

Traitements non paramétriques des signaux par analyse en ondelettes : Cas du débruitage de signaux sonar

Abdourrahmane M. ATTO, Dominique PASTOR,
Gregoire MERCIER

ENST Bretagne
Département SC

Plan

Modèle et Méthode

Présentation et choix des Outils de travail

Tests Expérimentaux

Conclusion

Plan

Modèle et Méthode

Présentation et choix des Outils de travail

Tests Expérimentaux

Conclusion

Plan

Modèle et Méthode

Présentation et choix des Outils de travail

Tests Expérimentaux

Conclusion

Plan

Modèle et Méthode

Présentation et choix des Outils de travail

Tests Expérimentaux

Conclusion

Modèle et Méthode

Modèle de base :

Observation d'un signal bruité,

$$y[n] = f[n] + e[n] \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

Description de la Méthode :

- On dispose d'un opérateur linéaire \mathcal{T} possédant la propriété de pouvoir discriminer le signal utile du bruit :

$$\mathcal{T}y = \mathcal{T}f + \mathcal{T}e. \quad (2)$$

- On effectue la discrimination du signal et du bruit grâce à une **fonction de seuillage** δ_λ qui dépend d'un **seuil** λ :

$$\widehat{\mathcal{T}f} = \delta_\lambda(\mathcal{T}y). \quad (3)$$

- Le résultat de l'estimation est alors :

$$\hat{f} = \mathcal{T}^{-1}(\widehat{\mathcal{T}f}) = \mathcal{T}^{-1}(\delta_\lambda(\mathcal{T}y)). \quad (4)$$

Présentation des Outils de travail

Opérateurs :

$$\mathcal{T} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Transformations en Ondelettes Discretés (TOD),} \\ \text{Transformations en Paquets d'Ondelettes Discretés (TPOD),} \\ \text{Frames d'Ondelettes et de Paquets d'Ondelettes Discretés.} \end{array} \right.$$

Fonctions de seuillage :

$$\delta = \left\{ \begin{array}{l} \text{Hard Thresholding ou Seuillage dur,} \\ \text{Soft Thresholding ou Seuillage doux,} \\ \text{Non-Negative Garrote Thresholding.} \end{array} \right.$$

Seuils numériques :

$$\lambda = \left\{ \begin{array}{l} \text{Seuils Universels,} \\ \text{Seuils Minimax,} \\ \text{Seuils de Détection.} \end{array} \right.$$

Choix des Outils

Choix de l'opérateur \mathcal{T}

Choix de la fonction de seuillage δ_λ

Choix des seuils λ

Choix des Outils

Choix de l'opérateur \mathcal{T}

Choix de la fonction de seuillage δ_λ

Choix des seuils λ

Choix des Outils

Choix de l'opérateur \mathcal{T}

Choix de la fonction de seuillage δ_λ

Choix des seuils λ

Choix des Outils

Choix de l'opérateur \implies Frame d'ondelettes :

- Une frame d'un sous espace Hilbertien de $L^2(\mathbb{R})$ est un système générateur de cet espace de Hilbert.
- Une frame définit une représentation stable, tout comme une base, mais la représentation par frames est redondante.
- Cette redondance a pour effet de réduire notablement les composantes du bruit par projection. D'où l'intérêt des frames dans le débruitage.
- Une frame d'ondelettes est une frame générée à partir d'une seule fonction qui est une fonction d'ondelette.

La frame retenue pour les tests expérimentaux est obtenue à partir d'une **Stationary Wavelet Transform** basée sur l'ondelette biorthogonale 9/7 (ondelette de 4 moments nuls, encore appelée *bior4.4*).

Choix des Outils

Choix de l'opérateur \implies Frame d'ondelettes :

