présenté ici, il s'agit au contraire de dissocier les étapes de prépolymérisation et de polymérisation afin de contrôler à tout moment la structure du polymère final et donc ses propriétés. La première étape est réalisée en réacteur fermé et la seconde, en continue, dans une extrudeuse. De par sa conception, une extrudeuse bi-vis est le moyen par excellence pour transporter et mélanger en continu des milieux visqueux et ce d'autant plus efficacement que leur viscosité est élevée, comme dans le cas des polyuréthanes à l'état fondu. Elle permet un bon contrôle de la température grâce à l'efficacité du transfert de matière et de chaleur le long des vis. De plus, le rapport surface/volume important conduit des taux de conversion élevés. Tous ces facteurs contribuent à la production d'un produit de qualité homogène et constante dans le temps. Il est important de noter également que l'emploi d'une extrudeuse bi-vis modulaire permet de choisir les lieux d'introduction des différents constituants avec pour conséquence un meilleur contrôle de la structure du matériau élaboré.

Pour toute production industrielle, les responsables souhaitent obtenir un produit de qualité au moindre coût, tout en tenant compte de l'impact écologique induit. Ces aspirations sont le plus souvent contradictoires. La définition des conditions de fonctionnement, voire des caractéristiques de la ligne de production, correspond à une prise de décision. Ce processus décisionnel relève d'une optimisation multicritère nécessitant une analyse de l'ensemble des risques potentiels. Dans tous les cas, il s'agit de minimiser ces risques au mieux, c'est à dire en effectuant un compromis, puisque les solutions envisageables pour chacun sont contradictoires. Nous présenterons les résultats d'une technique permettant d'introduire les préférences du décideur le plus tard possible (c'est à dire la subjectivité intrinsèque au problème posé) afin que celui ci puisse prendre sa décision avec un maximum d'information à sa disposition. Ce type de méthodologie a déjà été appliquée

avec succès à des polymérisations ([Massebeuf *et al.*, 2003] ; [Fonteix *et al.*, 2004] ; [Nayak and Gupta, 2004]).

2 Partie expérimentale

2.1 Description du procédé d'extrusion réactive

Le procédé d'élaboration des matériaux par extrusion réactive comporte deux étapes. La première est effectuée de manière discontinue en réacteur fermé pour obtenir un prépolymère de polyuréthane de motif structural de type A-B-A où A représente une molécule d'isocyanate et B une molécule de glycol. Trois types de glycol de masse molaire moyenne respectivement égale à 1000, 1400 et 2000 g.mol⁻¹, ont été utilisés. La deuxième étape réalise l'extension des chaînes de prépolymère de manière continue par extrusion réactive.

Le prépolymère obtenu est introduit dans une extrudeuse (au niveau de la trémie d'alimentation) à l'aide d'une pompe à engrenages. Une régulation a été mise en place afin d'obtenir un débit constant de prépolymère durant tout le processus d'extrusion. Il est en effet primordial de maintenir un rapport stœchiométrique constant entre les réactifs qui alimentent l'extrudeuse. Grâce à une pompe doseuse HPLC, l'extenseur de chaîne (BD) est introduit dans l'extrudeuse à travers un injecteur liquide placé sur l'un des éléments du fourreau de la vis. On obtient finalement un polymère présentant une alternance de segments souples et rigides.

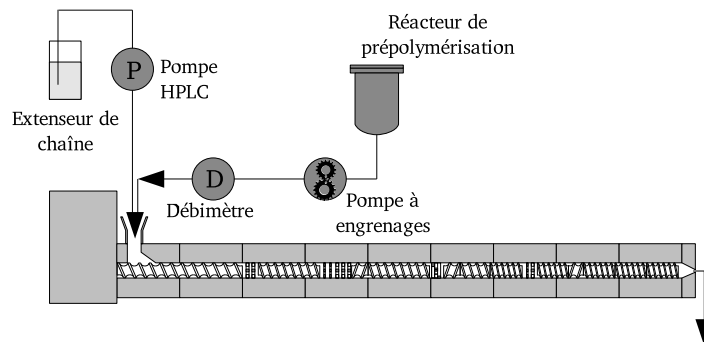


Fig. 1. Dispositif expérimental utilisé pour la production de TPU

2.2 Analyse du polyuréthane

Différents essais ont été réalisés en faisant varier les conditions opératoires du procédé : température du fourreau (T), vitesse de vis (N), débit de prépolymère (Q), et masse molaire du macrodiol (M_0). La puissance mesurée sur les vis

a été enregistrée en continu. Pour chaque essai, le polyuréthane formé à la sortie de filière a été analysé afin de déterminer ses différentes caractéristiques. Les masses molaires moyennes en nombre et en poids \overline{M}_n et \overline{M}_w des polyuréthanes formés ont été déterminées par chromatographie par exclusion de taille. Le taux résiduel d'isocyanate est déterminé à partir de la masse molaire moyenne en nombre ($Tx = M_o/\overline{M}_n$). M_o représente la masse molaire du motif prépolymère :

$$M_o = 705 + 2000/11400/1000g.mol^{-1}$$

La température de transition vitreuse, Tg , ainsi que les variations du module d'Young en fonction de la température, ont été obtenues par analyse dynamique thermomécanique (DMTA) réalisée de $-100^\circ C$ à $+80^\circ C$. A partir de ces données, le calcul du rapport des modules d'Young déterminés à respectivement à $Tg - 20^\circ C$ et $Tg + 20^\circ C$ a été effectué

$$r_E = E_{Tg-20}/E_{Tg+20}$$

Pour chaque production, la puissance W consommée par l'extrudeuse et la température T du fourreau sont enregistrées afin de déterminer le coût énergétique E de la production de 1 kg de polyuréthane suivant la relation :

$$E = \frac{[W + hS(T - T_{amb})]}{Q}$$

où S est la surface d'échange, $T_{amb} = 20^\circ C$ est la température ambiante, Q est le débit total, et h est le coefficient d'échange thermique ($h = 1,24(T - T_{amb})^{1/3}/1000$).

3 Modélisation par réseaux connexionnistes

La première étape de l'optimisation multicritère est une étape de modélisation. En effet, les cinq grandeurs mesurées ou évaluées précédemment doivent être calculées pour toutes les conditions opératoires envisagées. Le modèle de connaissance nécessite l'écriture de toutes les cinétiques réactionnelles, ainsi que la définition de l'hydrodynamique des écoulements dans l'extrudeuse. Ceci conduit à un système d'équations différentielles trop complexe pour être utilisable en optimisation multicritère. La structure du modèle choisie ici est de type réseau connexionniste entrées-sortie de type Perceptron multicouche. En pratique, plusieurs modèles capables de prédire la valeur de toutes les grandeurs mesurées doivent être établis. Chaque modèle a en entrée les quatre valeurs des conditions opératoires, et en sortie l'une des cinq valeurs des grandeurs précédemment mesurées (caractéristiques du produit) ou évaluée (coût énergétique). A partir de ces données, la valeur de chaque critère est calculée pour chaque point de fonctionnement envisagé. Les paramètres des modèles de réseaux connexionnistes sont identifiés à l'aide des résultats expérimentaux (106 essais réalisés). Les modèles obtenus sont validés sur une trentaine d'essais. Il

Caractéristique du produit	Masse molaire moyenne en poids $M_w(g.mol^{-1})$	Taux résiduel $T_x(\%)$	Coût énergétique $E(kJ.s^{-1})$	Température de transition vitreuse $T_g(^{\circ}C)$	Rapport des modules d'Young r_E
Nombre de neurones	7	9	3	9	8

Table 1. Nombre de neurones de la couche cachée des modèles de réseaux connexionnistes pour chaque grandeur mesurée

y a autant de modèles que de types de mesures, soit cinq. Le tableau 1 indique pour chaque grandeur mesurée le nombre de neurones de la couche cachée.

Les figures 2 et 3 montrent pour certaines grandeurs mesurées les valeurs calculées par le modèle de réseau connexionniste en fonction des valeurs déterminées expérimentalement. Les résultats sont globalement acceptables.

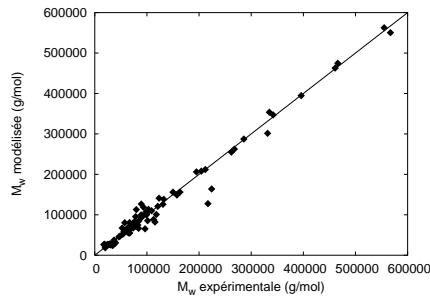


Fig. 2. Masses molaires moyennes en poids modélisées versus masse molaire moyenne en poids expérimentale

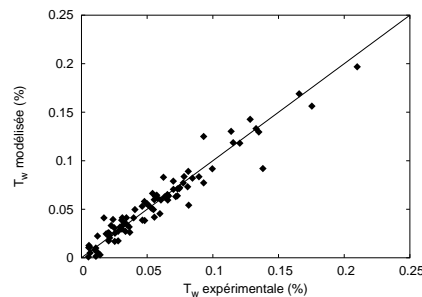


Fig. 3. Taux résiduel d'isocyanate modélisé versus taux résiduel d'isocyanate expérimental

4 Optimisation multicritère : détermination d'un ensemble de compromis

Une fois l'étape de modélisation réalisée, **l'optimisation multicritère, au sens de Pareto, et le classement des solutions potentielles** peuvent être réalisés. **L'optimisation multicritère** permet de déterminer, à l'aide d'un *algorithme évolutionnaire* ([Bicking *et al.*, 1994] ; [Fonteix *et al.*, 1995] ; [Perrin *et al.*, 1997]), un ensemble de compromis (ou zone de Pareto) représenté sous la forme d'un nuage de points ([Viennet *et al.*, 1996]). La procédure utilisée ici est décrite par [Thibault *et al.*, 2002] et [Thibault *et al.*, 2003]. L'utilisation de ce type d'optimisation est relativement récente en Génie Chimique, et plus par-

ticulièrement dans le domaine de la polymérisation ([Bhaskar *et al.*, 2000] ; [Muniglia *et al.*, 2004]).

L'objectif est d'obtenir les conditions opératoires qui minimisent les critères suivants:

- C_{M_w} , l'écart entre la masse molaire en poids du polymère obtenu et une valeur cible (en valeur absolue),
- C_E , le coût énergétique (énergie dépensée pour la production de 1 kg de produit) E ,
- C_{T_x} , le taux résiduel d'isocyanate,
- C_{r_E} , l'écart entre le rapport des modules d'Young et une valeur cible (en valeur absolue),
- C_{T_g} , l'écart entre la température de transition vitreuse et une valeur cible (en valeur absolue).

Les valeurs cibles caractérisent les propriétés souhaitées du TPU, et son usage spécifique. Suivant l'application envisagée, certaines propriétés mécaniques, par exemple, peuvent être requises. Il faut donc, pour chaque application différente, définir les valeurs cibles visées, et effectuer l'optimisation multicritère correspondante : chaque problème est spécifique et doit avoir une solution adaptée. Dans le cadre de cette étude, les valeurs cibles concernant la masse molaire en poids du polymère, la température de transition vitreuse et le rapport des modules d'Young sont celles d'un polyuréthane commercialisé dans le domaine médical par la société Thermedics sous l'appellation de Tecoflex (valeurs cibles visées: $M_w = 63000g.mol^{-1}$; $T_g = -45^{\circ}C$; $r_E = 12,5$). Les variables opératoires du procédé qu'il s'agit d'obtenir par optimisation sont :

- la température de fourreau T ,
- la vitesse de rotation des vis, N
- le débit total d'alimentation, Q ,
- et la masse molaire du polyol utilisé, M_o .

Les critères définis précédemment sont contradictoires, c'est à dire qu'ils n'ont pas d'optimum commun. Il faut donc rechercher des conditions opératoires compromis. Nous définirons un compromis comme un point de fonctionnement du procédé qui n'est dominé par aucun autre, au sens de Pareto. Selon le concept de domination de Pareto, un point de fonctionnement domine un autre s'il est meilleur ou égal pour tous les critères, et strictement meilleur pour au moins un. La détermination d'un ensemble de compromis acceptables est effectuée à l'aide d'un algorithme évolutionnaire par optimisation multicritère au sens de Pareto. Le nombre de compromis de cet ensemble peut être fixé entre 4000 et 10000. Pour l'exemple choisi ici, il est fixé à 5000. Les cinq critères sont calculés pour chaque vecteur de conditions opératoires, après que les modèles aient permis de calculer les prédictions des cinq grandeurs mesurées. La zone de Pareto est un ensemble de 5000 conditions opératoires formées chacune de 4 grandeurs : la masse molaire du polyol, la température, le débit, la vitesse de rotation des vis (espace à 4 dimensions). Leurs projections

sur des plans bidimensionnels sont au nombre de 6. A chaque condition opératoire correspond un ensemble de valeurs des critères formant un compromis dans l'espace des critères. L'ensemble des compromis est donc formé de 5000 points dans l'espace des critères à 5 dimensions. Il est appelé front de Pareto et peut être projeté sur 10 plans bidimensionnels.

Tous les critères étant à minimiser, l'on constate que pour chaque projection les minima des deux critères correspondants peuvent être atteints. Cependant, il est impossible d'atteindre simultanément le minimum absolu de chacun des critères. Les projections montrent uniquement la possibilité de minimiser suivant deux critères mais ne rend pas compte de l'impossibilité de la minimisation simultanée des cinq critères. Ce fait sera constaté lors de la procédure de classement car si le minimum absolu pouvait être atteint pour tous les critères simultanément, la solution serait obligatoirement la meilleure du classement. Les figures 4 et 5 donnent des exemples de projections **des fronts et de la zone de Pareto, respectivement dans le domaine des propriétés finales du polyuréthane (figure 4) et dans celui des conditions opératoires (figure 5).**

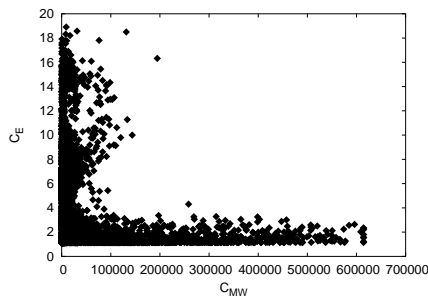


Fig. 4. Front de Pareto (C_E versus C_{MW}).

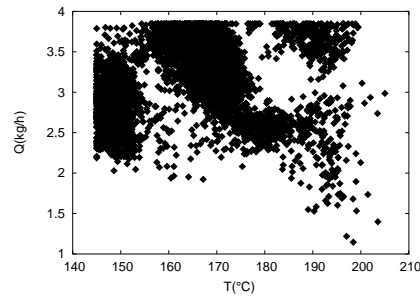


Fig. 5. Zone de Pareto (débit versus température)

Dans l'espace des conditions opératoires (figure 5), il semble apparaître, d'après l'observation de l'ensemble de projections, deux régions distinctes entourées d'une zone plus diffuse. Les points de la zone de Pareto les plus proches des centres de ces régions sont donnés dans le tableau 2. Les valeurs des critères étant nettement différentes pour chacune des régions, une préférence peut être définie.

5 Classement des solutions potentielles à l'aide de la théorie des Ensembles approximatifs (Rough Sets)

Un classement des solutions est effectué à l'aide de la technique d'aide à la décision basée sur la théorie des ensembles approximatifs ([Pawlak, 1982] et [Pawlak, 1997] ; [Slowinski, 1992]). Il s'agit d'une méthode simple et rapide à mettre en œuvre qui donne des résultats approximatifs mais tout à fait acceptables

Conditions opératoires				Critères				
Masse molaire du prépolymère $M_o(g/mol)$	Débit Q (kg/h)	Température T (°C)	Vitesse de vis $N(rpm)$	C_{Mw} (g/mol)	C_{Tx} (%)	C_E (J/kg)	C_{Tg} (°C)	C_{rE} (-)
1274	2.77	150	306	7248	1.62	10.9	21.1	2.02
2048	3.63	168.4	400	3426	7.77	12.8	0.63	6.3

Table 2. Conditions opératoires et critères des 2 régions

dans le cadre de cette étude ([Grecco *et al.*, 1999]). De plus, la définition du profil de préférences du décideur ne nécessite qu'une information simple à obtenir. En effet, cette technique conduit à un système expert simple à partir du classement par le décideur d'un nombre restreint de cas extraits de la zone de Pareto (10 ici, correspondant aux extrema et à un cas médian), les règles étant présentées sous la forme d'une table ([Grecco *et al.*, 1998] ; [Zaras, 2001] ; [Thibault *et al.*, 2003]). Elle permet de classer tous les points de la zone de Pareto, du meilleur au pire. Les règles sont présentées dans le tableau 5 sous une forme codée. Elles résultent de la comparaison deux à deux des 10 alternatives classées par le décideur. Certaines des 45 règles candidates ainsi obtenues sont soit redondantes soit contradictoires. Après élimination de ces dernières, 16 règles sont conservées. Leur structure est unique et compare un point de fonctionnement A à un point de fonctionnement B de l'extrudeuse :

Si A est (bit 1) que B pour C_{Mw} , et A est (bit 2) que B pour C_{Tx} , et A est (bit 3) que B pour C_E , et A est (bit 4) que B pour C_{Tg} , et A est (bit 5) que B pour C_{rE} , alors A (bit conclusion) préféré à B.

