

Techniques de synchronisation pour les communications numériques

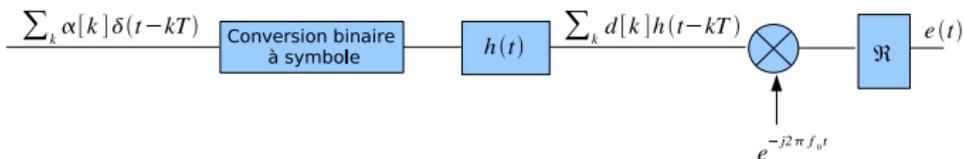
Goulven Eynard

ENST-Bretagne
Département Signal et Communication

Sommaire

- La synchronisation dans les communications numériques
 - Présentation du contexte
 - Hypothèses sur les perturbations présentes à l'entrée du récepteur numérique
 - Impact sur les performances du récepteur
- Critère du maximum de vraisemblance (MV) et récepteur optimal
 - Classification des algorithmes découlant du critère MV
- Estimateurs de type directs
- Estimateurs de type bouclés
- Conclusions

Présentation du contexte - Emetteur :



f_0 : fréquence porteuse

$\alpha[k]$: données binaires

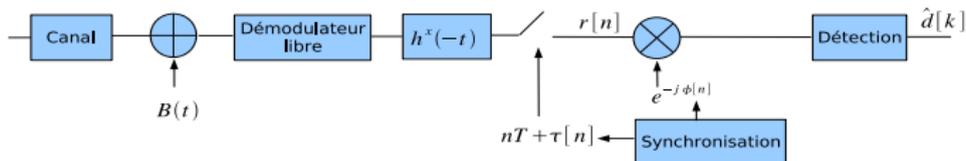
$h(t)$: filtre en racine de Nyquist

$d[k]$: symboles de modulation
complexe i.i.d

Signal émis :

$$e(t) = \Re \left\{ e^{-j2\pi f_0 t} \sum_k d[k] h(t - kT) \right\}$$

Présentation du contexte - Canal et Récepteur :



$B(t)$: bruit blanc additif gaussien

$\phi[n]$: erreur sur la phase

T : durée symbole

$\tau[n]$: erreur sur le rythme

$$r[n] = e^{-j\phi[n]} \underbrace{\sum_k d[k]g((n-k)T - \tau[n])}_{= s[n,\lambda]} + w[n]$$

avec : $w[n] = B(t) * h^*(-t)|_{t=nT}$ et : $g[n] = h(t) * h^*(-t)|_{t=nT}$

Perturbations présentes à l'entrée du récepteur numérique

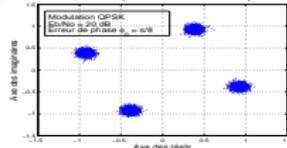
- $\lambda[n] = \{\phi[n], \tau[n]\}$, avec :
 - $\phi[n] = \phi_0 + 2\pi\Delta_f nT + w_\phi[n]$ avec $w_\phi[n] \rightsquigarrow N(0, \sigma_\phi^2)$
 - $\tau[n] = \tau_0 + \Delta_\tau n + w_\tau[n]$ avec $w_\tau[n] \rightsquigarrow N(0, \sigma_\tau^2)$

Où on suppose :

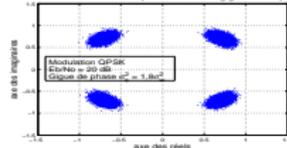
- ϕ_0, τ_0 : Erreur de phase et de rythme **constante**.
- $\Delta_f nT, \Delta_\tau n$: Rampe sur la phase et le rythme provenant d'un décalage en fréquence entre les oscillateurs locaux de l'émetteur et du récepteur.
- $\sigma_\phi^2, \sigma_\tau^2 \propto \sigma_w^2$: Présence d'une gigue sur la phase et le rythme **issue** du bruit $B(t)$.