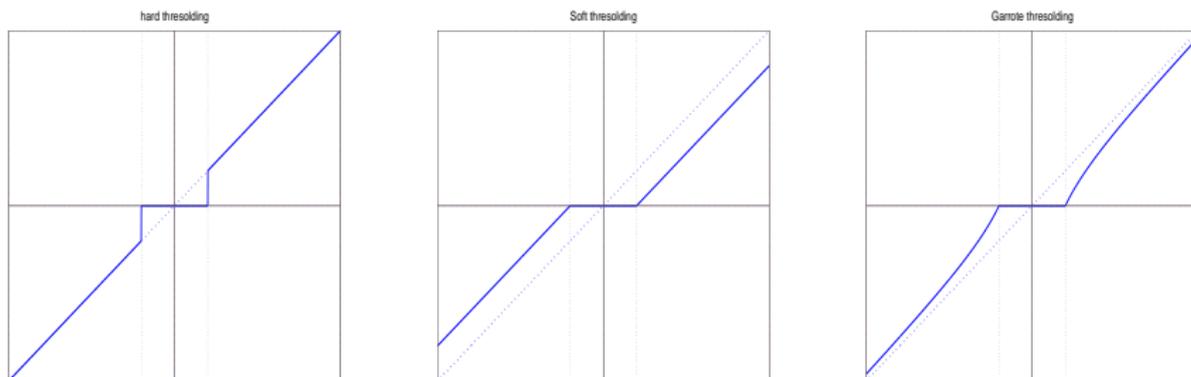
- Une frame d'un sous espace Hilbertien de $L^2(\mathbb{R})$ est un système générateur de cet espace de Hilbert.
- Une frame définit une représentation stable, tout comme une base, mais la représentation par frames est redondante.
- Cette redondance a pour effet de réduire notablement les composantes du bruit par projection. D'où l'intérêt des frames dans le débruitage.
- Une frame d'ondelettes est une frame générée à partir d'une seule fonction qui est une fonction d'ondelette.

La frame retenue pour les tests expérimentaux est obtenue à partir d'une **Stationary Wavelet Transform** basée sur l'ondelette biorthogonale 9/7 (ondelette de 4 moments nuls, encore appelée *bior4.4*).

Choix des Outils

Choix de la fonction de seuillage \implies Non-Negative Garrote Thresholding

Graphes $y = \delta_\lambda(x)$ pour les fonctions hard, soft et non-negative garrote thresholding :



- Hard thresholding : **Discontinuité de la fonction en λ .**
- Soft thresholding : **Atténuation importante des coefficients de grandes amplitudes.**
- Non-negative garrote : **Compromis entre le hard et le soft thresholding.**

Choix des Outils

Choix des seuils \implies Seuil de détection :

Si les $(T e_i)_{i=1}^N$ sont indépendants, identiquement distribués et tels que $T e_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, alors

$$\lambda_d(A) = \frac{A}{2} + \frac{\sigma^2 \log_e \left(1 + \sqrt{1 - \exp - \frac{A^2}{\sigma^2}} \right)}{A}, \quad (5)$$

où A désigne l'amplitude minimale à partir de laquelle, on décide qu'un coefficient donné contient du signal utile.

- Le seuil λ_d donne une erreur quadratique d'estimation plus petite que celle obtenue avec les seuils minimax et universels pour une grande classe de signaux lorsque la fonction de seuillage utilisée est la fonction soft ou la fonction non-negative garrote.
- Cette classe de signaux concerne la plupart des signaux rencontrés en pratique et correspond aux cas où le signal utile n'est pas complètement noyé dans le bruit.

Question : Nature de $T e$?

Choix des Outils

Choix des seuils \implies Seuil de détection :

Si les $(T e_i)_{i=1}^N$ sont indépendants, identiquement distribués et tels que $T e_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, alors

$$\lambda_d(A) = \frac{A}{2} + \frac{\sigma^2 \log_e \left(1 + \sqrt{1 - \exp - \frac{A^2}{\sigma^2}} \right)}{A}, \quad (5)$$

où A désigne l'amplitude minimale à partir de laquelle, on décide qu'un coefficient donné contient du signal utile.

- Le seuil λ_d donne une erreur quadratique d'estimation plus petite que celle obtenue avec les seuils minimax et universels pour une grande classe de signaux lorsque la fonction de seuillage utilisée est la fonction soft ou la fonction non-negative garrote.
- Cette classe de signaux concerne la plupart des signaux rencontrés en pratique et correspond aux cas où le signal utile n'est pas complètement noyé dans le bruit.

Question : Nature de $T e$?

Nature de $\mathcal{T}e$

Propriétés de décorrélation des coefficients de la TOD et de la TPOD :

- Supposons que e est un processus du 2^{nd} ordre, stationnaire au sens large et à densité spectrale de support contenu dans $[-\pi, \pi]$.
- Soit $\mathcal{T}_j^r e$, la sequence de coefficients de la TOD ou de la TPOD de e , au niveau de résolution j , et en utilisant des filtres miroirs en quadratures d'ordre r .

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ est un processus du 2^{nd} ordre et stationnaire au sens large.

Si \mathcal{T} est la TOD :

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ devient quasi-décorrélé lorsque j est suffisamment grand, et cela indépendamment de r .