Les 5 premiers bits sont tels que 0=«moins bon» et 1=«meilleur», et le bit conclusion est tel que 0=«n'est pas» et 1=«est». Les valeurs des 6 bits sont données tableau 3.

Les règles présentées table 3 sont une approximation du processus de choix du décideur, dans sa globalité et y compris ses incohérences apparentes. En fait, ce processus est souvent complexe et ne peut être réduit à un raisonnement logique. Ceci est visible lorsque l'on compare les règles n° 5 et 15, par exemple. C'est pourquoi cette méthode de modélisation du processus de choix du décideur est approchée et moins précise que certaines autres. Son avantage est d'être plus simple à mettre en œuvre et donc plus rapide en temps de calcul.

Un exemple de visualisation des résultats est présenté sur les figures 6 et 7. Sur chaque figure sont représentées les 10% meilleures solutions obtenues à partir des règles présentées dans le tableau 3. La meilleure solution est représentée chaque fois par un carré blanc.

Les domaines de variations de chacune des conditions opératoires définis par la sélection des 10% meilleures solutions sont présentés dans le tableau 4, ainsi que la meilleure solution obtenue. Ces valeurs sont réparties sur les 2 domaines précédemment définis. L'encadrement de la vitesse de vis est très grand, ce qui permet de penser que ce facteur est peu influent.

Critère	C_{Mw}	C_{Tx}	C_E	C_{Tg}	C_{rE}	
bit	1	2	3	4	5	conclusion
1 ^{ère} règle	0	0	1	0	0	1
2 ^{ème} règle	0	1	1	0	0	1
3 ^{ème} règle	0	1	1	1	0	1
4 ^{ème} règle	1	0	1	0	0	1
5 ^{ème} règle	1	1	0	0	0	1
6 ^{ème} règle	1	1	1	0	0	1
7 ^{ème} règle	1	1	1	1	0	1
8 ^{ème} règle	0	0	0	1	1	0
9 ^{ème} règle	0	0	0	0	1	0
10 ^{ème} règle	0	0	1	1	1	0
11 ^{ème} règle	0	1	0	1	1	0
12 ^{ème} règle	1	0	0	0	1	0
13 ^{ème} règle	1	0	0	1	1	0
14 ^{ème} règle	1	0	1	1	1	0
15 ^{ème} règle	1	1	0	1	1	0
16 ^{ème} règle	1	1	1	0	1	0

Table 3. Règles obtenues par la théorie des ensembles approximatifs

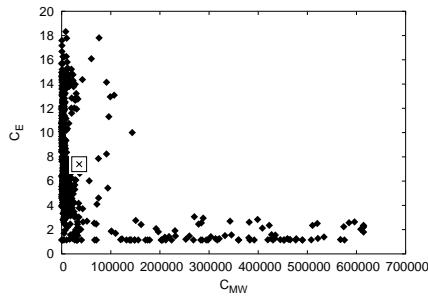
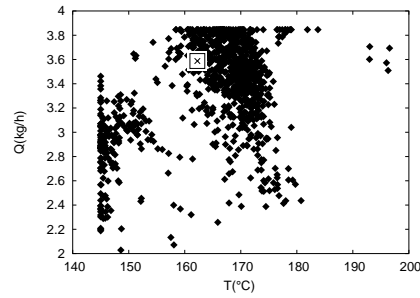
Fig. 6. Classement du front de Pareto (C_E versus C_{MW}).

Fig. 7. Classement de la zone de Pareto (débit versus température)

	Température (°C)	Débit Q (kg/h)	Vitesse de vis (tr/mn)	Masse molaire du prépolymère poids M_o (g/mol)
Minimum	145	1.22	17.3	900
Meilleure solution	162	3.58	384	1920
Maximum	200	3.85	655	2100

Table 4. Conditions opératoires de la meilleure solution et son domaine de variations autorisées (du minimum et du maximum)

Les valeurs des critères correspondants à la meilleure solution sont :

$$\begin{aligned} C_{Mw} &= 36300 \text{ g/mole} \\ C_{Tx} &= 10.7 \% \\ C_E &= 8.46 \text{ J/kg} \\ C_{Tg} &= 0.805 \text{ }^\circ\text{C} \\ C_{rE} &= 0.504 \end{aligned}$$

Ce résultat est un compromis entre les deux zones distinctes identifiées précédemment dans la zone de Pareto. Les préférences correspondantes vont ici à la minimisation de C_{rE} (objectif de rapport de module d'Young) et de C_{Tg} (objectif de température de transition vitreuse).

6 Conclusion

Dans le procédé d'élaboration de polyuréthanes présenté ici, la synthèse du polymère en extrudeuse se fait en masse et de ce fait, du point de vue de la sécurité et de la protection de l'environnement, les avantages sont indéniables. Ce procédé permet de s'affranchir de l'emploi d'un solvant et donc d'éliminer d'éventuelles étapes de purification du produit final et de recyclage du solvant. Par ailleurs les opérations d'entretien et de nettoyage nécessaires dans le cas d'une synthèse en réacteur fermé sont simplifiées dans le cas de l'extrusion. Il en résulte un procédé plus "propre" pour l'environnement.

Sur le plan économique, par rapport au procédé d'élaboration discontinu en réacteur fermé, le passage à un procédé continu permet, une fois les conditions opératoires optimisées et le régime stationnaire atteint, d'obtenir à des cadences plus élevées un produit de qualité plus homogène. Par ailleurs, l'étape de synthèse pouvant être dans certains cas intégrée à celle de la mise en forme (fabrication de cathéters et d'implants spécifiques), il en découlera un gain de temps appréciable qui se répercutera sur le coût global du procédé.

L'optimisation multicritère du procédé d'extrusion de polyuréthanes présente donc un intérêt majeur. L'obtention de la zone de Pareto, à l'aide d'un algorithme évolutionnaire, peut éventuellement être suffisant si les préférences du décideur apparaissent clairement dans cette zone (si un choix peut être directement effectué entre les deux régions, il n'y a pas besoin d'utiliser un outil de classement). Si un compromis doit être effectué comme dans l'exemple présenté un outil de classement s'impose. Dans le cas des ensembles approximatifs, le choix des alternatives extraites de la zone de Pareto, et devant servir au décideur à exprimer ses préférences, n'est pas trivial. De plus, la méthode des ensembles approximatifs fournit un modèle de décision approximatif qui inclut les éventuelles contradictions apparentes du décideur.

Ceci nous a permis de proposer des recommandations concernant les conditions opératoires d'une production de polyuréthanes par extrusion réactive. Si la solution obtenue fournit une masse molaire de prépolymère à utiliser qui ne se trouve pas sur le marché à un coût raisonnable, il faut choisir le prépolymère ayant la masse molaire la plus proche de celle obtenue par optimisation.

References

- [Bhaskar *et al.*, 2000]V. Bhaskar, S. K. Gupta, and A. K. Ray. Applications of multiobjective optimisation in chemical engineering. *Reviews in Chemical Engineering*, 16:1–54, 2000.
- [Bicking *et al.*, 1994]F. Bicking, C. Fonteix, J.P. Corriou, and I. MARC. Global optimization by artificial life : a new technique using genetic population evolution. *RAIRO-Operations Research*, 28(1):23–36, 1994.
- [Bouilloux *et al.*, 1991]A. Bouilloux, C. W. Makosco, and T. Kotnour. Urethane polymerization in a counterrotating twin-screw extruder. *Industrial Engineering Chemical Research*, 30:2431–2435, 1991.
- [Cassagnau *et al.*, 1999]P. Cassagnau, T. Nietsh, and A. Michel. Bulk and dispersed phase polymerization of urethane in twin screw extruder. *International Polymer Processing*, 15(2):144–1512, 1999.
- [Fonteix *et al.*, 1995]C. Fonteix, F. Bicking, E. Perrin, and I. Marc. Haploïd and diploïd algorithms, a new approach for global optimization : compared performances. *International Journal of Systems Science*, 26(10):1919–1933, 1995.
- [Fonteix *et al.*, 2004]C. Fonteix, S. Massebeuf, F. Pla, and Kiss L.N. Multicriteria optimization of an emulsion polymerization process. *European Journal of Operational Research*, 153:360–369, 2004.
- [Ganzeveld and Janssen, 1992]K. J. Ganzeveld and L. P. B. M. Janssen. A mixing model for multicomponent reactions in twin-screw extruders applied to the polymerization of urethanes. *Polymer Engineering Science*, 32(7):457–466, 1992.
- [Grecco *et al.*, 1998]S. Grecco, B. Matarazzo, and R. Slowinski. *Rough approximation of a preference relation in a pair wise comparison table*, In *Rough Sets in Knowledge Discovery*. Physica Verlag, Heidelberg, 1998.
- [Grecco *et al.*, 1999]S. Grecco, B. Matarazzo, and R. Slowinski. Rough sets approximation of a preference relation by dominance relations. *European Journal of Operational Research*, 117:63–83, 1999.
- [Hyun and Kims, 1998]M. Hyun and S. Kims. A study on the reactive extrusion process of polyurethane. *Polymer Engineering Science*, 28:743–747, 1998.
- [Massebeuf *et al.*, 2003]S. Massebeuf, C. Fonteix, S. Hoppe, and F. Pla. Development of a new concepts for the control of polymerisation processes : multiobjective optimization and decision engineering. part i. application to emulsion homopolymerization of styrene. *Journal of Applied Polymer Sciences*, 87(14):2383–2396, 2003.
- [Muniglia *et al.*, 2004]L. Muniglia, L.N. Kiss, C. Fonteix, and I. Marc. Multicriteria optimization of a single cell oil production. *European Journal of Operational Research*, 153:350–359, 2004.
- [Nayak and Gupta, 2004]A. Nayak and S. K. Gupta. Multi-objective optimisation of semi-batch copolymerisation reactors using adaptations of genetic algorithm. *Macromolecular Theory and Simulations*, 13:73–85, 2004.
- [Pawlak, 1982]Z. Pawlak. Rough sets. *International Journal of Computer and Information Science*, 11:341–356, 1982.
- [Pawlak, 1997]Z. Pawlak. Rough set approach to knowledge-based decision support. *European Journal of Operational Research*, 99:48–57, 1997.
- [Perrin *et al.*, 1997]E. Perrin, A. Mandrille, J.C. Vivalda, C. Fonteix, and I. Marc. Optimisation globale par stratégie d'évolution : technique utilisant la génétique des individus diploïdes. *RAIRO-Operations Research*, 31(2):151–201, 1997.
- [Rotermund, 1989]U. Rotermund. The importance of theoretical concepts to the further development of the technical synthesis of linear polyurethanes (pur). *Journal of Elastomers and Plastics*, 21(2):122–134, 1989.

- [Slowinski, 1992]R. Slowinski. *Intelligent Decision Support : Handbook of Applications and Advances in the Rough Sets Theory*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1992.
- [Thibault *et al.*, 2002]J. Thibault, R. Lanouette, C. Fonteix, and L.N. Kiss. Multicriteria optimization of an high yield pulping process. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 80(5):897–902, 2002.
- [Thibault *et al.*, 2003]J. Thibault, D. Taylor, C. Yanofsky, R. Lanouette, C. Fonteix, and K. Zaras. Multicriteria optimization of an high yield pulping process with rough sets. *Chemical Engineering Science*, 53:203–213, 2003.
- [Viennet *et al.*, 1996]R. Viennet, C. Fonteix, and I. Marc. Multicriteria optimization using a genetic algorithm for determining a pareto set. *International Journal of Systems Science*, 27(2):255–260, 1996.
- [Zaras, 2001]K. Zaras. Rough approximation of a preference relation by multi-attribute stochastic dominance for determinist and stochastic evaluation problems. *European Journal of Operational Research*, 130:305–314, 2001.

Comparaison entre deux approches multicritères à partir des méthodes des Rough Sets, Prométhée et des Bilans de Flux, appliquées à trois cas industriels chimique et agroalimentaires

J. Renaud¹, F. Fournier², and C. Fonteix²

¹ ERPI - Equipe de Recherche des Processus Innovatifs, EA 3767
Ecole Nationale Supérieure en Génie des Systèmes Industriels, INPL Nancy
8, rue Bastien Lepage, 54001 Nancy Cedex, France

² LSGC - Laboratoire des Sciences du Génie Chimique, UPR CNRS 6811,
Ecole Nationale Supérieure des Industries Chimiques, INPL Nancy,
1, Rue Grandville, BP451, 54001 NANCY Cedex. France,

Résumé. Depuis ces dernières années, l'intérêt industriel se porte de plus en plus sur des aspects multicritères lors de prises de décision. Il existe des outils qui facilitent l'analyse des problèmes multicritères. Cependant, quelle que soit la méthode préconisée, le choix final revient au décideur. Les solutions choisies dépendent des préférences du décideur, ces dernières prenant en compte l'aspect humain du processus décisionnel. Il s'agit donc de modéliser ces préférences.

Dans cette étude, nous avons voulu comparer deux approches multicritères selon que les propriétés du produit sont prédites par un modèle du système ou par recueil de données durant plusieurs productions. Nous illustrons ces approches à l'aide des méthodes Prométhée II et Bilans de flux comme méthodes de surclassement et la méthode des Rough Sets comme méthode d'agrégation totale, en les appliquant à trois cas industriels relevant des secteurs agroalimentaire et chimique.

La première approche (par acquisition de données en ligne sur site industriel) est appliquée à une production fromagère pour laquelle les méthodes Prométhée II et Rough Sets sont utilisées. La deuxième approche (modélisation) est appliquée à la production d'aliments granulés pour le bétail et ainsi qu'à la production de la pâte à papier. Dans ces deux cas, nous utilisons les méthodes des Bilans de flux et des Rough Sets. Les résultats de ces deux approches sont discutés dans la dernière partie de ce papier.

Mots clés: Rough Sets, Prométhée II, analyse multicritère, zone de Pareto, Bilans de Flux, aide à la décision.

1 Introduction

L'acte de décision reste une action humaine complexe qui est dépendante des acteurs et de leur environnement [Watier, 1996][Boudon *et al.*, 1997]. Aujourd'hui le décideur industriel d'un système de production doit, de plus en plus décider à partir de plusieurs critères, souvent antagonistes [Bhaskar *et al.*, 2001] [Shabeer and Yu Wang, 2000] [Hamda *et al.*, 2002]. Des méthodes multicritères

existent et proposent des classements, des tris ou des répartitions des actions, solutions ou variantes préconisées selon une cible donnée. Leur application progresse actuellement dans le secteur industriel [Renaud *et al.*, 2003] [Muniglia *et al.*, 2004] [Fonteix *et al.*, 2004]. Selon les types de critères de performance des produits à privilégier, le décideur a son propre raisonnement de choix au niveau des variables opératoires (figure 1). Les contributions méthodologiques apportent une aide non négligeable au décideur. Cependant, selon la méthode préconisée et l'étude de cas industriel visé, les résultats peuvent différer.

