Au sujet de la représentation et du raisonnement pour les informations temporelles : vers un modèle purement algébrique.

Sylviane R. Schwer

LIPN UMR 7030 (CNRS et Université Paris 13),
99 bld Jean-Baptiste Clément, 93230 Villetaneuse

schwer@lipn.univ-paris13.fr

RÉSUMÉ. *L'objectif de cet article est de présenter la théorie des S-langages pour modéliser les extensions temporelles des entités et leurs relations temporelles dans un cadre purement algébrique.*

ABSTRACT. *This paper gives a first outlook on S-languages theory in order to model temporal extension of entities and their temporal relationship in a pure algebraic way.*

MOTS-CLÉS : *Langages formels, temporalité.*

KEYWORDS: *Formal languages, temporality.*

1. Introduction

La capacité à modéliser les dimensions temporelles du monde réel est essentielle pour beaucoup de domaines des sciences sociales et humaines comme l'économie, le management, la finance, la géographie ou la sociologie. Les changements et évolutions dans tous les systèmes, qu'ils soient naturels ou artificiels, se font dans ce que nous nous accordons à nommer l'espace et le temps[1]. La pertinence de la plupart des informations dépendent de plusieurs paramètres temporels (et spatiaux), ce qui oblige à travailler sur plusieurs dimensions temporelles. Parmi ceux-ci, citons par exemple les dates d'occurrences de ces informations, les dates de leurs relevées, leurs durées de validité, les dates de prises en compte de ses informations (pensons à des affaires comme celles du sang contaminé – quelle connaissance le ministre avait au moment de sa décision contestée –, ou aux nombreuses affaires de délits d'initiés. Il est bien connu en bases de données que deux dimensions temporelles sont nécessaires, le *temps de validité* qui concerne le temps du monde et le *temps de transaction* qui concerne le temps du système de gestion des bases de données pour gérer correctement à la fois les modifications dues aux corrections d'erreurs et celles dues aux évolutions. Le niveau de détail d'une information (pensons aux températures en climatologie) évolue avec le temps : ce qui est proche temporellement exige une granularité plus fine que ce qui est temporellement éloigné (les relevés horaires font rapidement place à des calculs de la moyenne journalière, puis mensuelle, puis annuelle, . . .), ce qui nécessite de manier des échelles de temps, c'est-à-dire des systèmes calendaires complexes et de pouvoir faire des opérations sur ces systèmes calendaires[2]. Cette notion de proximité temporelle réfère soit à un temps de référence donnée soit à l'instant présent, c'est-à-dire au *maintenant (Now)* par rapport auquel les informations peuvent être passées (obsolètes ou non), présentes ou futures ou porter sur des événements passés, présents ou futurs.

Il est aussi parfois nécessaire de faire la fusion de plusieurs sources d'information différentes concernant un même « état des affaires » qu'il faut alors ordonner chronologiquement et comparer. Il faut donc pour cela pouvoir situer différents objets temporels les uns par rapport aux autres, que ce soit des dates vues comme ponctuelles ou duratives, des périodes ou des séquences de dates ou périodes.

Par ailleurs, certains événements peuvent dépendre, pour se produire, de l'occurrence d'autres événements, de certains états du système (pensons aux systèmes d'alerte, par exemple) ou d'échéance. Les relations entre ces événements, bien que d'essence causale, peuvent se traiter comme des relations temporelles, c'est-à-dire s'exprimer à partir des deux relations de *précédence* et de *simultanéité*.

Après ce rapide panorama non exhaustif de ce qu'on peut trouver comme problèmes lié aux informations temporelles en sciences humaines, nous allons nous intéresser à deux problèmes importants : celui de la modélisation du temps lui-même et ce qu'on appelle les objets temporels d'une part, et à ce que généralement on nomme le raisonnement temporel, mais qui, pour selon nous ressort uniquement d'un calcul

1. Nous n'aborderons pas ici les problèmes philosophiques concernant l'existence du temps.
2. Ce qui pourra faire l'objet d'une autre communication.

et donc que nous nommerons calcul temporel. Il ne sera donc ici traité d'aucune des logiques temporelles, qu'elles soient modales ou classiques, mais uniquement de la représentation des objets temporels et des calculs liés aux propriétés généralement accordées au temps.

La suite de cet article se présente ainsi : dans la section suivante, nous justifions notre représentation du temps sous forme de ligne géométrique non assimilable à un ensemble de nombres puis nous donnerons les différents objets temporels utilisés usuellement ainsi que les éléments primitifs que nous allons utilisés (section 2). Nous présenterons alors (section 3) notre modèle algébrique de représentation et de calcul temporel qui généralise les modèles logiques usuels, qu'ils soient fondés sur les objets temporels (Reichenbach, 1947), (Hamblin, 1971), repris par (Allen, 1983), (Ladkin, 1986), ... ou sur des événements (Whitehead, 1920), (Nicot, 1923), (Russell, 1924), (Kamp, 1979), ... Nous terminons (section 4) par la modélisation du problème classique du partage d'une ressource unique entre plusieurs utilisateurs à partir de la spécification formelle de (Manna *et al.,* 1981).