Si \mathcal{T} est la TPOD :

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ devient quasi-décorrélé lorsque j est suffisamment grand, et cela, pourvu que r soit suffisamment grand (à j fixé).

Nature gaussienne des $\mathcal{T}_j^r e$? A voir!

Nature de $\mathcal{T}e$

Propriétés de décorrélation des coefficients de la TOD et de la TPOD :

- Supposons que e est un processus du 2^{nd} ordre, stationnaire au sens large et à densité spectrale de support contenu dans $[-\pi, \pi]$.
- Soit $\mathcal{T}_j^r e$, la sequence de coefficients de la TOD ou de la TPOD de e , au niveau de résolution j , et en utilisant des filtres miroirs en quadratures d'ordre r .

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ est un processus du 2^{nd} ordre et stationnaire au sens large.

Si \mathcal{T} est la TOD :

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ devient quasi-décorrélé lorsque j est suffisamment grand, et cela indépendamment de r .

Si \mathcal{T} est la TPOD :

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ devient quasi-décorrélé lorsque j est suffisamment grand, et cela, pourvu que r soit suffisamment grand (à j fixé).

Nature gaussienne des $\mathcal{T}_j^r e$? A voir!

Nature de $\mathcal{T}e$

Propriétés de décorrélation des coefficients de la TOD et de la TPOD :

- Supposons que e est un processus du 2^{nd} ordre, stationnaire au sens large et à densité spectrale de support contenu dans $[-\pi, \pi]$.
- Soit $\mathcal{T}_j^r e$, la sequence de coefficients de la TOD ou de la TPOD de e , au niveau de résolution j , et en utilisant des filtres miroirs en quadratures d'ordre r .

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ est un processus du 2^{nd} ordre et stationnaire au sens large.

Si \mathcal{T} est la TOD :

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ devient quasi-décorrélé lorsque j est suffisamment grand, et cela indépendamment de r .

Si \mathcal{T} est la TPOD :

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ devient quasi-décorrélé lorsque j est suffisamment grand, et cela, pourvu que r soit suffisamment grand (à j fixé).

Nature gaussienne des $\mathcal{T}_j^r e$? A voir!

Nature de $\mathcal{T}e$

Propriétés de décorrélation des coefficients de la TOD et de la TPOD :

- Supposons que e est un processus du 2^{nd} ordre, stationnaire au sens large et à densité spectrale de support contenu dans $[-\pi, \pi]$.
- Soit $\mathcal{T}_j^r e$, la sequence de coefficients de la TOD ou de la TPOD de e , au niveau de résolution j , et en utilisant des filtres miroirs en quadratures d'ordre r .

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ est un processus du 2^{nd} ordre et stationnaire au sens large.

Si \mathcal{T} est la TOD :

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ devient quasi-décorrélé lorsque j est suffisamment grand, et cela indépendamment de r .

Si \mathcal{T} est la TPOD :

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ devient quasi-décorrélé lorsque j est suffisamment grand, et cela, pourvu que r soit suffisamment grand (à j fixé).

Nature gaussienne des $\mathcal{T}_j^r e$? A voir!

Nature de $\mathcal{T}e$

Propriétés de décorrélation des coefficients de la TOD et de la TPOD :

- Supposons que e est un processus du 2^{nd} ordre, stationnaire au sens large et à densité spectrale de support contenu dans $[-\pi, \pi]$.
- Soit $\mathcal{T}_j^r e$, la sequence de coefficients de la TOD ou de la TPOD de e , au niveau de résolution j , et en utilisant des filtres miroirs en quadratures d'ordre r .

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ est un processus du 2^{nd} ordre et stationnaire au sens large.

Si \mathcal{T} est la TOD :

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ devient quasi-décorrélé lorsque j est suffisamment grand, et cela indépendamment de r .

Si \mathcal{T} est la TPOD :

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ devient quasi-décorrélé lorsque j est suffisamment grand, et cela, pourvu que r soit suffisamment grand (à j fixé).

Nature gaussienne des $\mathcal{T}_j^r e$? A voir!

Nature de $\mathcal{T}e$

Propriétés de décorrélation des coefficients de la TOD et de la TPOD :

- Supposons que e est un processus du 2^{nd} ordre, stationnaire au sens large et à densité spectrale de support contenu dans $[-\pi, \pi]$.
- Soit $\mathcal{T}_j^r e$, la sequence de coefficients de la TOD ou de la TPOD de e , au niveau de résolution j , et en utilisant des filtres miroirs en quadratures d'ordre r .