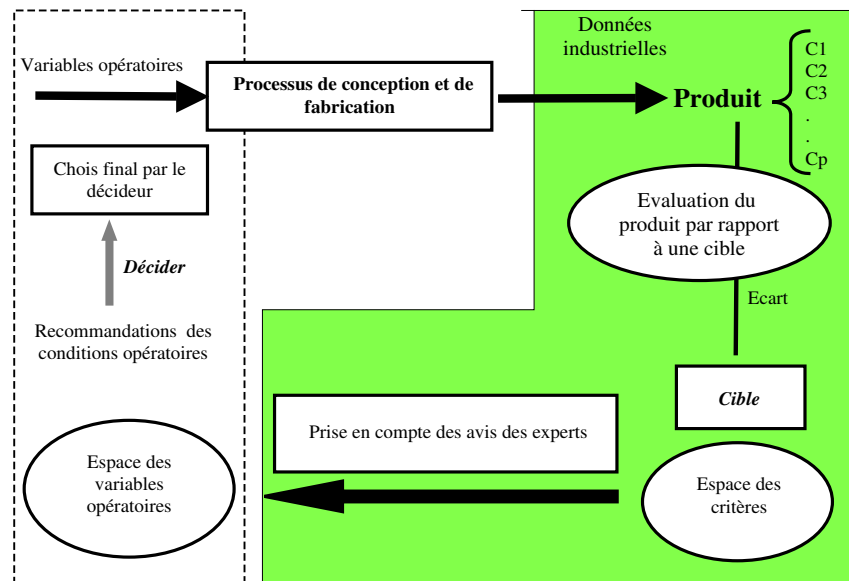


Fig. 1. De l'espace des critères à l'espace des variables opératoires

Au cours de cette étude, nous avons voulu comparer deux approches multicritères selon que les données de production s'appuient sur une modélisation du système ou par utilisation des données recueillies durant plusieurs productions. Ces deux approches envisagées sont :

- l'une plus précise et complète.
Un modèle du système est développé à partir d'un grand nombre de données expérimentales. L'optimisation multicritère du procédé est réalisée à l'aide du modèle pour recenser un ensemble de solutions non dominées selon le principe de Pareto. Cet ensemble de compromis est ensuite classé à l'aide d'un outil de génie décisionnel.
- et, l'autre plus simple et rapide.
Un nombre limité de données de production obtenues sur une période fixée sont directement classées par un outil issu du génie décisionnel.

Nous illustrons ces approches à l'aide des méthodes Prométhée II et Bilans de flux comme méthodes de surclassement et la méthode des Rough Sets comme méthode d'agrégation totale, en les appliquant à trois cas industriels relevant du domaine agroalimentaire ou chimique. Les méthodes des Bilans de flux et Prométhée II sont de la même famille, celle des méthodes de sur-classement. Dans la première approche, la méthode Prométhée II est plus adaptée à une quantité d'informations moins importante. Dans les trois applications industrielles, la méthode des Rough Sets est commune. Point important, ces trois méthodes étaient immédiatement disponibles au laboratoire. La méthode des Rough Sets est simple et rapide d'utilisation, ce qui justifie notre choix. Les méthodes des Bilans de flux et Prométhée II sont généralement plus précises et pour cette raison que nous les avons utilisées.

L'objectif de ce travail est d'apporter un premier élément de réponse au décideur industriel sur l'opportunité à utiliser telle ou telle approche. Enfin, il s'agit également de sensibiliser les communautés du Génie des Procédés et de l'Automatique à l'analyse multicritère, et les industriels aux applications possibles, par la présentation de résultats.

Dans la première partie, nous présentons l'approche par acquisition de données de production en ligne comprenant deux phases : acquisition de données de production et classement des différents produits obtenus. Dans la deuxième partie, nous présentons l'approche par modélisation comprenant trois phases : acquisition de données et modélisation, optimisation multicritère au sens de Pareto et classement de l'ensemble des compromis. Dans la troisième partie, nous présentons les trois méthodes d'analyse multicritère de classement des alternatives. Dans une quatrième partie, nous présentons les différentes applications industrielles, une production de fromages, une production de granulés pour bétail et une fabrication de pâte à papier. Enfin, pour terminer, nous comparerons les deux approches.

2 Approche par acquisition de données de production en ligne

2.1 Acquisition de données en ou hors ligne

Cette approche consiste à identifier le système de production, ses variables opératoires et les produits associés. Pendant une période donnée, entre 3 à 6 mois selon la quantité de produits réalisés (entre 40 et 200 produits), un historique sur les différentes valeurs des variables et des critères produits est obtenu après élimination des produits hors normes. Cette approche est contraignante mais nécessite moins de connaissance que pour la modélisation du système.

2.2 Classement de l'ensemble des données

Le classement de l'ensemble des données nécessite un outil basé sur un modèle de décision humaine qui utilise les préférences du décideur. Il faut évaluer les préférences du décideur :

- soit, par classement d'un échantillon représentatif d'alternatives possibles, comme la méthode des Rough Sets,
- soit, par extraction de paramètres représentant les préférences, comme des poids et des seuils par critère. L'estimation des valeurs et de ces paramètres peut être déterminée selon différentes méthodes [Nijkamp *et al.*, 1990] [Eckenrode, 1965] [Kaymak and Van Nauta Lemke, 1998] [Figuiera and Roy, 2002], comme l'intervention directe par l'expert ou non, ou comme par la méthode d'entropie [Xu, 2004], ou encore par comparaison par paires [Saaty, 1990]. Les préférences du décideur ne sont pas toujours faciles à exprimer, et leur modélisation a parfois une structure très complexe.

Dans nos études de cas, seule l'approche cognitive a été retenue. C'est l'homme d'étude qui maîtrise correctement le système de production et les produits obtenus, et qui propose des poids et des seuils par critère.

3 Approche par modélisation

3.1 Acquisition des données et modélisation

Cette approche consiste à rechercher un modèle qui prédise correctement le résultat du phénomène étudié en fonction des conditions opératoires. Elle s'effectue sur une ligne de production, ou sur une maquette de laboratoire (pilote). La collecte des données est organisée, si possible, à partir d'un plan d'expériences. Le modèle peut prendre en compte la connaissance disponible sur le système de production ou simplement prédire son comportement. Dans notre cas, le modèle polynomial est suffisant dans le cadre de la production de granulés pour bétail et un réseau de neurones est développé dans le cas de la fabrication de pâte à papier. Dans d'autres cas, des modèles plus sophistiqués peuvent être utilisés comme les systèmes d'équations différentielles, par exemple.

Le modèle construit peut ainsi être utilisé pour simuler un nombre élevé de productions "virtuelles" et prédire les qualités "théoriques" des produits résultants.

3.2 Optimisation multicritère au sens de Pareto

En exploitant le modèle obtenu, un certain nombre de produits *potentiels* sont générés à l'aide d'un algorithme génétique ou évolutionnaire [Bicking *et al.*, 1994] [Fonteix *et al.*, 1995] [Perrin *et al.*, 1997]. L'optimisation multiobjectifs, qui permet d'échantillonner le domaine des compromis, utilise le principe de dominance au sens de Pareto [Viennet *et al.*, 1996]. L'optimisateur minimise ainsi le nombre de fois que chaque produit est dominé parmi l'ensemble des produits *potentiels* [Massebeuf *et al.*, 1999] [Fonteix *et al.*, 2004]. Un produit est dominé par un autre (noté $P_1 \succ P_2$), au sens de Pareto, s'il est strictement meilleur pour au moins un critère et si il est aussi bon (meilleur ou égal) pour tous les autres critères.

3.3 Classement de l'ensemble des compromis

Le classement de l'ensemble des compromis obtenus par la méthode précédente est réalisé par un outil de Génie Décisionnel comme indiqué au paragraphe 2.2. Cependant le nombre de compromis est généralement beaucoup plus élevé que celui des données expérimentales de l'approche précédente.

4 Classement total par des méthodes de surclassement

La recherche des meilleures solutions repose sur un système d'aide à la décision. Ce dernier est construit à partir des définitions des préférences d'un être humain appelé décideur. De nombreuses méthodes d'agrégation multicritères existent. Nous avons utilisé deux méthodes de surclassement, Prométhée II et les Bilans de Flux, cette dernière étant fortement inspirée de Prométhée II.

4.1 La méthode Prométhée II

Issue du principe d'agrégation partielle ou de la méthode de surclassement, la méthode Prométhée I (Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluations), développée par J.P. Brans, permet de construire un préordre partiel parmi les actions [Brans *et al.*, 1984] [Brans and Mareschal, 1984] [Vincke, 1989]. Elle utilise pour cela une relation de préférence valuée, qui donne lieu à un graphe de préférence valué. Face à une incomparabilité de certaines actions, la méthode Prométhée II permet de la lever et classe toutes les actions ou produits pour réaliser un préordre complet. La méthode Prométhée II se base sur la définition d'un indice de surclassement multiobjectifs de l'action a par rapport à l'action b (noté $P(a, b)$) :

$$P(a, b) = \frac{\sum_{i=1}^k \pi_i P_i(a, b)}{\sum_{i=1}^k \pi_i}$$

en désignant π_i le poids du critère i ($i \in \{1, \dots, k\}$) et $P_i(a, b)$ la fonction de préférence, comprise entre 0 et 1, relative au critère i . Plusieurs fonctions de préférence peuvent être appliquées dans Prométhée II, en particulier celle utilisant les seuils d'indifférence et de préférence, avec une préférence décroissante entre les deux. Dans notre étude, la fonction de préférence est relative à un quasi-critère. On peut remarquer que l'indice ou le degré de surclassement est semblable à l'indice de concordance d'Electre III mais qu'il n'y a pas de notion de discordance.

Deux préordres sont établis :

L'un appelé "flux sortant"	$\Phi^+(a) = \sum P(a, b)$
L'un appelé "flux entrant"	$\Phi^-(a) = \sum P(b, a)$

Dans les deux cas, la somme est effectuée pour tout $b \in A$, A représentant l'ensemble des actions à comparer. Un ordre total unique, avec d'éventuels ex-æquo, est alors obtenu par un "*bilan de flux*" en rangeant les actions dans l'ordre décroissant des nombres $\Phi(a)$:

$$\Phi(a) = \Phi^+(a) - \Phi^-(a)$$

Cela revient à faire la différence entre la façon dont a surclasse toutes les autres actions et la façon dont a est surclassé par toutes les autres actions.

4.2 Méthode des Bilans de flux

La méthode des Bilans de Flux est un hybride Electre III-Prométhée II [Roy, 1978] qui fait intervenir les préférences du décideur à travers le choix de seuils de préférence, d'indifférence et de veto [Kiss *et al.*, 2002] [Fonteix *et al.*, 2004]. Une fois déterminés les différents seuils et poids de chaque critère, selon l'approche désirée, la méthode des Bilans de Flux est appliquée de la même manière que Prométhée II à la différence que nous prenons en compte l'indice de discordance de la méthode Electre III en plus de l'indice de concordance de la méthode Prométhée II dans le calcul des degrés de surclassement $P(a, b)$ pour chaque paire d'alternatives a et b .

$$P(a, b) = \frac{\sum_{i=1}^k \pi_i P_i(a, b)}{\sum_{i=1}^k \pi_i} \prod_{i=1}^k (1 - D_i(a, b)^3)$$

Si le point a (ou la solution a) est bien meilleur que le point b pour la plupart des critères, mais qu'il est très mauvais pour un seul critère, le degré de surclassement de a sur b sera proche 0. Le seuil de veto agit donc comme une contrainte à ne pas dépasser sur chaque critère. A partir des degrés de surclassement, deux ordres préalables sont établis de façon similaire à la méthode Prométhée II. De même que dans Prométhée II, le point qui a le plus grand bilan de flux est considéré comme la meilleure solution et celui qui a le plus petit bilan de flux est considéré comme la plus mauvaise, appelée "*nadir*". D'éventuels ex-æquo peuvent également être obtenus dans le classement final.

5 Méthode des Rough Sets

5.1 Principe

La théorie des Rough Sets développée par Z. Pawlak [Pawlak, 1982], basée sur la théorie des ensembles "*approximatifs ou vagues*", est utilisée dans le cadre de l'aide à la décision [Pawlak and Slowinski, 1994] [Pawlak, 1997]. Les "*Rough Sets*"

sont un concept mathématique qui consiste à traiter l'information "vague" ou "imparfaite", inhérente aux situations de décision, pour en déduire un classement. Au départ, des différences peuvent être perçues entre divers objets pour former des classes d'objets n'ayant pas de différences fondamentales : c'est le principe d'indiscernabilité. A cause d'un manque d'information, nous sommes incapable de discerner certains objets à partir de l'information disponible. Cela implique l'utilisation de plusieurs objets plutôt qu'un seul pour pouvoir faire des comparaisons. La méthode des Rough Sets a évolué grâce à différents auteurs [Hapke *et al.*, 1998] [Greco *et al.*, 2001] [Greco *et al.*, 2002] en introduisant la notion de règles de préférences et de non préférence. Son principe consiste à extraire un échantillon d'actions ou d'alternatives et de les faire classer par un expert. Ce classement constitue une "mesure" des préférences que l'on va convertir en règles de préférence et de non préférence, sous forme de code binaire. Ce profil décisionnel est alors appliqué à l'ensemble des actions afin de définir des zones de préférences grâce au calcul d'un score.

5.2 Démarche préconisée

La démarche utilisée dans nos études de cas industriels est la suivante [Zaras, 2001] :

- a. définition d'un produit cible par l'expert
- b. extraction d'un échantillon de quelques (entre 5 et 7 généralement) produits parmi une production ou parmi les produits non dominés de la zone de Pareto,
- c. classement des produits de l'échantillon par l'expert, en fonction de ses préférences,
- d. extraction des règles de préférence et de non préférence,
- e. application des règles à la totalité des alternatives, afin de les classer.

Règle de préférence Il s'agit de comparer deux à deux les produits de l'échantillon classés par le décideur par ordre de préférence par rapport à la cible, et de déterminer la règle correspondante à chaque paire. Supposons que le produit P_1 soit classé meilleur que P_2 , et que la règle de préférence soit :

Règle de Préférence	Comparaison des produits	C_1	C_2	C_3
P 110	$P_1 - P_2$	1	1	0

L'expression P 110 correspond à la règles suivante : Si le produit P_1 est meilleur que le produit P_2 pour le critère C_1 et meilleur pour le critère C_2 et moins bon pour le critère C_3 alors P_1 est préféré à P_2 .

Règle de non préférence

Règle de Non Préférence	Comparaison des produits	C_1	C_2	C_3
NP 001	$P_1 - P_2$	0	0	1

L'expression NP 001 correspond à la règle : Si le produit P_1 est moins bon que le produit P_2 pour le critère C_1 et moins bon pour le critère C_2 et meilleur pour le critère C_3 alors P_1 n'est pas préféré à P_2 .

- Lorsqu'une règle de préférence est identique à une règle de non préférence, alors ces deux règles sont éliminées puisqu'elles sont contradictoires,
- Si des règles sont identiques, dans le cas de règles de préférence ou de non préférence, on n'en retiendra qu'une seule.

Calcul du score et définition des recommandations L'ensemble des règles, obtenues par comparaison des produits de l'échantillon classé par l'expert, sont appliquées. Après avoir comparé chaque propriété du produit à la cible, les critères (distance à la cible) sont calculés. Les produits sont comparés deux à deux pour chaque critère, ce qui permet d'appliquer les règles :

- Lorsqu'à deux produits comparés correspond une règle de préférence, alors on accorde un point au premier produit et on retranche un point au deuxième produit,
- Lorsqu'à deux produits comparés correspond une règle de non préférence, alors un point est retranché du premier produit et un point est accordé au deuxième produit.

Après avoir appliqué l'ensemble des règles à l'ensemble des couples de produits, nous totalisons les notes obtenues. Le score obtenu par produit permet de classer ces produits par ordre décroissant, c'est à dire des préférés aux moins préférés. Il est alors possible de représenter graphiquement les différents domaines de préférence. Ceci nous conduit à recommander les produits les mieux classés au responsable industriel, afin qu'il puisse faire son choix final en toute connaissance de cause.

6 Application à une production fromagère

La première application industrielle concerne la production de fromages dans le cadre d'une PME située dans l'est de la France. Une fois par mois, des experts se réunissent pour évaluer les productions à partir d'un échantillon suffisant selon une cible donnée (analyse sensorielle).

La chaîne de fabrication est pilotée par une seule personne. Elle intervient directement sur le processus de fabrication en fonction de son savoir-faire pour obtenir le meilleur fromage possible. Dans ce cas industriel, nous avons voulu lui apporter une aide à la décision lors de la fabrication de fromages, à partir de l'approche par acquisition de données de production. Dans cette approche, nous avons appliqué la

méthode des Rough Sets et la méthode Prométhée II afin de les comparer. Le nombre de données industrielles disponibles étant relativement faible, la détermination de certains paramètres comme le seuil de Veto de la méthode des bilans de flux était difficile. De ce fait, nous avons préféré appliquer une méthode plus simple et plus adaptée à ce cas, la méthode Prométhée II.