Impact d'une mauvaise synchronisation sur les performances du récepteur : Erreur sur la phase

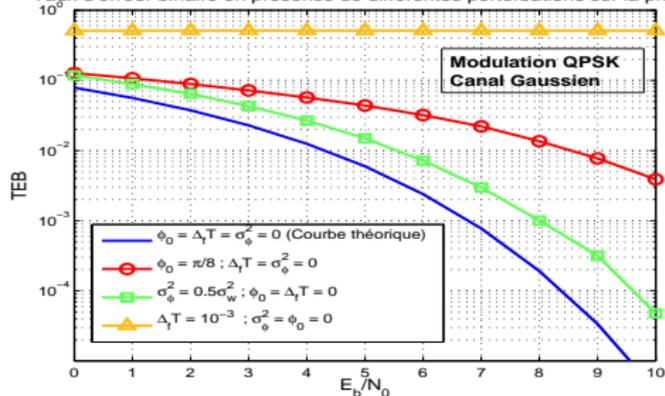
Constellation obtenue en présence d'une erreur de phase constant



Constellation obtenue en présence d'une gigue sur la phase



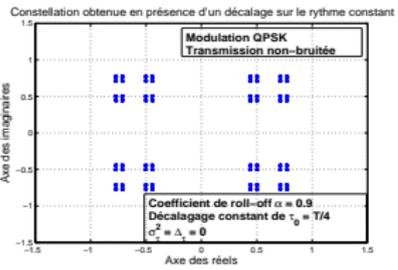
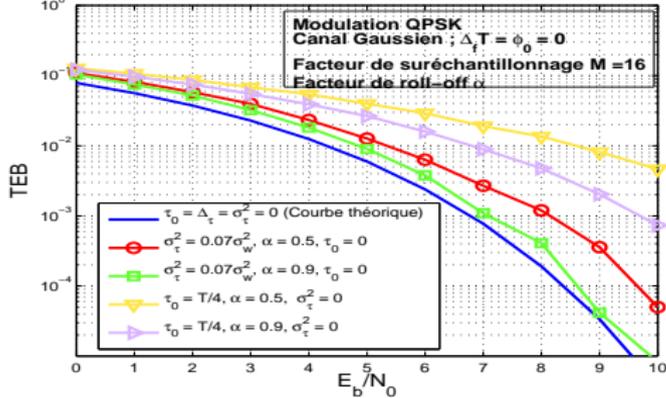
Taux d'erreur binaire en présence de différentes perturbations sur la phase



- Une perturbation sur la phase entraîne une rotation de la constellation
- Possibilité de compenser cette rotation

Impact d'une mauvaise synchronisation sur les performances du récepteur : Erreur sur le rythme

Taux d'erreur binaire en présence d'une perturbation sur le rythme



- Une erreur sur l'instant d'échantillonnage provoque de l'interférence entre symbole : la synchronisation rythme et l'estimation du canal sont étroitement liées

Estimation suivant le maximum de vraisemblance

- Soit le vecteur de paramètres à estimer $\lambda = \{\phi, \tau\}$, supposé **invariant** sur une durée $[0, L_0]$.
- On veut choisir le vecteur $\hat{\lambda} = \{\hat{\phi}, \hat{\tau}\}$ le *plus probable* à partir de la connaissance du vecteur de données reçues $\mathbf{r} = [r[0], \dots, r[L_0]]$.

$$\hat{\lambda} = \operatorname{argmax}_{\tilde{\lambda}} \{p(\tilde{\lambda} = \lambda) | \mathbf{r}\}$$

- Soit $\tilde{\lambda} = \{\tilde{\phi}, \tilde{\tau}\}$ un des vecteurs possibles, et $\tilde{\mathbf{s}} = [\tilde{s}[0], \dots, \tilde{s}[L_0]]$ le signal reconstruit à partir de $\tilde{\lambda}$.
- $\hat{\lambda}$ le plus vraisemblable parmi les $\{\tilde{\lambda}\}$ est tel que $\tilde{\mathbf{s}}$ et \mathbf{r} sont les plus proches :

$$\hat{\lambda} = \operatorname{argmin}_{\tilde{\lambda}} \sum_{k=0}^{L_0} |r[k] - \tilde{s}[k]|^2$$

Classification des algorithmes découlant du critère MV

Différentes hypothèses sur les données $d[n]$ donnent différents types d'algorithmes de synchronisation :

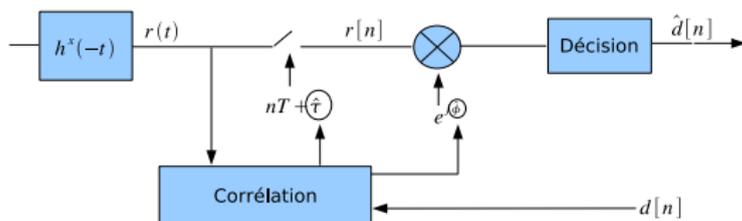
- **Supervisés** : on connaît les données au niveau du récepteur
- **Pilotés par décision** : on se base sur les données décidées $\hat{d}[n]$ pour estimer les paramètres de synchronisation
- **Aveugles** : on ne fait aucune hypothèse préalable sur les données reçues

L'estimation **conjointe** de tous les paramètres de synchronisation correspond à la solution optimale.