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ est un processus du 2^{nd} ordre et stationnaire au sens large.

Si \mathcal{T} est la TOD :

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ devient quasi-décorrélé lorsque j est suffisamment grand, et cela indépendamment de r .

Si \mathcal{T} est la TPOD :

Le processus $\mathcal{T}_j^r e$ devient quasi-décorrélé lorsque j est suffisamment grand, et cela, pourvu que r soit suffisamment grand (à j fixé).

Nature gaussienne des $\mathcal{T}_j^r e$? A voir!

Tests Expérimentaux

Image originale

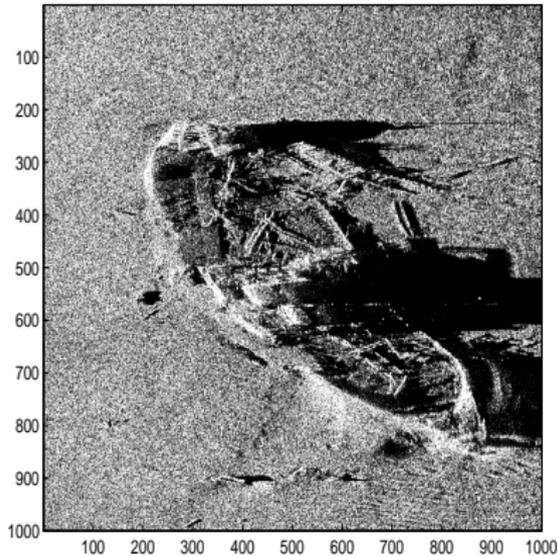
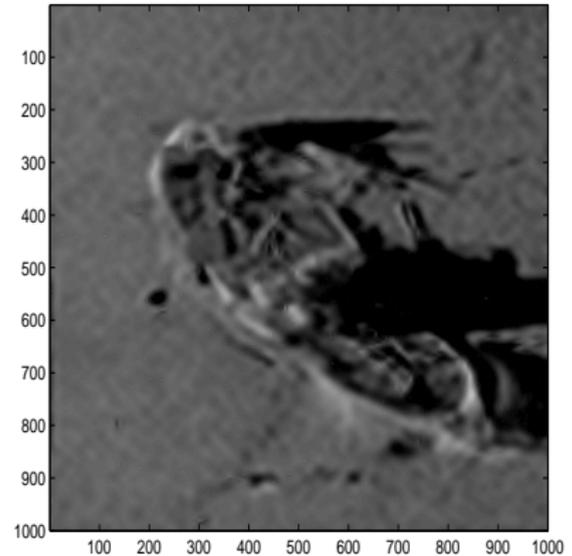


Image débruitée : Seuil Universel



Tests Expérimentaux

Image débruitée : Seuil Minimax

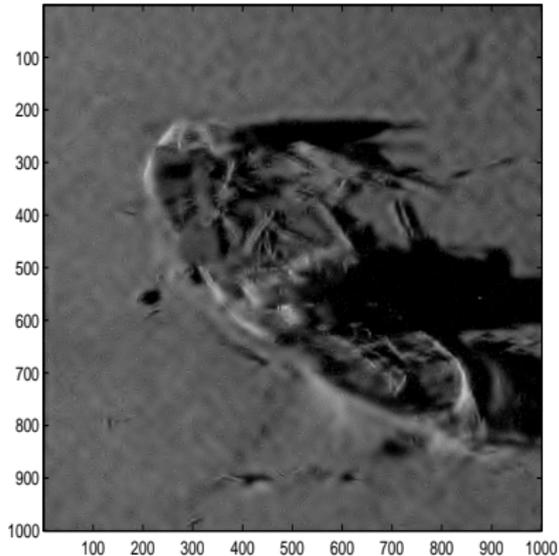
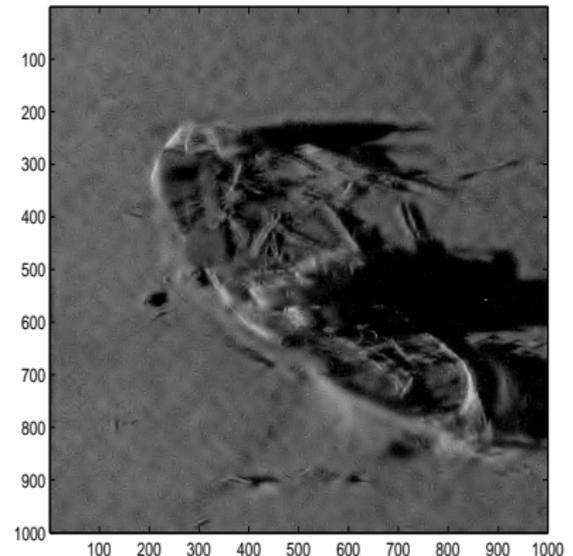