Le procédé de fabrication est le suivant :

- collecte du lait toutes les 48 h en tanker ($-4^{\circ}C$),
- phase de maturation, le lait est écrémé et acidifié par ajouts de ferments, puis il est pasteurisé,
- phases d'emprésurage et de tranchage, développement du fromage futur,
- phases de brassage et de moulage,
- phase d'égouttage pendant 20 heures avec deux retournements,
- phases de démoulage et de salage,
- phases de pré-affinage et d'affinage.

La qualité des fromages dépend des valeurs des variables opératoires comme le temps de prise, le taux d'extrait sec, la vitesse de basculement des cuves, la vitesse de déplacement des cuves, ...

Un fromage cible, pour les experts, est celui qui a une couleur typique jaune-orangée, une texture souple, une pâte douce et non collante, peu salée, sans amertume, et qui n'est pas trop humide.

Pour chaque fromage testé et chaque propriété (couleur -critère C_1 -, homogénéité -critère C_2 -, texture -critère C_3 - et goût -critère C_4 -), les experts donnent des notes comprises entre 1 et 7 inclus (évaluation par analyse sensorielle). Nous souhaitons minimiser la distance entre chacune des quatre notes et la note correspondante du fromage souhaité. La valeur absolue de l'écart entre la note attribué au fromage testé et la note souhaitée (cible donnée tableau 1) est le critère à minimiser. Il y a donc quatre valeurs de critère par fromage correspond aux quatre propriétés caractéristiques du produit.

	C_1 Couleur	C_2 Homogénéité	C_3 Texture	C_4 Goût
Fromage cible	2.70	1.33	2.00	3.33

Table 1. Notes souhaitées (sur l'échelle de 1 à 7) pour le fromage cible

Dans cette expérimentation, aucune modélisation n'a été effectuée. Le lot de production concerné est constitué de 63 fromages dont 45 exploitables (3 mois de mesures en ligne).

6.1 Application de la méthode Prométhée II

La méthode de classement utilisée dans ce cas industriel est celle de Prométhée II. Pour comparer les produits deux à deux, nous avons utilisé le principe de critère à seuil unique, appelé "*Quasi-critère*".

Tous les critères ont le même poids, ainsi que le même seuil $q = 0.20$, par souci de simplicité et parce que toutes notes sont données sur la même échelle de 1 à 7, et en accord avec les experts qui évaluent les fromages. Le classement obtenu des 45 fromages est présenté selon le tableau 3, selon les N° d'identification donnés par l'entreprise (ce tableau permet de comparer les résultats à ceux des Rough Sets).

6.2 Application de la méthode des Rough Sets

Après avoir fait classer un échantillon de cinq fromages les plus significatifs par l'expert, la méthode des Rough Sets est appliquée en tenant compte de la cible indiquée précédemment. Les règles de préférences et de non préférences sont présentées au tableau 2.

Règles de préférence				Règles de non préférence			
C_1	C_2	C_3	C_4	C_1	C_2	C_3	C_4
0	1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1	0

Table 2. Règles de préférence et de non préférence de l'échantillon

Nous avons ensuite appliqué ces règles de préférence et de non préférence à l'ensemble des 45 fromages. Un classement est proposé au tableau 3. Les numéros des fromages correspondent à la nomenclature de l'entreprise.

6.3 comparatif entre les deux méthodes

Huit fromages sont communs parmi les 12 premiers des deux classements, soit 67% de fromages communs. Cependant, l'ordre n'est pas respecté en fin de classement. En ce qui concerne les 12 premiers fromages, quelle que soit la méthode, les écarts ne sont pas significatifs d'une méthode à une autre dans l'espace des variables opératoires.

N° fromage	Classement par Prométhée II	Classement par RS	N° fromage	Classement par Prométhée II	Classement par RS
1323	1 ^{er}	5 ^{ème}	1923	24 ^{ème}	15 ^{ème}
813	2 ^{ème}	13 ^{ème}	873	25 ^{ème}	38 ^{ème}
2343	3 ^{ème}	8 ^{ème}	2902	26 ^{ème}	36 ^{ème}
613	4 ^{ème}	2 ^{ème}	162	27 ^{ème}	31 ^{ème}
1193	5 ^{ème}	1 ^{er}	612	28 ^{ème}	30 ^{ème}
1233	6 ^{ème}	3 ^{ème}	2972	29 ^{ème}	23 ^{ème}
733	7 ^{ème}	10 ^{ème}	3322	30 ^{ème}	26 ^{ème}
592	8 ^{ème}	21 ^{ème}	292	31 ^{ème}	28 ^{ème}
2922	9 ^{ème}	22 ^{ème}	1513	32 ^{ème}	41 ^{ème}
703	10 ^{ème}	6 ^{ème}	2553	33 ^{ème}	44 ^{ème}
963	11 ^{ème}	4 ^{ème}	3112	34 ^{ème}	29 ^{ème}
1433	12 ^{ème}	19 ^{ème}	3492	35 ^{ème}	45 ^{ème}
1583	13 ^{ème}	9 ^{ème}	2583	36 ^{ème}	37 ^{ème}
3422	14 ^{ème}	16 ^{ème}	1293	37 ^{ème}	43 ^{ème}
1813	15 ^{ème}	7 ^{ème}	3072	38 ^{ème}	33 ^{ème}
1853	16 ^{ème}	25 ^{ème}	3262	39 ^{ème}	32 ^{ème}
2573	17 ^{ème}	18 ^{ème}	1103	40 ^{ème}	42 ^{ème}
3302	18 ^{ème}	14 ^{ème}	963	41 ^{ème}	27 ^{ème}
2663	19 ^{ème}	20 ^{ème}	2483	42 ^{ème}	35 ^{ème}
2693	20 ^{ème}	11 ^{ème}	3192	43 ^{ème}	39 ^{ème}
1303	21 ^{ème}	12 ^{ème}	3162	44 ^{ème}	40 ^{ème}
1793	22 ^{ème}	17 ^{ème}	3472	45 ^{ème}	34 ^{ème}
1873	23 ^{ème}	24 ^{ème}			

Table 3. Classement des 45 fromages par la méthode des Rough Sets

Si nous effectuons un tri de Pareto en utilisant les deux classements comme deux critères à minimiser, nous pouvons faire apparaître des solutions non dominées. La zone de Pareto est formée de trois fromages (en caractères gras dans le tableau 3). Le fromage N° 1323 est classé 1^{er} par Prométhée II et 5^{ème} par les Rough Sets, par contre le N° 1193 est classé 1^{er} par les Rough Sets et 5^{ème} par Prométhée II. De plus, le fromage N° 613 est classé 2^{ème} par les Rough Sets et 4^{ème} par Prométhée II. Ceci montre la grande concordance existante entre les recommandations obtenues par ces deux techniques d'analyse multicritère.

7 Application à la production de granulés pour bétail

L'application industrielle concerne la production d'aliments granulés pour bétail. L'objectif est d'optimiser les conditions opératoires d'un procédé d'extrusion [Massebeuf *et al.*, 1999]. Un produit pulvérulent est converti en granulés grâce aux effets conjugués de la chaleur, de l'humidité et de la pression. L'industriel souhaite

minimiser simultanément la friabilité, l'humidité des granulés et la consommation énergétique du procédé. La modélisation par polynômes du second degré de ces trois critères a nécessité la construction d'un plan d'expériences composite centré [Courcoux *et al.*, 1995]. Les facteurs ayant une influence sur le procédé sont le débit d'alimentation, la vitesse de rotation du malaxeur, la température de fourreau et le diamètre de filière. Par souci de simplicité, seules les variables opératoires, température de fourreau (T) et diamètre filière (D) sont retenues dans notre étude. Une fois le système de production modélisé, la zone de Pareto (meilleurs compromis) est obtenue (figure 2) sous la forme d'un ensemble de 2493 points. C'est l'optimisation multicritère, elle correspond à la phase objective de l'analyse multicritère.

Pour choisir des solutions dans cette zone, correspondant aux meilleurs compromis, il faut introduire la notion de préférence du décideur afin de classer ces actions. C'est la phase subjective de l'analyse multicritère. Les méthodes d'aide à la décision utilisées ici, Bilans de Flux et Rough Sets, sont des techniques donnant un classement total de tous les points de la zone de Pareto.

7.1 Application de la méthode des Bilans de Flux

Les poids et seuils des trois critères à optimiser sont présentés dans le tableau 4. La connaissance du procédé permet au décideur de définir ces valeurs de seuil et poids. Notre homme d'étude donne la même importance de poids à chaque critère et selon les échelles des trois critères, il applique le même rapport pour calculer les seuils de préférence, indifférence et veto.

Les échelles des variables sont de 2 à 6 mm pour le diamètre de filière et de 35°C à 75°C pour la température. Dans la zone de Pareto, le domaine de variation de :

- la friabilité : 1.7 à 5.1,
- l'humidité : 9.8% à 16%,
- énergie consommée : 3 à 21.1 kWh/kg

Critères	Poids w_k	Préférence p_k	Indifférence q_k	Veto v_k
Indice de friabilité	1/3	0.5	0.2	0.8
Humidité	1/3	1.5	0.5	3
Consommation énergétique	1/3	3	1	6

Table 4. Définition des seuils et poids

La technique des bilans de flux est appliquée sur l'ensemble des solutions non dominées. Un classement total est obtenu pour toutes les solutions non dominées. Une

visualisation des résultats est présentée sur la figure 2. Nous avons choisi une représentation quintile par quintile (20% des points) pour une meilleure compréhension. La meilleure et la plus mauvaise solution sont également tracées. Les différentes zones sont concentriques à partir du meilleur point et alternent avec les couleurs grises et noires.

Nous pouvons observer que la meilleure solution est située au centre de la première zone la mieux classée (20 % des meilleurs). Une certaine stabilité est assurée vis à vis d'une possible fluctuation de la température. De plus, le choix entre les deux points (meilleur et nadir) paraît évident puisque l'indice de friabilité est bien meilleur dans le cas du "meilleur point" même si les deux autres critères à optimiser sont semblables entre "meilleur" et "nadir".

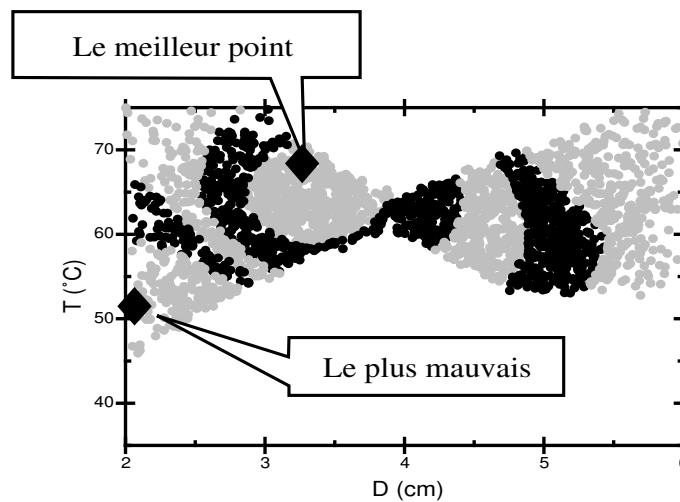


Fig. 2. Classement totale de la zone de Pareto par quintiles

7.2 Application de la méthode des Rough Sets

Dans cette méthode, aucun seuils ou poids ne sont recherchés. L'obtention des règles de préférence et de non préférence sont obtenues à partir d'un échantillon de cinq points issu de la zone de Pareto, tableau 5. Ces points sont classés par le décideur dans l'ordre de préférence de 1 à 5, puis comparés deux à deux pour extraire des règles de préférence et de non préférence, au nombre de 20 au total. Après application du principe "d'indiscernabilité", c'est à dire après élimination des doublons ou des contradictions, seules quatre règles persistent, tableau 6. Ces règles sont appliquées à l'ensemble des points non dominés. Une visualisation des résultats est présentée sur la figure 3.

Points	D (cm)	T (°C)	Indice Friabilité	Humidité	Consommation énergétique
1	3.00	63.1	2.05	13.4	7.9
2	2.62	74.4	2.09	15.0	5.5
3	2.10	60.3	3.31	14.1	4.7
4	5.96	57.0	2.98	10.1	20.9
5	5.73	74.4	4.32	10.2	17.9

Table 5. Echantillon de cinq produits issus de la zone de Pareto

Selon le tableau 6, exemple de règle de préférence P 101 :

$$\text{Si } f_1(a_i) < f_1(a_j) \text{ et } f_2(a_i) \geq f_2(a_j) \text{ et } f_3(a_j) < f_3(a_i) \text{ Alors } a_i \succ a_j$$

Les deux premières règles (101) et (100) peuvent être agrégées en une seule, car le troisième critère n'est pas pris en compte par l'utilisateur, la conclusion reste la préférence (Idem pour les règles (010) et (011), la conclusion reste la non préférence).

Règle de préférence	Règles de non préférence
P 101	NP 010
P 100	NP 011

Table 6. Règles de préférence et de non préférence

7.3 Résultats comparatifs

La comparaison des résultats obtenus à partir des méthodes des Rough Sets et des Bilans de Flux, nous permet de constater que :

- les méthodes des Bilans de Flux et des Rough Sets optimisent plus particulièrement deux des trois critères dans des proportions similaires. Le critère "*Humidité*" n'est pas optimisé d'une manière significative. Pour la méthode des Bilans de flux, le point le plus mauvais pour le critère "*consommation énergétique*" est proche du point le meilleur.
- la zone du meilleur quintile (20% des meilleurs points), obtenue par chaque méthode est sensiblement identique. Cependant la position du meilleur point dans cette zone proposé par la méthode des bilans de flux se situe au centre de celle-ci et donc semble plus robuste que le point le meilleur obtenu par la méthode des Rough Sets. Le meilleur point de la méthode des Rough Sets interdit en effet toute fluctuation de la température de fourreau.

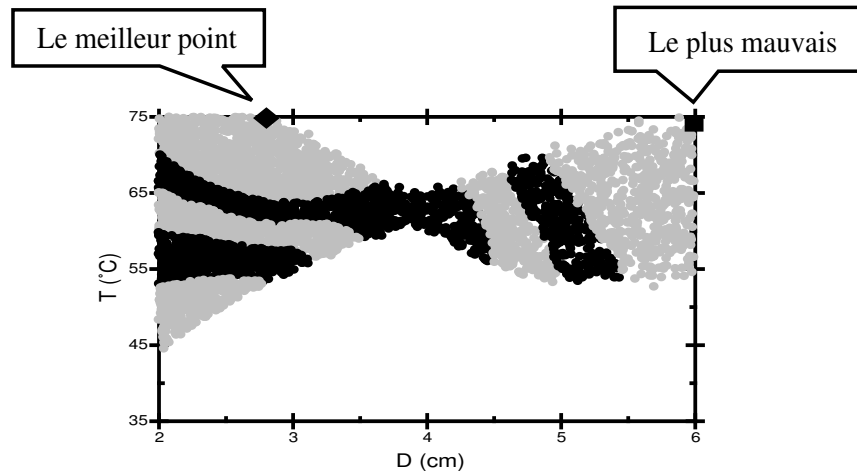


Fig. 3. Classement total de la zone de Pareto par quintiles

Le tableau 7 compare d'une manière quantitative les résultats des deux méthodes.

- quelles que soient les méthodes utilisées, les valeurs de variables opératoires sont identiques (plages de valeur pour les variables opératoires communes, 0.8 cm et 5°C),
- la méthode des bilans de flux propose des intervalles des variables opératoires (T et D) plus faibles que ceux des Rough Sets, pour les 20% meilleurs,

Le tableau 7 présente, en plus des meilleures solutions obtenues par les Bilans de Flux et les Rough Sets, les intersections et inclusions des domaines de variations correspondants aux premiers quintiles.

8 Application à la production de pâte à papier

Cette dernière application industrielle concerne une production de pâte à papier à partir du pin gris (peu coûteux et abondant) du Canada [Law and Valade, 1994]. L'objectif est d'obtenir du papier "blanc" à partir du pin gris, ce qui correspond à :

- maximiser la blancheur du papier ISO (Y_1),
- minimiser l'énergie spécifique de raffinage (Y_2),
- minimiser les matières extractibles (Y_3),
- maximiser la longueur de rupture du papier (Y_4).