Si les paramètres de synchronisation sont **indépendants** entre eux, l'estimation séparée des différents paramètres de synchronisation reste optimale.

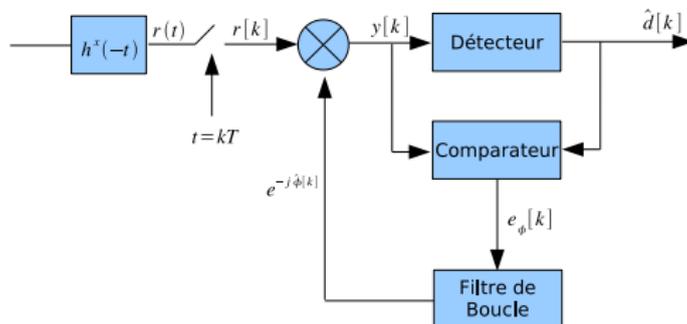
Estimateur de type direct, en mode supervisé et dérivé du critère MV

- Estimateur du rythme : $\hat{\tau} = \max_{\tilde{\tau}} \left| \sum_{k=0}^{L_0} r(kT + \tilde{\tau}) d^*[k] \right|$
- Estimateur de la phase : $\hat{\phi} = \arg \left\{ \sum_{k=0}^{L_0} r(kT + \hat{\tau}) d^*[k] \right\}$



- Nécessite la transmission de données connues.
- Pas de phase de convergence.

Estimateur bouclé de la phase, piloté par décision et dérivé du critère MV



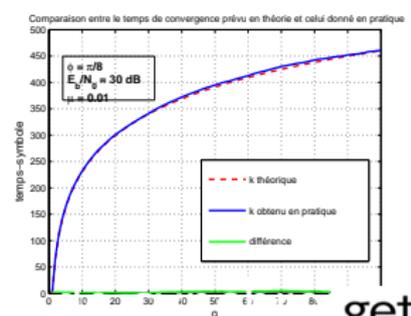
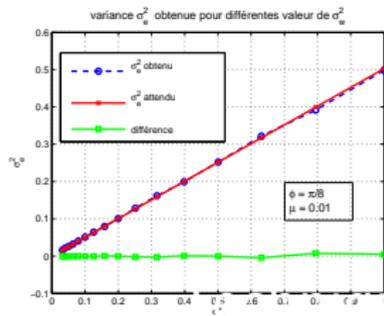
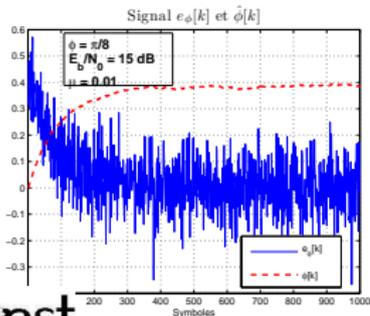
- Comparateur obtenu à partir de la dérivation de la fonction de vraisemblance : $e_\phi[k] = \Im\{e^{-j\hat{\phi}[k]}r[k]\hat{d}^*[k]\}$ et $\hat{\phi}[k] = \hat{\phi}[k-1] + \mu e_\phi[k]$.
- L'estimation bouclée nécessite une phase de convergence, mais elle est capable de suivre les variations du canal.

Boucle à verrouillage de phase du 1er ordre : stabilité, temps de convergence et variance du signal d'erreur

- *Limites de stabilité* : $|\mu| \leq 2$

- *Temps de convergence* : Pour μ petit : $(1 - 1/q) \leq \frac{\hat{\phi}[k]}{\phi} \leq (1 + 1/q) \Rightarrow k = \frac{\ln(q)}{\mu}$

- *Variance du signal d'erreur* : Pour μ petit : $\sigma_e^2 = \frac{1}{2 - \mu} \sigma_w^2$



Conclusions

- La synchronisation est un élément crucial pour le bon fonctionnement d'un système de transmission.
- On a présenté ici certaines notions de base concernant la synchronisation.
- Problématique : récupération des paramètres de synchro en SIMO et en MIMO.