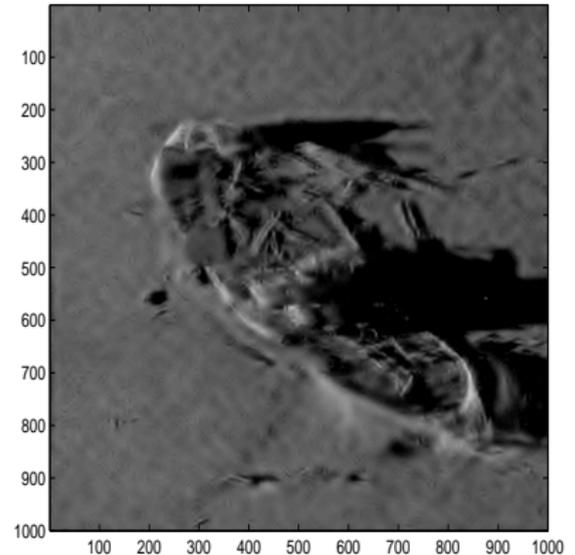
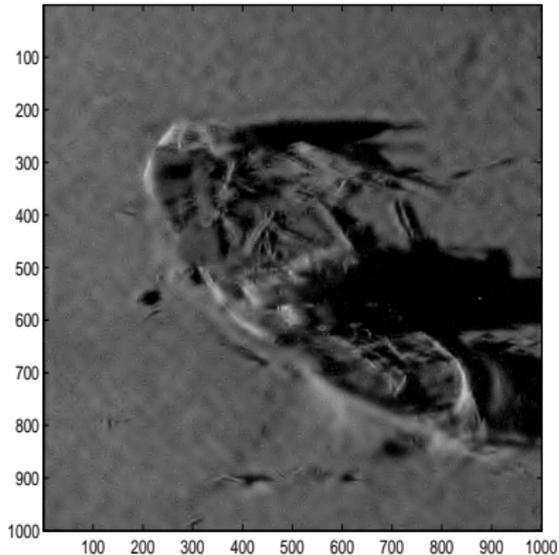
Image débruitée : 1/2 Seuil Universel



Tests Expérimentaux

Image débruitée : Seuil de détection

Image débruitée : Seuils de détection



Tests Expérimentaux

Image originale

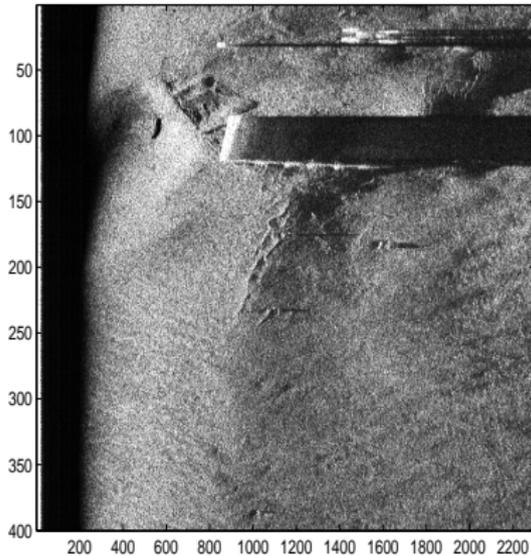
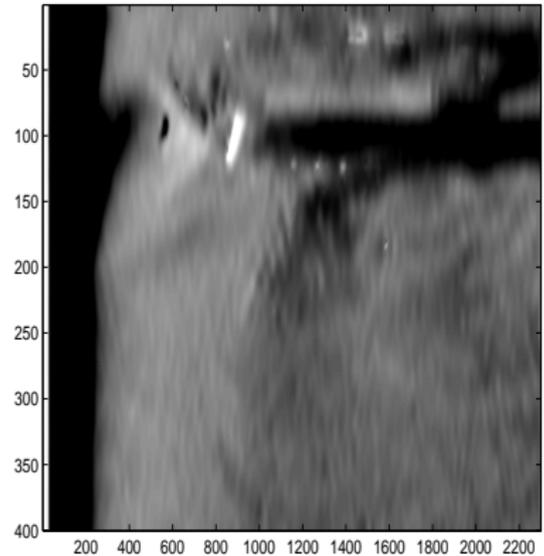