Pour étudier l'influence des variables opératoires, tableau 8, sur le procédé de traitement du pin gris, et le traitement à l'hydroxyde de sodium ou non, une recherche des meilleurs compromis à partir du principe de Pareto a été opérée. Cependant,

	Méthodes	Variable V_1 D (cm)	Variable V_2 T (°C)	Critère C_1 Friabilité	Critère C_2 Humidité	Critère C_3 Energie
Le meilleur point	Bilan de flux	3.22	66.7	1.74	13.44	8.13
Le meilleur point	Rough sets	2.80	74.9	1.89	14.84	6.02
RSM* \cap BF**		0.80	5			
BF \subseteq RSM		66%	60%			

* Méthode des Rough Sets, ** Méthode des Bilans de Flux

0.80 cm et 5°C représentent les plages de valeurs communes entre les deux méthodes. 66% et 60% représentent les pourcentages des plages de valeur de la méthode BF incluses dans les plages de valeur des RS.

Table 7. Comparatif des premiers quintiles obtenus par les deux méthodes

obtenir l'ensemble des compromis implique une modélisation du procédé de fabrication afin de rechercher un maximum de solutions acceptables. Pour construire ce modèle, un plan d'expériences "*D-optimal*" a été utilisé et des expériences ont été menées sur l'unité pilote du centre d'étude des Pâtes et Papier à Trois Rivières, Québec [Lanouette *et al.*, 1997]. Le procédé de fabrication a été modélisé à l'aide de réseaux de neurones empilés [Lanouette *et al.*, 1999] afin de prédire les diverses variables de sortie (Y_1 à Y_4).

Température 1 ^{er} étage	X_1	115 - 135
Espacement des plaques	X_2	0.7 - 1.00
Consistance	X_3	8 - 16 %
Charge de peroxyde H ₂ O ₂	X_4	1 - 5%
Température blancheur	X_5	60 - 75°C
Temps de rétention	X_6	15 - 75 min
Traitement NaOH	X_7	Oui ou Non

Table 8. variables opératoires et domaines de variation

Dans cette étude, il faut déterminer, comme pour la production de granulés pour bétail, le domaine de Pareto sous la forme d'un large ensemble de solutions non dominées, grâce au modèle connexionniste. 6000 points ont été obtenus à l'aide d'un algorithme évolutionnaire.

8.1 Application de la méthode des Bilans de Flux

La dernière méthode de classement de la zone de Pareto utilisée est celle des Bilans de Flux, prenant en compte quatre seuils et poids, caractéristiques des critères selon les préférences du décideur, tableau 9 [Thibault *et al.*, 2002].

Critères	Poids	Préférence	Indifférence	Veto
	w_k	p_k	q_k	v_k
Y_1	0.27	1.0	0.5	3.0
Y_2	0.20	0.8	0.4	2.0
Y_3	0.20	0.1	0.05	0.2
Y_4	0.33	0.5	0.3	1.0

Table 9. Définition des seuils et poids

Le résultat des variables opératoires ou des critères selon la méthode des Bilans de flux est représenté tableaux 10 et 11. Nous constatons que le traitement à la soude permet d'assurer une bonne résistance mécanique et une meilleure pureté, au détriment de la blancheur du papier. Le temps de rétention est beaucoup plus élevé en cas de traitement à la soude.

8.2 Application de la méthode des Rough Sets

Après avoir extrait cinq points significatifs parmi la zone de Pareto (espace des variables opératoires), un classement par ordre de préférence est établi par l'expert connaissant parfaitement le produit. Puis, la méthode des Rough Sets est appliquée. Les règles de préférence et de non préférence sans traitement NaOH, ou avec traitement NaOH, sont données aux tableaux 12 et 13 [Thibault *et al.*, 2003]. Ces règles sont obtenues après avoir comparé deux à deux l'ensemble des 5 points classés par l'expert, puis après avoir éliminé les règles doublons et contradictoires. Après application des règles de préférence et de non préférence à l'ensemble des comparaisons d'actions, un classement est obtenu. Les résultats sont présentés tableaux 14 et 15.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
Sans Traitement à la soude	115.2-117	0.78-0.94	8.13-14.42	4.64-4.95	60.8-71	16.6-53.3
Avec Traitement à la soude	115.4-122.8	0.79-0.99	8.38.3-14.21	367-4.88	63.2-74.9	32.5-74.5
Disjoints*	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Oui
Intersection** avec Traitement	90%	95%	93%	76%	79%	57%
Intersection** sans Traitement	24%	72%	100%	20%	67%	50%

* les plages de valeurs avec ou sans traitement sont disjointes,

** Intersection commune des plages de valeurs des 10% meilleurs suivant les Bilans de Flux et les Rough Sets.

Table 10. Résumé des valeurs des 6 variables opératoires pour les 10% meilleurs

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
Sans Traitement à la soude	69.0-69.4	7.15-8.24	0.23-0.24	3.6-4.33
Avec Traitement à la soude	66.4-68.3	7.45-8.24	0.11-0.16	4.23-4.35
Disjoints	Oui	Non	Non	Non
Intersection Avec Traitement	0%	78%	29%	73%
Intersection Sans Traitement	0%	100%	44%	59%

Table 11. Résumé des valeurs des 4 critères pour les 10% meilleurs

Règles de préférence				Règles de non préférence			
Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄
0	0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0

Table 12. règles de préférence et de non préférence (sans traitement NaOH)

Règles de préférence				Règles de non préférence			
Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄
1	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0

Table 13. règles de préférence et de non préférence (avec traitement NaOH)

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆
Sans T. NaOH	115-116	0.86-0.89	12.1-14.1	4.87-4.91	63.1-63.6	26.8-27.7
Avec T. NaOH	116.9-118.3	0.82-0.89	12.3-12.6	4.35-4.65	64.2-66.7	71.1-71.5
Disjoints	Oui	Non	Non	Oui	Oui	Oui
*Intersection AT.	0%	23%	15%	0%	0%	0%
**Intersection ST.	0%	48%	100%	0%	0%	0%

* Intersection des plages de valeurs communes entre les méthodes RS et BF, avec traitement.
 ** Intersection des plages de valeurs communes entre les méthodes RS et BF, sans traitement.

Table 14. Résumé des valeurs des 6 variables opératoires pour les 10% meilleurs

	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4
Sans Traitement NaOH	69.3-69.5	8.08-8.60	0.16-0.18	4.05-4.16
Avec Traitement NaOH	65.4-66.8	7.54-7.81	0.11-0.12	4.68-4.73
Disjoints	Oui	Oui	Oui	Oui
Intersection avec Traitement	0%	70%	0%	15%
Intersection sans Traitement	0%	100%	0%	87%

Table 15. Résumé des valeurs des 4 critères pour les 10% meilleurs

8.3 Résultats comparatifs

L'examen des résultats obtenus par les deux méthodes dans l'espace des variables opératoires ou des critères avec ou sans traitement NaOH montre que :

- quelle que soit la méthode utilisée, les valeurs des différentes variables opératoires (X_1 à X_7) sont sensiblement identiques avec ou sans traitement NaOH. Néanmoins, la température X_5 et surtout le temps de rétention (X_6) sont plus grands dans le cas du traitement avec NaOH,
- dans l'espace des critères (Y_1 à Y_4), la méthode des Bilans de flux privilégie la maximisation de la blancheur, alors que la méthode Rough Sets a tendance à maximiser la résistance à la rupture,
- L'intervalle de variations de chacune des six variables est plus petit dans le cas de la méthode des Rough Sets que dans celle des Bilans de Flux, pour les 10% meilleurs solutions, quel que soit le traitement (avec ou sans NaOH).

9 Comparaison des deux approches (modélisation et mesure en ligne)

Au cours de ces travaux, nous avons utilisé deux approches :

- l'une prenant en compte une production donnée dans une période donnée,
- l'autre, par modélisation du système de fabrication et obtention d'une zone des meilleurs compromis avant d'appliquer une méthode d'analyse multicritère (Prométhée II, Bilans de Flux ou Rough Sets).

A ces deux approches correspondent les avantages et les inconvénients que nous avons résumé, tableau 16.

Approche par modélisation et en utilisant le principe de Pareto	Approche par utilisation d'une production donnée
Inconvénients	
<ul style="list-style-type: none"> • Choix de la structure du modèle parfois difficile (réseaux de neurones, modèles paramétriques, . . .) • Erreur de prédiction par le modèle parfois trop élevée • Adaptabilité du modèle difficile en cas de variabilité du procédé (exemple : sciences du vivant) • Temps de mise au point du modèle élevé • Nécessité de réaliser une stratégie expérimentale adéquate 	<ul style="list-style-type: none"> • Les données de production ne couvrent pas correctement le domaine d'étude • Les résultats obtenus sont totalement dépendants des mesures en ligne (en quantité et en qualité) • La plage de temps pendant laquelle les mesures en ligne doivent être faites est parfois trop longue (variabilité du procédé, comme dans les sciences du vivant). • Les mesures ne doivent pas être trop éloignées dans le temps du traitement des données.
Avantages	
<ul style="list-style-type: none"> • Rapidité et facilité d'utilisation du simulateur réalisé • le modèle ne nécessite qu'un nombre faible de mesures bien choisies. • Le domaine de Pareto obtenu est une information utile pour l'industriel • Les recommandations sont précises mais doivent être validées sur site industriel 	<ul style="list-style-type: none"> • Les résultats sont obtenus rapidement et immédiatement exploitables • Les recommandations peuvent être corrigées par de nouvelles mesures en ligne (grande adaptabilité des résultats dans le cas d'un atelier flexible et des sciences du vivant)

Table 16. Comparaison des approches par modélisation et mesures en ligne

10 Conclusion

Au cours de cette présentation deux approches d'aide à la décision multicritère pour des opérateurs de processus de production, ont été abordées (par modélisation et à l'aide de mesures en ligne). Il est possible, soit de modéliser le système et réaliser une optimisation multicritère, soit d'extraire un échantillon de production et réaliser les analyses multicritères. Deux types d'analyse multicritère, Bilans de Flux ou Prométhée II, et la méthodes des Roughs Sets, ont été appliquées à ces deux approches, dans le cas de trois productions industrielles.

Dans le cadre de ce travail de recherche, nous avons déterminé l'intérêt des deux approches, et les écarts significatifs obtenus selon que l'on utilise une méthode

d'analyse multicritère plutôt qu'une autre. Les premières remarques concernant les deux approches sont :

- si réaliser un modèle du système de production est long et fastidieux, celui-ci permet de simuler un nombre très conséquent de données. Cependant le modèle est toujours approché et les résultats sont entachés d'une certaine incertitude,
- si prendre en compte un nombre suffisant de mesures en ligne, au lieu de modéliser le système de production reste une démarche courante, celle-ci n'est pas à généraliser. Le manque de mesures diversifiées et les erreurs associées induisent des recommandations approximatives et non un véritable système d'aide la décision. Cependant pour des productions de produits issus des sciences du vivant, la démarche reste intéressante grâce à sa rapidité d'utilisation et à son adaptabilité.

Au cours de trois expérimentations industrielles, deux types de méthodes multicritères ont été utilisés, l'un basé sur des règles d'expert extraites d'un échantillon classé par le décideur, et l'autre sur des relations de surclassement des actions. Les approches sont différentes, ainsi que les fondamentaux scientifiques, et leur applicabilité. Nous avons cherché à évaluer leurs concordances et leurs disparités dans les résultats et leur utilisation.

Différents constats nous sont apparus, comme :

- définir des poids et des seuils par simple questionnement de l'expert n'est pas toujours aisé à réaliser en milieu industriel. L'obtention automatique des seuils et des poids à partir d'un classement d'échantillon et d'une identification paramétrique est une voie de recherche prometteuse [Ginsburger, 2001],
- les méthodes de surclassement apportent d'une manière générale une plus grande rigueur et précision dans le résultat (encore faut-il définir une mesure du degré de précision).
- la méthode des Rough Sets suppose que l'échantillon à classer par le décideur soit le plus représentatif possible pour que les règles obtenues soient les meilleures (une méthode de choix de cet échantillon reste à étudier),

References

- [Bhaskar *et al.*, 2001]V. Bhaskar, S. K. Gupta, and A. K. Ray. Multiobjective optimization of an industrial wiped film polyethylene-terephthalate reactor : some further insights. *Computers and Chemical Engineering*, 25:391–407, 2001.
- [Bicking *et al.*, 1994]F. Bicking, C. Fonteix, J.P. Corriou, and I Marc. Global optimization by artificial life : a new technique using genetic population evolution. *RAIRO-Operation Research*, 28(1):23–36, 1994.
- [Boudon *et al.*, 1997]R. Boudon, A. Bouvier, and F. Chazel. *Cognition et sciences sociales*. PUF, Paris, 1997.
- [Brans and Mareschal, 1984]J.P. Brans and B. Mareschal. The PROMCALC and GAIA decision support system for multicriteria decision aid. *Decision Support Systems*, 12(4-5):297–310, 1984.

- [Brans *et al.*, 1984]J.P. Brans, B. Mareschal, and P. Vinke. Promethee : a new family of outranking methods in MCDM. *IFORS 84*, pages 477–490, 1984.
- [Courcoux *et al.*, 1995]P. Courcoux, E.M. Qannari, J.P. Melcion, and J. Morat. Optimisation multiréponse : application à un procédé de granulation d'aliments. *Récents Progrès en Génie des Procédés : Stratégie expérimentale et procédés biotechnologiques*, 36(9):41–47, 1995.
- [Eckenrode, 1965]R.T. Eckenrode. Weighting multiple criteria. *Management Science*, 12(3):180–192, 1965.
- [Figuiera and Roy, 2002]J. Figuiera and B. Roy. Determining the weights of criteria in the electre type methods with a revised simos' procedure. *European Journal Operational Research*, 139:317–326, 2002.
- [Fonteix *et al.*, 1995]C. Fonteix, F. Bicking, E. Perrin, and I. Marc. Haploïd and diploïd algorithms, a nex approach for global optimization : compared performances. *International Journal of Systems Science*, 26(10):1919–1933, 1995.
- [Fonteix *et al.*, 2004]C. Fonteix, S. Massebeuf, F. Pla, and L.N Kiss. Multicriteria optimization of emulsion polymerization process. *European Journal of Operational Research*, 153.2(2):350–359, 2004.
- [Ginsburger, 2001]E. Ginsburger. *Définition et mise au point d'une méthodologie pour l'extrapolation de procédé de copolymérisation en émulsion*. PhD thesis, INPL, Nancy, France, September 2001.
- [Greco *et al.*, 2001]S. Greco, B. Matarazzo, and R. Slowinski. Rough sets theory for multicriteria decision analysis. *European Journal of Operational Research*, 129(1):1–47, 2001.
- [Greco *et al.*, 2002]S. Greco, B. Matarazzo, and R. Slowinski. Rough sets methodology for sorting problems in presence of multiple attributes and criteria. *European Journal of Operational Research*, 138(2):247–259, 2002.
- [Hamda *et al.*, 2002]H. Hamda, O. Roudenko, and M. Schoenauer. *Application of a multiobjective evolutionary algorithm to topological optimum design*, chapter In adaptive Computing in Design and Manufacture. Springer Verlag, ian parmee ed edition, 2002.
- [Hapke *et al.*, 1998]M. Hapke, A. Jaszkiwicz, and R. Slowinski. Interactive analysis of multiple-criteria project scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, 107(2):315–324, 1998.
- [Kaymak and Van Nauta Lemke, 1998]U. Kaymak and H.R. Van Nauta Lemke. A sensitivity analysis approach to introducing weight factors into decision functions fuzzy multicriteria decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 97:169–182, 1998.
- [Kiss *et al.*, 2002]L.N. Kiss, K. Zaras, C. Fonteix, and R. Dominique. Multicriteria modelling and decision engineering of a chemical extrusion process. *ASOR Bulletin*, 21(2):2–8, 2002.
- [Lanouette *et al.*, 1997]R. Lanouette, J.L. Valadae, and J. Thibault. Optimization of an alkaline peroxide interstage treatment of jack pine using a d-optimal design. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 75(2):1–9, 1997.
- [Lanouette *et al.*, 1999]R. Lanouette, J. Thibault, and J.L. Valade. Process modeling with neural networks using small experimental datasets. *Computers and Chemical Engineering*, 23:1167–1176, 1999.
- [Law and Valade, 1994]K.N. Law and J.L. Valade. Status of the utilization of jack pine (*pinus banksiana*) in the pulps and paper industry. *Canadian Journal of Forestry Research*, 24:2078–2084, 1994.
- [Massebeuf *et al.*, 1999]S. Massebeuf, C. Fonteix, L.N. Kiss, I. Marc, F. Pla, and K. Zaras. Multicriteria optimization and decision engineering of an extrusion proces aided by a

- diploid genetic algorithm. In *Proceedings of Congress on Evolutionary Computation*, pages 14–21, Washington, USA, 1999.
- [Muniglia *et al.*, 2004]L. Muniglia, L.N. Kiss, C. Fonteix, and I. Marc. Multicriteria optimization of a single-cell oil production. *European Journal of Operational Research*, 153(2):360–369, 2004.
- [Nijkamp *et al.*, 1990]P. Nijkamp, P. Rietveld, and H Voogh. Multicriteria evaluation in physical planning. *Elsevier Science Publishers*, 1990.
- [Pawlak and Slowinski, 1994]Z. Pawlak and R. Slowinski. Rough set approach to multi-attribute decision analysis. *European Journal Operational Research*, 72(3):443–459, 1994.
- [Pawlak, 1982]Z. Pawlak. Rough sets. *Informational Journal of Information and Computer Sciences*, 11(5):341–356, 1982.
- [Pawlak, 1997]Z. Pawlak. Rough set approach to knowledge-based decision support. *European Journal of Operational Research*, 99:48–57, 1997.
- [Perrin *et al.*, 1997]E. Perrin, A. Mandrille, J.C. Vivalda, C. Fonteix, and I. Marc. Optimisation global par stratégie d'évolution : technique utilisant la génétique des individus diploïdes. *RAIRO-Operation Research*, 31(2):151–200, 1997.
- [Renaud *et al.*, 2003]J. Renaud, F. Fournier, and C. Fonteix. Decision making by rough sets : Comparison of two industrial applications. In *IFIP'2003, 21st Conference on System modelling and optimisation (CD-ROM and Proceeding)*, Sophia Antipolis, France, 21–25 July 2003.
- [Roy, 1978]B. Roy. ELECTRE III : algorithme de classement basé sur une représentation floue des préférences en présence de critères multiples. *Cahier du CERO*, 20(1):3–24, 1978.
- [Saaty, 1990]T.L. Saaty. An exposition of the AHP in reply to the paper, remarks on the analytic hierarchy process. *Management Science*, 36(3):259–268, 1990.
- [Shabeer and Yu Wang, 2000]S. Shabeer and M. Yu Wang. Multiobjective optimization of sequential brake forming processes. *Journal of Materials Processing Technology*, 102:266–276, 2000.
- [Thibault *et al.*, 2002]J. Thibault, R. Lanouette, C. Fonteix, and L.N. Kiss. Multicriteria optimization of an high yield pulping process. *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 80(2):897–902, 2002.
- [Thibault *et al.*, 2003]J. Thibault, D. Taylor, C. Yanofsky, R. Lanouette, C. Fonteix, and K. Zaras. Multicriteria optimization of an high yield pulping process with rough sets. *Chemical Engineering Science*, 58:203–213, 2003.
- [Viennet *et al.*, 1996]R. Viennet, C. Fonteix, and I. Marc. *New multicriteria optimization method based on the use of diploid genetic algorithm : example of an industrial problem, lecture notes in computer science*. 1063. Artificial Evolution, Springer Verlag edition, 1996.
- [Vincke, 1989]P. Vincke. *L'aide multicritère à la décision*. Statistique et Mathématiques Appliquées, ellipses edition, 1989.
- [Watier, 1996]P. Watier. *La sociologie et les représentations de l'activité sociale*. Méridien Klincksieck, 1996.
- [Xu, 2004]X. Xu. A note on the subjective and objective integrated approach to determine attribute weights. *European Journal Operational Research*, 156:530–532, 2004.
- [Zaras, 2001]K. Zaras. Rough approximation of preference relation by a multi attribute stochastic dominance for deterministic and stochastic evaluation problems. *European Journal of Operational Research*, 130(12):305–314, 2001.

Measuring Service Quality for Students in Higher Education The Case of a Business University*

Yannis Siskos¹, Athanasia Bouranta¹, and Nikos Tsotsolas¹

University of Piraeus
80, Karaoli & Dimitriou
18534 Piraeus, GREECE
(e-mail: ysiskos@unipi.gr)

Résumé. Student satisfaction barometers are of vital importance for the universities because they promote their internal re-organization, strengthen their image and emphasize on meeting the expectations and needs of students. Measuring student satisfaction by emphasizing on components of service quality delivered to students is an effective performance evaluation index. The paper presents an original study that measures the students' satisfaction of a Greek Business University. The most important results are focused on the determination of the weak and the strong points of the university as well as on the identification of distinctive variations amongst the departments of the university.

Mots clés: service quality, satisfaction, evaluation, multicriteria analysis, higher education.

1 Introduction

Students satisfaction is mainly related to their objective evaluation of the various outcomes and experiences that are connected to their education. Consequently their satisfaction is influenced not only by the quality of teaching provided but also by other benefits that they receive from the university [Browne *et al.*, 1998], [Oliver and Desarbo, 1989], [Vavra, 1997]. Sevier [Sevier, 1996] states that the “product” of the university is something more than its academic programme, it is a sum of the student's academic, social and spiritual experiences.

The importance that the students give on every one of the above dimensions is influenced to a large extent by the system of priorities that each of the students has [Borden, 1995]. Research has shown that students satisfaction has a positive impact on students motivation and intention [Patterson *et al.*, 1997], [Babin and Griffin, 1998].

Thus, each academic institution should acquire in permanent base, a satisfaction barometer so that it is informed for its students satisfaction [Elliott and Shin, 2002]. According to the Marketing Pedagogical literature the university must be customer oriented since the student is the most important customer [Hoffman and Scott, 1991], [Stafford, 1994]. The students however are not unique customers of the academic institution. The professors, the family, the society, the

* This research was supported by the Research Center of the University of Piraeus.

job market and the enterprises can also be considered as customers because their expectations and interventions influence the operation of the university. Consequently each higher education institution must satisfy the needs and the expectations of its students as well as the demands of the other target groups according to its potential and the importance of each group [Hoffman and Scott, 1991].

The student is not characterised as a passive recipient of the services provided. On the contrary he/she acts as an active participant. In fact, the students in collaboration with the educational staff and supported by the administrative staff, play an important role in the quality of services [Heskett *et al.*, 1994].

For that reason, some researchers consider the students as internal customers and the future employers as external customers [Pitman, 2000], [Sirvanci, 1996]. It is believed that the satisfaction of internal customers (student) has a positive effect on the satisfaction of external customers [Marshall *et al.*, 1998], [Albrecht, 1990], [Oakland, 1989], [Heskett *et al.*, 1994]. A lot of scores of models and frameworks have been developed to measure students' perceptions of service quality. Elliott and Shin [Elliott and Shin, 2002] measure the global student satisfaction using the Student Satisfaction Inventory that is distributed by USA Group Noel - Levitz. That instrument consists of 11 dimensions of quality (campus climate, campus life, campus support services, instrumental effectiveness etc). In addition, some other empirical researches have identified similar dimensions of quality [Gatfierld *et al.*, 1999], [Harvey, 1995], [Athiyaman, 1997], [Aldridge and Rowley, 1998]. Moreover, prior research is done on the quality of the teaching provided and the learning process [Marsh, 1987], [Guolla, 1999], [Cohen, 1981], [Feldman, 1989]. Great importance has been given to the overall image and reputation of the university, elements that give a competitive advantage to the university [Parameswaran and Glowacka, 1995]. It is also supported that the overall image of a university also influences the students' satisfaction [Palacio *et al.*,].

The aim of this paper is to present an original study that measures students' satisfaction of a Business University. To do so the multicriteria methodology MUSA (Multicriteria Satisfaction Analysis) was applied to.

The paper is divided into five sections. Section 2 presents the basic principles of MUSA as well as the implemented methodological frame. The main results of the survey are given in section 3 among with a summary, which includes some concluding remarks and proposals. Finally, a part of the questionnaire and a brief presentation of the MUSA method are provided in Appendices.

2 Methodological frame

2.1 Objectives of research and criteria of student satisfaction

The Objective of the present research is double:

- broader and deeper knowledge of the academic work in a Greek educational institution, the formulation of proposals for the improvement or modification of educational practices, as well as

- the support of the University's potential for self-control and promotion of the processes for continuous growth.

The infrastructure of Greek universities differs significantly from the universities abroad as far as the legal regime, the abundance of institutions, the campus accommodation and the payment of tuition fees is concerned.

Students satisfaction is identified from different dimensions and represents the evaluation criteria they use to assess the quality of services provided.

Using the literature on students' satisfaction a pilot questionnaire was created which reflect the policy of the current university. A panel of students completes the pilot questionnaire and indicates any ambiguity or other difficulty that experienced in responding to the questions, as well as offers any suggestions. Based on this feedback received from the students, some questions were eliminated, others were modified, and additional items were developed.

The main satisfaction criteria, which are used in this survey, consist of:

- **Education:** this criterion concerns the programme of study and the teaching quality factors
- **Tangibles:** refers to the accommodation and technical equipment
- **Administrative Support:** examines the knowledge and the faculty of the personnel who works in the supportive services
- **Image of the University:** refers to the reliability, prestige and the recognition of university

The hierarchical structure of the set of criteria and sub-criteria about students satisfaction is presented in Figure 1. In view of these criteria a simple and short questionnaire which consists of 32 questions was drawn (Appendix A). The questionnaire was given by students during the breaks of lectures and the completion time varied from 10 to 12 minutes.

2.2 The Musa system

The MUSA (Multicriteria Satisfaction Analysis) system of Grigoroudis and Siskos [Grigoroudis and Siskos, 2002], [Cronin and Taylor, 1992] has been used in order to measure student satisfaction. The basic principle of MUSA is the aggregation of individual judgements into a collective value function, assuming that student's global satisfaction depends on a set of criteria representing service characteristic dimensions (Figure 1). The global satisfaction is denoted as a variable Y and the set of criteria is denoted as a vector $\mathbf{X}=(X_1, X_2, \dots, X_n)$.

MUSA system uses a preference disaggregation model. In the traditional aggregation approach, the criteria aggregation model is known a priori, while the global preference is unknown. On the contrary, the philosophy of disaggregation involves the inference of preference models from given global preferences [Jacquet-Lagrange and Siskos, 2001].

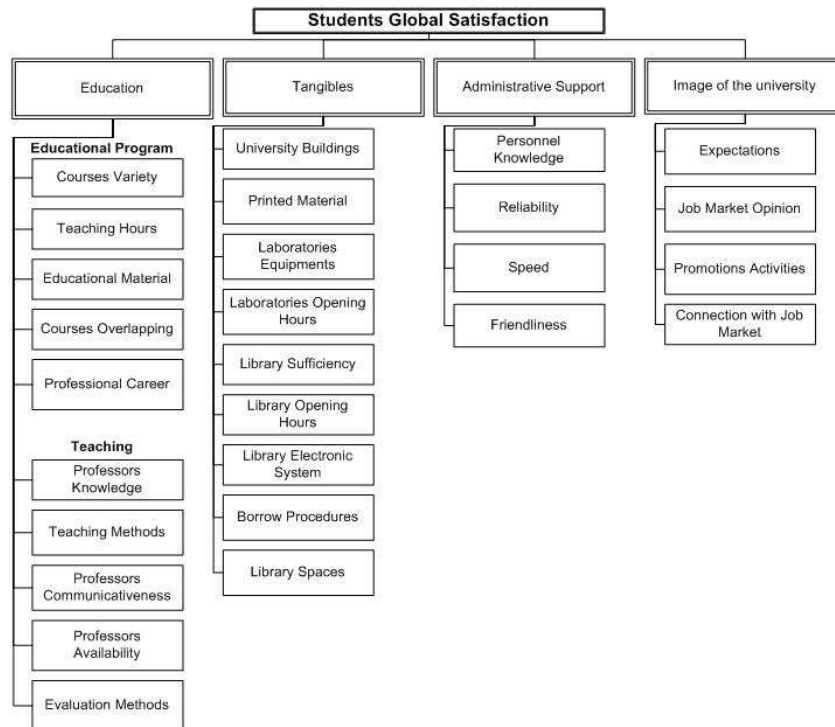


Fig. 1. Hierarchical structure of student's satisfaction criteria

This preference disaggregation methodology is implemented through an ordinal regression based approach in the field of multicriteria analysis used for the assessment of a set of a marginal satisfaction functions in such a way, that the global satisfaction criterion becomes as consisted as possible with students' judgements [Jacquet-Lagrez and Siskos, 1982], [Siskos and Yannacopoulos, 1985].

According to the survey, each student is asked to express his/her own judgements, namely his/her global satisfaction and his/her satisfaction with regard to a set of discrete criteria. Based on these assumptions, the problem is approached as a problem of qualitative regression and solved via special linear programming formulations where the sum of deviations between global satisfaction evaluation explicitly expressed by students and the one resulting from their multicriteria satisfaction evaluations is minimized (see Appendix B).

The main results from the aforementioned preference disaggregation approach are focused on global and partial explanatory analysis. Global explanatory analysis lays emphasis on customers' global satisfaction and its primary dimensions, while partial explanatory analysis focuses on each criterion and their relevant parameters separately.

Satisfaction analysis results, in more detail, consist of:

- Global satisfaction index: it shows in a range of 0-100% the level of global satisfaction of the customers; it may be considered as the basic average performance indicator for the organisation.
- Global demanding index: it shows in a range of -100%-100% the demanding level of customers according to the following:
 - demanding index 100%: extremely demanding customers
 - demanding index 0%: “normal” customers
 - demanding index -100%: non-demanding customers
- Criteria/sub-criteria satisfaction indices: they show in a range of 0-100% the level of partial satisfaction of the customers according to the specific criterion/sub-criterion, similarly to the global satisfaction index.
- Weights of criteria/sub-criteria: they show the relative importance within a set of criteria or sub-criteria.
- Demanding indices: they show in a range of -100%-100% the demanding level of customers according to the specific criterion/sub-criterion, similarly to the global demanding index.

Combining weights and satisfaction indices, a series of “Performance/ Importance” diagrams can be developed (Figure 2). Each of these diagrams is divided into quadrants according to performance (high/low), and importance (high/low), that may be used to classify actions:

- Status quo (low performance and low importance): Generally, no action is required.
- Leverage opportunity (high performance/high importance): These areas can be used as advantage against competition.
- Transfer resources (high performance/low importance): Organisation’s resources may be better used elsewhere.
- Action opportunity (low performance/high importance): These are the criteria/sub-criteria that need attention.

The above methodology has been successfully implemented in many customer satisfaction surveys. Moreover, it has been used in similar research related to academic satisfaction [Siskos and Grigoroudis, 2002], [Politis and Siskos, 2004].

2.3 Sample

The sample selected with stratified random sampling considered each department like a strata. A total of 2.629 usable questionnaires were returned that constitutes the 14,5% of the total population. The sample included students from all the Departments that currently run by the University. The rate of representation of each Department in the sample exceeds 40% in certain cases while in the department of Business Administration (with the highest number of students) the rate is 10% (Table 1). Moreover, the sample was constituted by students of all semesters with the same proportion per year (Figure 3).