Image débruitée : Seuil Universel



Tests Expérimentaux

Image débruitée : Seuil Minimax

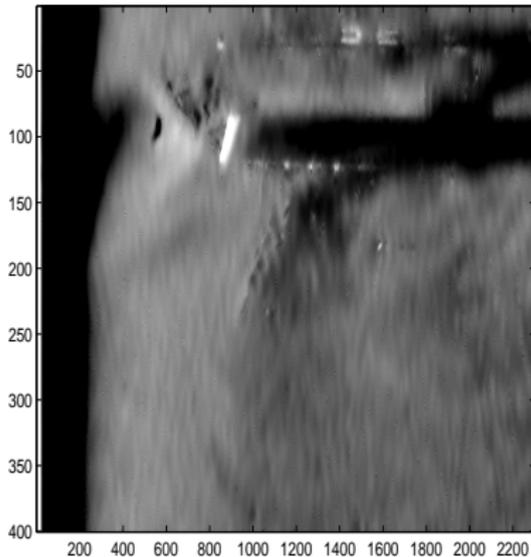
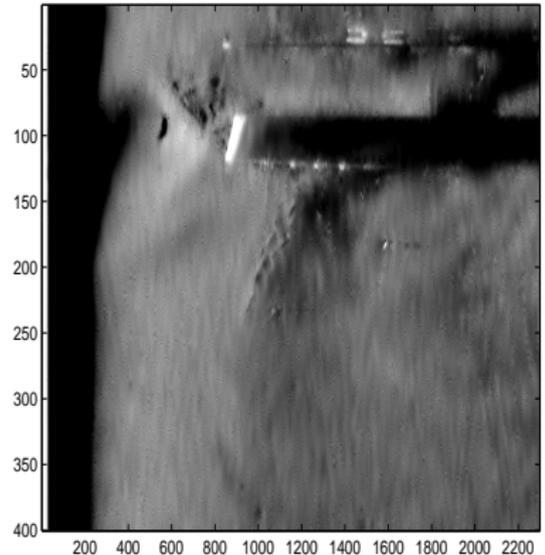


Image débruitée : 1/2 Seuil Universel



Tests Expérimentaux

Image débruitée : Seuil de détection

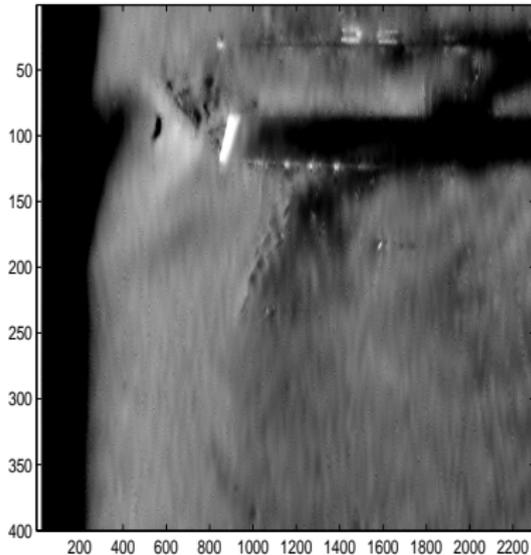
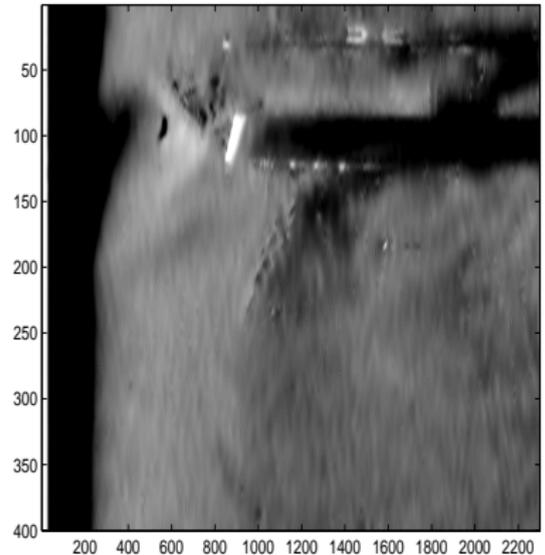


Image débruitée : Seuils de détection



Conclusion

Image bruitée



Image débruitée