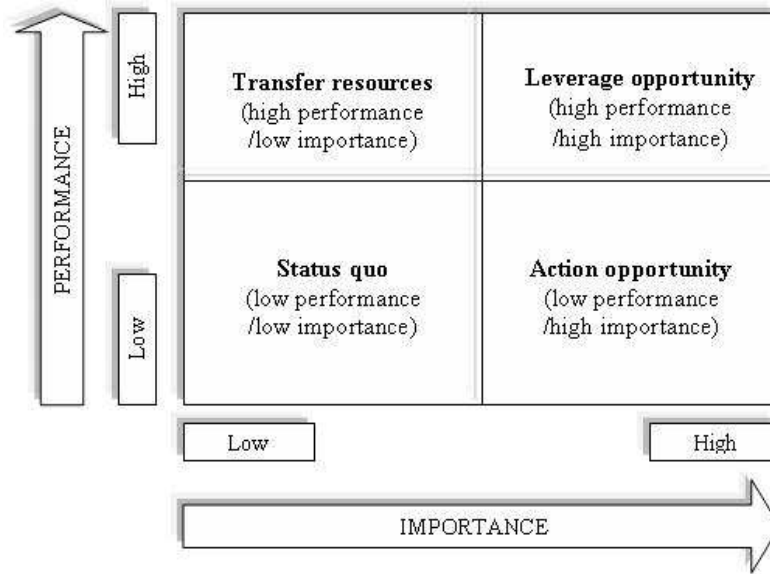


Fig. 2. Performance/Importance diagram

Academic Departments	Population	Sample	%
International and European Studies	620	168	27%
Maritime Studies	1.364	191	14%
Economics	4.024	440	11%
Business Administration	6.805	325	4,7%
Informatics	730	313	42,8%
Statistics and Insurance Science	2.09	248	11,9%
Industrial Management	688	197	28,6%
Technology Education and Digital Systems	699	289	41,3%
Financial Management and Banking	1.104	458	41,5%

Table 1. The representation of Academic Departments in the sample

3 Survey Results

Students seem to be quite satisfied from the quality of the services that are offered by the University (Figure 4). Seven out of ten students declare to be from moderately to perfectly satisfied, while only 2,9% of them declare to be unsatisfied. On the other hand 20,5% of the students adopt neutral attitude by declaring neither satisfied/nor unsatisfied.

As it is displayed in Figure 5 the satisfaction levels of all the criteria are really high, as they exceed 75%, with the exception of that of *Administrative Support*, that shows the lower satisfaction level (54,7%). This ascertainment confirms the conclusions of researches of Kotler and Fox [Kotler and Fox, 1995]. According to

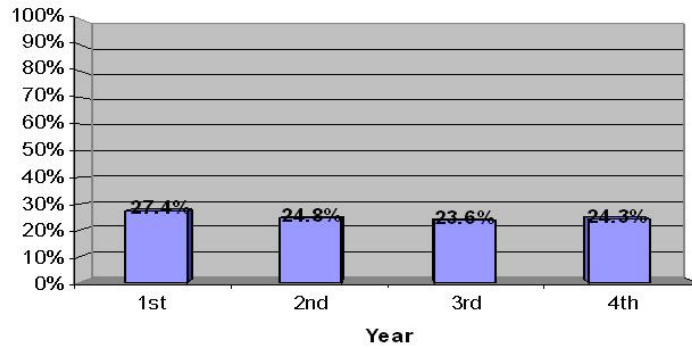


Fig. 3. The representation of semesters in the sample

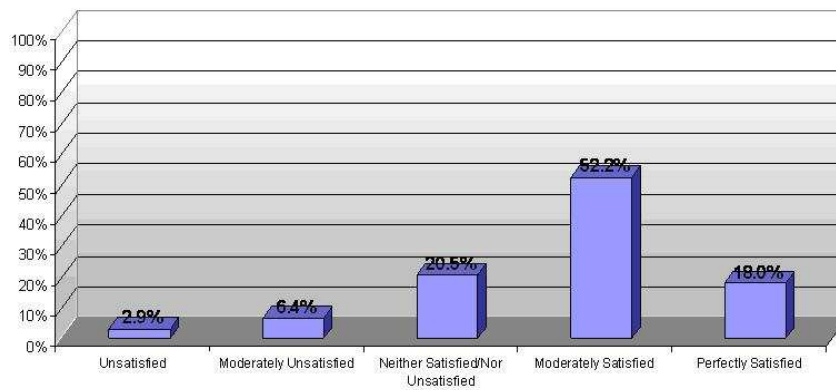


Fig. 4. Students' Global Satisfaction

the weights computed by the MUSA system, the criteria *Education* and *Image of the University* seem to be the most important Figure 6.

Figure 7 shows the same results per academic department. As it is already mentioned, global satisfaction index for the whole university is 84.4% and for almost every department global satisfaction indices have values close to this. Department of Informatics is the only exception with a much lower value, 66.4%. Students of this department turned to be quite unsatisfied from the criterion *Tangibles*, in which the PC laboratories are included. The average satisfaction index for this criterion has a value of only 28.3%. On the other hand, global satisfaction index for Department of International and European Studies has the highest value, 89.3%.

The global demanding index for the whole University is only (-62%), showing that students are not quite demanding.

Figure 8 shows the satisfaction indices (global and per criterion) representing the performance of the university and the weight values that indicate the importance level of each criterion. In Table 2 the satisfaction indices per sub-criterion are presented.

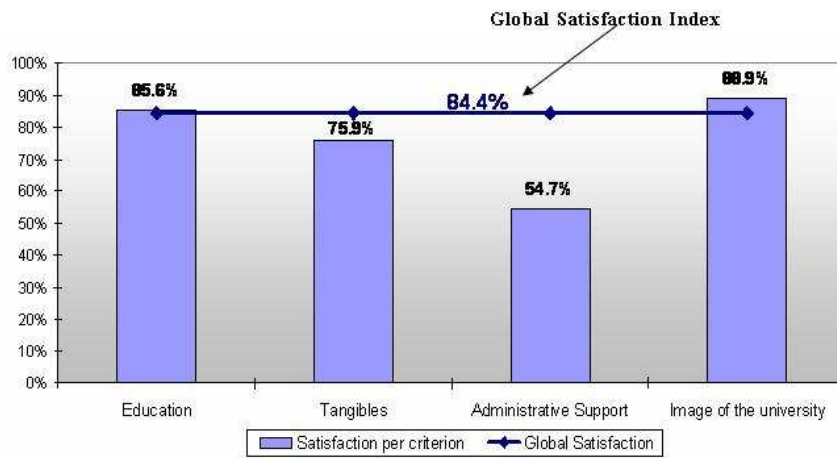


Fig. 5. Average Satisfaction Indices

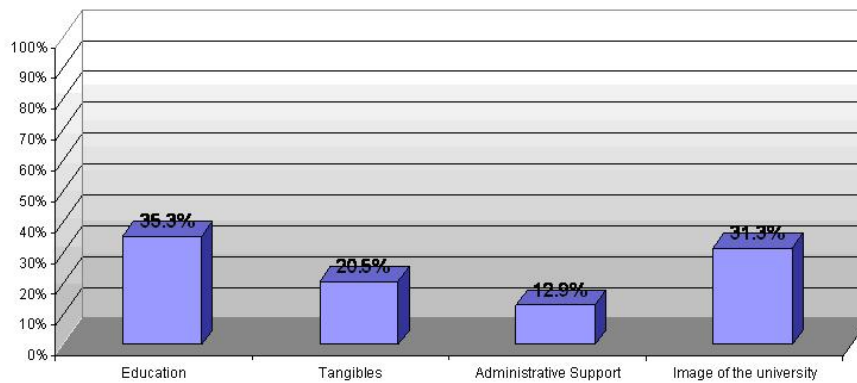


Fig. 6. Weights of the Criteria

- It is observed that students, regarding the criterion *Education*, are quite satisfied from *Variety of Courses*, while a low satisfaction index is observed for the sub-criterion *Teaching Methods*. All the sub-criteria that are included under *Education* are equally weighted.
- As far as it concerns the *Tangibles*, the indices representing the satisfaction level of students concerning the library, have satisfactory values. For the relevant sub-criteria (*Library Sufficiency*, *Library Opening Hours*, *Library Electronic System*, *Borrow Procedures*, *Library Spaces*) the values of satisfaction indices exceed 66%. On the other hand, students consider that laboratories are not sufficiently equipped and their opening hours are not serviceable (satisfaction

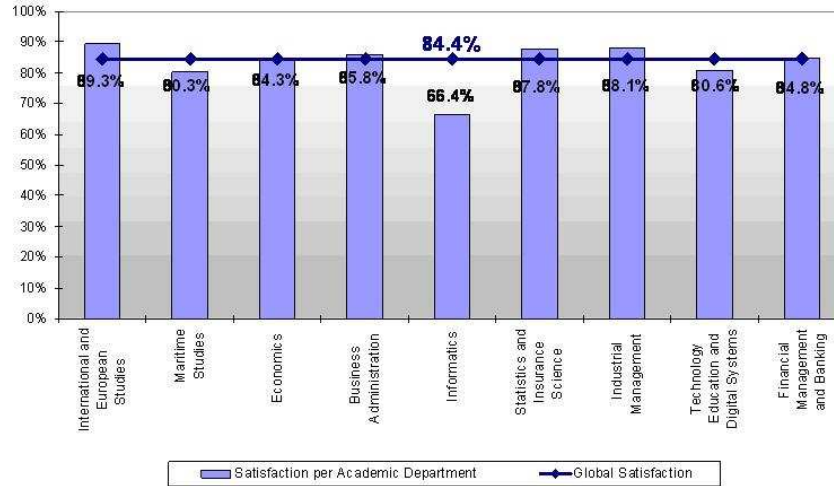


Fig. 7. Satisfaction per Academic Department



Fig. 8. Satisfaction Indices and Weight Values per Criterion

Education		Tangibles	
Courses Variety	78.5%	University Buildings	57.9%
Teaching Hours	62.4%	Printed Material	66.6%
Educational Material	54.8%	Laboratories Equipments	45.2%
Courses Overlapping	49.2%	Laboratories Opening Hours	49.9%
Professional Career	62.4%	Library Sufficiency	59.7%
Professors Knowledge	63.0%	Library Opening Hours	78.4%
Teaching Methods	37.1%	Library Electronic System	65.9%
Professors Communicativeness	43.4%	Borrow Procedures	71.3%
Professors Availability	46.1%	Library Spaces	67.2%
Evaluation Methods	52.6%		
Administrative Support		Image of the university	
Personnel Knowledge	42.6%	Expectations	82.6%
Reliability	44.8%	Job Market Opinion	93.3%
Speed	20.0%	Promotion Activities	71.3%
Friendliness	28.1%	Connection with Job Market	72.7%

Table 2. Students' satisfaction per Sub-criterion

indices: 45,2% and 49,9%, respectively). The sub-criteria of this criterion are equally weighted as well.

- The satisfaction indices regarding the *Administrative Support* sub-criteria have low values as well. More specifically, the sub-criteria that have to do with *Speed* (20%) and *Friendliness of Service* (28,1%) have very poor performance. The most important sub-criterion (34.3%) is that of *Speed of Service*, that has simultaneously the lower value of satisfaction.
- Finally, regarding the *Image of the University*, the opinion that the job market has for the University plays quite important role for the students. This sub-criterion has indeed the higher degree of satisfaction (93.3%). Another remarkable element is that University, as a set of knowledge, methods, etc, accomplishes to meet the expectations of the students (satisfaction index: 82.6%). The most important sub-criterion is *Job Market Opinion* with a weight of 43.7%

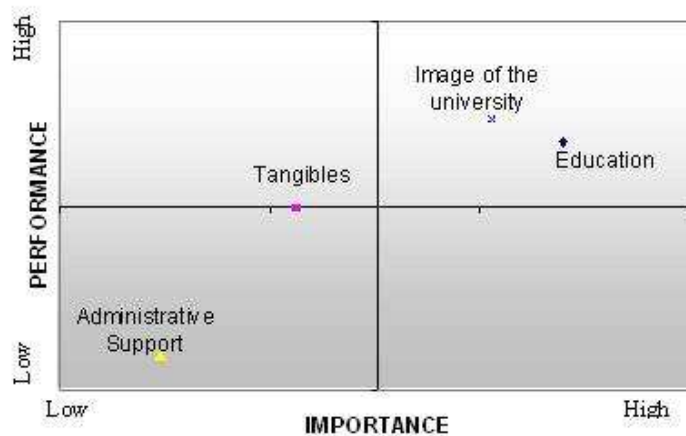


Fig. 9. Performance/Importance diagram (relative)

Combining weights and satisfaction indices, a “Performance/Importance” diagram was developed. The diagram shows that there are no criteria located in the critical (bottom-right) quadrant; consequently *Administrative Support* and *Education* should be the first priorities for improvement in the future because there is room for improvement (Figure 9).

4 Conclusions - Proposals for further research

The original study presented in this paper illustrates the implementation of a preference disaggregation methodology for measuring the satisfaction of students in a

university. The basic conclusions of this research can be summarised in the following points:

- The global satisfaction index exceeds 84%, showing that according to students' opinion the quality level of the services that are provided by the University, is quite high.
- The average satisfaction indices regarding three of the quality criteria exceed 75%. The only exception is that of *Administrative Support*, which has a low value (54,7%).
- As far as the importance of the criteria is concerned, it is observed that Education (35.3%) and *Picture - Fame of the University* (31.3%) are considered by the students as the most important, while the criteria *Tangibles* and *Administrative Support* are considered as not so important.

It should be noted that students' satisfaction is a dynamic parameter of the operation of a university. Some satisfaction dimensions may become critical in the near future, if students give more importance to them. That is the reason why this kind of surveys should be often conducted. Through these surveys we can study several elements about the behaviour of students as well as the way in which they conceive the quality of provided services. So, these surveys can assist the Total Quality Management and Continuous Improvement concepts in universities. In any case it should be pointed out the necessity of repetition of the survey on a regular basis (creation of a permanent satisfaction barometer) in order to observe the students' needs that may alter. This mainly happens as a result of the rapid development of technology, the creation and the development of new services, the changes in the competitive field and finally the changes on the social level.

References

- [Albrecht, 1990]K. Albrecht. *Service within: solving the middle management leadership crisis*. Homewood, Dow Jones-Irwin, 1990.
- [Aldridge and Rowley, 1998]S. Aldridge and J. Rowley. Student's charters: an evaluation and reflection. *Quality in Higher Education*, 4(1):27–36, 1998.
- [Athiyaman, 1997]A. Athiyaman. Linking student satisfaction and service quality perceptions: the case of university education. *European Journal of Marketing*, 31(7):528–540, 1997.
- [Babin and Griffin, 1998]B. J. Babin and M. Griffin. The nature of satisfaction: an updated examination and analysis. *Journal of Business Research*, 41:127–136, 1998.
- [Borden, 1995]V. M. Borden. Segmenting student markets with a student satisfaction and priorities survey. *Research in Higher Education*, 36(1):73–88, 1995.
- [Browne et al., 1998]B.A. Browne, D.O. Kaldenberg, W.B. Browne, and D. Brown. Students as customers: factors affecting satisfaction and assessments of institutional quality. *Journal of Marketing for Higher Education*, 8(3):1–14, 1998.
- [Cohen, 1981]P.A. Cohen. Student rating of instruction and student achievement. *Review of Educational Research*, 51(3):281–309, 1981.
- [Cronin and Taylor, 1992]J. Cronin and A. Taylor. Measuring service quality: a re-examination and extension. *Journal of Marketing*, 56(July):55–68, 1992.

- [Elliott and Shin, 2002]K.M Elliott and D. Shin. Student satisfaction: an alternative approach to assessing this important concept. *Journal of Higher Education Policy and Management*, 24(2):198–209, 2002.
- [Feldman, 1989]K.A. Feldman. The association between student rating of specific instructional dimensions and student achievement of data from multisection validity studies. *Researching higher education*, 30(6):583–645, 1989.
- [Gatfield *et al.*, 1999]T. Gatfield, M. Barker, and P. Graham. Measurement student quality variables and the implications for management practices in higher international student perspective. *Journal of Higher Education Policy and Management*, 21(2):239–255, 1999.
- [Grigoroudis and Siskos, 2002]E. Grigoroudis and Y. Siskos. Preference disaggregation for measuring and analysing customer satisfaction: The musa method. *European Journal of Operational Research*, 143:148–170, 2002.
- [Guolla, 1999]M. Guolla. Assessment the teaching quality to student satisfaction relationship: applied customer satisfaction *Journal of Marketing Theory and Practice*, Summer:87–97, 1999.
- [Harvey, 1995]L. Harvey. Student satisfaction. *The New Review of Academic Librarianship*, 1:161–173, 1995.
- [Heskett *et al.*, 1994]J.L. Heskett, T.O. Jones, G.W. Loveman, W.E. Sasser, and L.A. Schlesinger. Putting the service-profit chain to work. *Harvard Business Review*, 72(2):164–174, 1994.
- [Hoffman and Scott, 1991]K. Douglas Hoffman and W. Kelley. Scott. The education service encounter: The socialization of students. *Journal of Marketing Education*, 13(summer):67–77, 1991.
- [Jacquet-Lagrece and Siskos, 1982]E. Jacquet-Lagrece and J. Siskos. Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision-making: The uta method. *Journal of Operational Research*, 10(2):151–164, 1982.
- [Jacquet-Lagrece and Siskos, 2001]E. Jacquet-Lagrece and Y. Siskos. Preference disaggregation: 20 years of mcda experience. *European Journal of Operational Research*, 130(2):233–245, 2001.
- [Kotler and Fox, 1995]P. Kotler and K. F. Fox. *Strategic Marketing for Educational Institutions*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1995.
- [Marsh, 1987]H.W. Marsh. Students' evaluations of university teaching: research findings methodological issues, and *International Journal of Educational Psychology*, 83:285–296, 1987.
- [Marshall *et al.*, 1998]G.W. Marshall, J. Baker, and D.W. Finn. Exploring internal customer service quality. *Journal of Business & Industrial Marketing*, 13(4/5):381–392, 1998.
- [Oakland, 1989]J.S. Oakland. *Total Quality Management*. Heinemann, Oxford, 1989.
- [Oliver and Desarbo, 1989]R. L. Oliver and W. S. Desarbo. Processing of the satisfaction response in consumption: a suggested framework and research *Journal of Consumer Satisfaction, Dissatisfaction and Complaining Behavior*, 2:1–16, 1989.
- [Palacio *et al.*,]A. B. Palacio, G. D. Meneses, and P. J. P. Perez. The configuration of the university image and its relationship with the satisfaction of students. *Journal of Educational Administration*, 40(5):486–505.
- [Parameswaran and Glowacka, 1995]R. Parameswaran and A.E. Glowacka. University image: an information processing perspective. *Journal of Marketing for Higher Education*, 6(2), 1995.
- [Patterson *et al.*, 1997]P. G. Patterson, L. W. Johnson, and R. A. Spreng. Modeling the determinants of customer satisfaction for business-to-business professional services. *Journal of Academy of the Marketing Science*, Winter:4–17, 1997.


- [Pitman, 2000]T. Pitman. Perceptions of academics and students as customers: a survey of administrative staff in higher *Journal of Higher Education Policy & Management*, 22(2):165–175, 2000.
- [Politis and Siskos, 2004]Y. Politis and Y. Siskos. Multicriteria methodology for the evaluation of a greek engineering department. *European Journal of Operational Research*, (forthcoming), 2004.
- [Sevier, 1996]R. A. Sevier. Those important things: what every college president needs to know about marketing and student *College & University*, Spring:9–16, 1996.
- [Sirvanci, 1996]M. Sirvanci. Are students the true customers of higher education? *Quality Progress*, 29(10):99–102, 1996.
- [Siskos and Grigoroudis, 2002]Y. Siskos and E. Grigoroudis. Measuring customer satisfaction for various services using multicriteria analysis, in: *Aiding Essays in Honor of Bernard Roy, D. Bouyssou, E. Jacquet-Lagrezze, P. Perny, R. Slowinski, D. Academic Publishers, Dordrecht*, pages 457–482, 2002.
- [Siskos and Yannacopoulos, 1985]J. Siskos and D. Yannacopoulos. Utastar: An ordinal regression method for building additive value functions. *Investigacao Operacional*, 5(1):39–53, 1985.
- [Stafford, 1994]T.F. Stafford. Consumption values and the choice of marketing electives: Treating students like customers. *Journal of Marketing Education*, 16(summer):26–33, 1994.
- [Vavra, 1997]T.G. Vavra. *Improving your measurement of customer satisfaction: A guide to creating, conducting, measurement programs*. ASQC Quality Press, Milwaukee, 1997.

APPENDIX A: The main part of the Questionnaire


Filling-in guidelines

Put an ✓ in the relevant box and fill in the open questions

Year of Studies	1 st <input type="checkbox"/>	2 nd <input type="checkbox"/>	3 rd <input type="checkbox"/>	4 th <input type="checkbox"/>	Sex	<input type="checkbox"/>
Department					Male <input type="checkbox"/>	Female <input type="checkbox"/>

1. EDUCATION		Totally Agree ☺	Quite Agree	Neither Agree/ Nor Disagree ☹	Quite Disagree	Totally Disagree ☹
There is a great variety of courses	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The teaching hours per semester are sufficient	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The educational material meets the needs of the present time	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
There is no overlapping between courses	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I believe that the knowledge that I will gain will assist me with my career	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The teaching staff is well educated	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The teaching methods attract students' attention	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The teaching staff has communicative skills	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The teaching staff is available to the students	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The evaluation methods are fair (examinations, tests, projects)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Globally, how much satisfied are you from the Education that is offered by the University?						
Perfectly Satisfied	<input type="checkbox"/>	☺				
Moderately Satisfied	<input type="checkbox"/>					
Neither Satisfied – Nor Unsatisfied	<input type="checkbox"/>	☹				
Moderately Unsatisfied	<input type="checkbox"/>					
Unsatisfied	<input type="checkbox"/>	☹				

2. TANGIBLES	Totally Agree ☺	Quite Agree	Neither Agree/ Nor Disagree ☹	Quite Disagree	Totally Disagree ☹
The buildings of the University are sufficient	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The printed materials (books/notes) cover the courses needs	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The laboratories are well equipped	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The laboratories opening hours are sufficient	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The Library contains a big variety of printed material (books/journals)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The Library opening hours are sufficient	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Library Electronic System is good enough	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Borrow Procedures are good	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The reading-rooms are sufficient	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Globally, how much satisfied are you from the Tangibles of the University?					
Perfectly Satisfied	<input type="checkbox"/> ☺				
Moderately Satisfied	<input type="checkbox"/>				
Neither Satisfied – Nor Unsatisfied	<input type="checkbox"/> ☹				
Moderately Unsatisfied	<input type="checkbox"/>				
Unsatisfied	<input type="checkbox"/> ☹				

3. ADMINISTRATIVE SUPPORT	Totally Agree ☺	Quite Agree	Neither Agree/ Nor Disagree ☹	Quite Disagree	Totally Disagree ☹
 Personnel knowledge is sufficient	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The provided services are reliable	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
The services are provided fast enough	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Personnel is friendly	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Globally, how much satisfied are you from the Administrative Support of the University?

Perfectly Satisfied ☺

Moderately Satisfied

Neither Satisfied – Nor Unsatisfied ☹

Moderately Unsatisfied

Unsatisfied ☹

4. IMAGE – FAME OF UNIVERSITY

	Totally Agree ☺	Quite Agree	Neither Agree/ Nor Disagree ☹	Quite Disagree	Totally Disagree ☹
University as a set of knowledge and methods fulfill your expectations	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Job market's opinion for the university is good	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Promotion activities undertaken by the university are sufficient (leaflets etc.)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
University's connection with the job market is good	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Globally, how much satisfied are you from the Image-Fame of the University?

Perfectly Satisfied ☺

Moderately Satisfied

Neither Satisfied – Nor Unsatisfied ☹

Moderately Unsatisfied

Unsatisfied ☹

Globally, how much satisfied are you from your studies in the University?

Perfectly Satisfied ☺

Moderately Satisfied

Neither Satisfied – Nor Unsatisfied ☹

Moderately Unsatisfied

Unsatisfied ☹

You may write in this box, any other comment or proposal, which may assist the improvement procedure of University

APPENDIX B: Brief presentation of the Musa method

The preference disaggregation model MUSA (MUlticriteria Satisfaction Analysis) assesses global and partial satisfaction functions Y^* and X_i^* respectively, given customers' judgments Y and X_i . Following the principles of ordinal regression analysis under constraints using linear programming techniques, the ordinal regression analysis equation has as follows:

$$\begin{cases} \tilde{Y}^* = \sum_{i=1}^n b_i X_i^* - \sigma^+ + \sigma^- \\ \sum_{i=1}^n b_i = 1 \end{cases}$$

where \tilde{Y}^* is the estimation of the global satisfaction function Y^* , X_i^* are the partial satisfaction functions, σ^+ and σ^- are the overestimation and the underestimation error, respectively, and b_i is the weight of the i -th criterion.

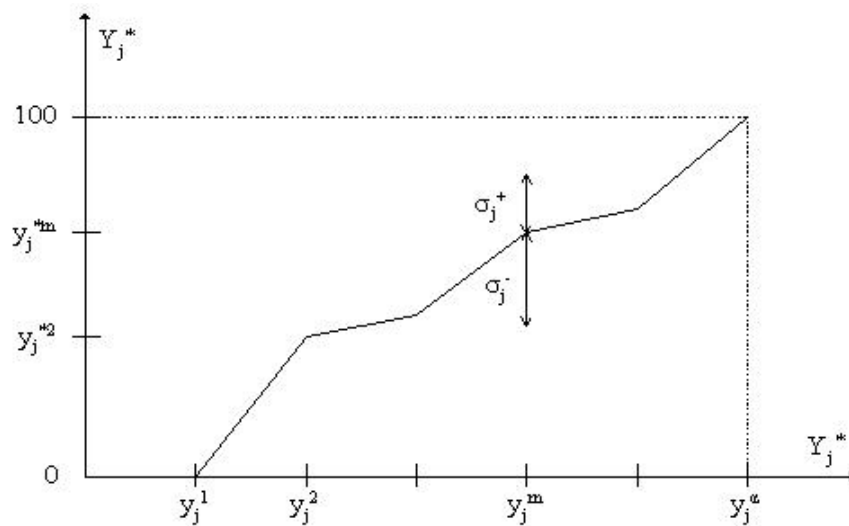


Fig. 10. Satisfaction function and error variables for the j -th customer

It should be noted that Y^* and X_i^* are monotonic functions normalised between 0 and 100 (see Figure 10). Also, in order to reduce the number of the mathematical constraints the following transformation equations are used:

According to the aforementioned definitions and the assumptions, the basic estimation model can be written in a linear program formulation, as it follows:

$$\begin{cases} z_m = y^{m+1} - y^m & \text{for } m = 1, 2, \dots, \alpha - 1 \\ w_{ik} = b_i x_i^{*k+1} - b_i x_i^{*k} & \text{for } k = 1, 2, \dots, \alpha_i - 1 \text{ and } i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

$$\begin{cases} [\min] F' = \sum_{j=1}^M \sigma_j^+ + \sigma_j^- \\ \text{under the constraint s} \\ \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{\alpha_i-1} w_{ik} - \sum_{m=1}^{y^j-1} z_m - \sigma_j^+ + \sigma_j^- = 0 & \text{for } j = 1, 2, \dots, M \\ \sum_{m=1}^{\alpha-1} z_m = 100 \\ \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^{\alpha_i-1} w_{ik} = 100 \\ z_m \geq 0, w_{ik} \geq 0 & \forall m, i \text{ and } k \\ \sigma_j^+ \geq 0, \sigma_j^- \geq 0 & \text{for } j = 1, 2, \dots, M \end{cases}$$

where M is the number of customers, n is the number of criteria, and x_i^{*j}, y^{*j} , are the j-th level on which variables X_i and Y are estimated.

The preference disaggregation methodology consists also of a post optimality analysis stage in order to face the problem of model stability. The final solution is obtained by exploring the polyhedron of near optimal solutions, which is generated by the constraints of the above linear program. This solution is calculated by n linear programs (equal to the number of criteria) of the following form:

$$\begin{cases} [\max] F^i = \sum_{k=1}^{\alpha_i-1} w_{ik} & \text{for } i = 1, 2, \dots, n \\ \text{under the constraint s} \\ F \leq F^* + \varepsilon \\ \text{all the constraint s of LP (3)} \end{cases}$$

where ε is a small percentage of F^* . The average of the solutions given by the n LPs (above) may be taken as the final solution. In case of non-stability this average solution is less representative. The assessment of a performance norm may be very useful in customer satisfaction analysis. The average global and partial satisfaction indices are used for this purpose and can be assessed according to the following equations:

$$S = \sum_{m=1}^{\alpha} p^m y^{*m} \text{ and } s_i = \sum_{k=1}^{\alpha_i} p_i^k x_i^{*k}$$

where S and s_i are the average global and partial satisfaction indices, and p_m and p_i^k are the frequencies of customers belonging to the y_m and x_i^k satisfaction level, respectively.

Index des auteurs/Authors Index

Index des auteurs/Authors Index

Bouranta, A., 207
Bouyssou, D., 9, 21
Brauers, W., 151

Chabchoub, H., 83
Ciobanu, R.M., 161
Condurache, G., 161

Daubie M., 67
Doumpos D., 67

Fonteix, C., 171, 183
Fournier, F., 183

Galves, M.L., 32

Halouani, N., 83
Hoppe, S., 171

Janssen, J., 97

Kaldo, I., 41
Kiss, L. N., 171

Manca, R., 97
Marchant, T., 9
Marichal, J.-L., 48
Martel, J. M., 83
Meskens N., 67
Meyer, P., 110
Moussavou, J., 119

Pirlot, M., 21
Pla, F., 171

Renaud, J., 183

Sakalauskas, L., 135
Scarelli, A., 135
Siskos, Y., 207

Tsotsolas, N., 207

Vaarmann, O., 41
Verdier, G., 171

Zaras, K., 171
Zopounidis C., 67

Partenaires/Partners



ADVANCES IN MULTICRITERIA DECISION AID
PROGRÈS EN AIDE MULTICRITÈRE À LA DÉCISION

ISBN 2-9523875-0-8

Editors/Editeurs: Jean-Pierre Barthélemy and Philippe Lenca

GET/ENST Bretagne – Département LUSSI

UMR CNRS 2872 TAMCIC

ASPECTS FONDAMENTAUX POUR L'AIDE MULTICRITÈRE À LA DÉCISION/FUNDAMENTAL APPROACHES FOR MULTICRITERIA DECISION AID

- An axiomatic approach to ELECTRE TRI (*Denis Bouyssou and Thierry Marchant*)
- Notes on strict concordance relations (*Denis Bouyssou and Marc Pirlot*)
- Structuring Decision Situations: a Brief Overview (*Maria Lucia Galves*)
- On Approximate Gauss-Newton Methods for Nonlinear Least Squares Problem (*Indrek Kaldo and Otu Vaarmann*)
- k -intolerant capacities and Choquet integrals (*Jean-Luc Marichal*)

AIDE À LA DÉCISION POUR LA BANQUE ET LA FINANCE/DECISION AID FOR BANKING AND FINANCE

- Utilisation de variables non financières dans le cadre de la prédiction de faillite d'entreprises de moins de 5 ans : une approche multicritère pour le cas Belge (*Mickaël Daubie, Nadine Meskens, Michael Doumpos and Constantin Zopounidis*)
- A multicriterion evaluation of the performance of tunisian bank agencies (*Nesrin Halouani, Habib Chabchoub and Jean Marc Martel*)
- Risques pour banques et assurances (*Jacques Janssen and Raimondo Manca*)
- Use of an ordinal sorting technique (TOMASO) in stock selection (*Patrick Meyer*)
- Les déterminants organisationnels de la performance des décisions des gérants de portefeuilles boursiers (*Jean Moussavou*)
- Stochastic Modelling of Preferences in Finance (*Leonidas Sakalauskas and Antonino Scarelli*)

APPLICATIONS ET ÉTUDE DE CAS/CASES STUDIES AND APPLICATIONS

- Multiple Objectives and Sustainable Development (*Willem.K. Brauers*)
 - Connections between Value Analysis and Engineering And Multi Criteria Decision Aiding (*Gheorghe Condurache and Romeo-Mihai Ciobanu*)
 - Optimisation multicritère et aide à la décision par rough sets appliquées à l'extrusion de polyuréthanes à usage médical (*S. Hoppe, C. Fonteix, F. Pla, K. Zaras, L. N. Kiss and G. Verdier*)
 - Comparaison entre deux approches multicritères à partir des méthodes des Rough Sets, Prométhée et des Bilans de Flux, appliquées à trois cas industriels chimique et agroalimentaires (*J. Renaud, F. Fournier and C. Fonteix*)
 - Measuring Service Quality for Students in Higher Education (*Yannis Siskos, Athanasia Bouranta and Nikos Tsotsolas*)
-