2. Représentation du temps

C'est certes pur truisme que de commencer par rappeler (i) que le mythe sociétal et personnel imprègne le modèle scientifique destiné à donner une cohérence satisfaisante à la description sinon à l'explication du monde (ii) que tout ce qui se produit, se produit temporellement (iii) qu'il y a une différence entre perception du temps et concept du temps.

La plupart des modèles formels du temps développés pour les bases et les entrepôts de données, les systèmes, les séries temporelles, assimilent in fine "la ligne métaphorique du temps" à l'ensemble des nombres réels ou à l'ensemble des entiers naturels selon que l'on veut utiliser les propriétés de densité (divisibilité *ad libidum*) ou de discrétion (existence d'un successeur et d'un prédécesseur). L'ensemble des nombres réels est un ensemble de points doté d'une structure d'ordre linéaire dont la propriété mathématique de continuité ne reflète pas le sens commun appliqué à ce terme, bien plus proche de celui de contiguïté. Or notre but est de décrire des phénomènes naturels perçus. Nous partons donc du principe que d'une part, la notion de point sans dimension ne convient pas à la description des instants ou moments réels, mais que la notion d'*instant spécieux (specious instant)*, c'est-à-dire un objet temporel d'une durée négligeable (mais non nulle) est plus adéquate à notre travail de modélisation, et d'autre part que l'ensemble des nombres réels est bien trop riche pour notre propos, car la notion de continuité usuelle est plus proche de celle de contiguïté et de densité que de la définition mathématique de continuité[3]. Quant aux nombres entiers, chacun repré-

3. C'est-à-dire que si nous voulions utiliser un ensemble numérique, l'ensemble des nombres rationnels suffirait. Précisons de plus qu'en logique des prédicats du premier ordre, il est impossible de discriminer l'ensemble des nombres rationnels de l'ensemble des nombres réels, car la propriété de continuité au sens mathématique est une propriété du second ordre.

sente un segment de droite, contigu aux deux segments représentant l'un le nombre qui le précède et l'autre le nombre qui lui succède. En ce sens, cette représentation du temps comme ligne découpée en boîtes adjacentes traduit bien l'idée de calendrier et de datation, mais n'est pas adaptée à traitée des problèmes de continuité[4].

Or, en linguistique comme dans beaucoup de domaines des sciences humaines et sociales, on souhaite pouvoir disposer d'un modèle du temps qui soit à la fois discret et continu dans le sens où on veut pouvoir diviser autant de fois qu'on le souhaite, c'est-à-dire concrètement un nombre de fois fini bien que non borné. Or il n'est pas possible pour un ensemble de nombres d'être à la fois discret et continu. Par exemple, (Vet, 1980) écrit

> « Nous le [Temps] concevons comme un ensemble infini de moments ordonnés linéairement selon la relation $\leq$ (antérieur ou simultané à) et comme étant de nature discrète et dense ».

De même, pour (Guentcheva, 1990)

> « L'intervalle [de Temps] est un ensemble orienté d'instants contigus »,

et d'expliquer :

> « L'intervalle est donc un continu construit d'instants contigus au sens où il est toujours possible d'insérer un instant entre deux instants ».

Or deux parties sont contiguës (mathématiquement ou non) s'il est impossible d'insérer une autre partie entre les deux, définition qui s'oppose à la propriété mathématique de densité qui fait que l'on peut toujours insérer en élément entre deux éléments distincts. Il y a donc ici une contradiction interne aux objets définis.

C'est pourquoi il nous semble inopportun d'associer *a priori* le temps à la droite numérique. En revanche, considérer la ligne géométrique comme figure métaphorique du temps, y poser des instants et des durées, est compatible avec une mathématisation du temps. Il faut simplement savoir dire ce qu'est un instant et une durée.

2.1. *Instants et durées*

Nous nous attardons ici à la façon dont les Grecs concevaient ces notions, en particulier rapportée par Aristote et les Stôiciens.

2.1.1. *Chez Aristote*

Le temps est étudié au niveau de la physique (la nature) et non de la métaphysique. Sa définition bien connue est « Le temps est le nombre du mouvement selon l'antérieur et le postérieur ». Il est continu. Aristote précise ce qu'il entend par continu [du

4. Nous avons montré (Schwer, 2002a) que l'équivalent pour les calendriers de la division à l'infinie correspondait à la limite directe de systèmes calendaires, et que le passage à la limite sortait du champ des calendriers.

Ciel,I1, 268a7-8] « ce qui est divisible en parties elles-mêmes toujours divisibles est un continu ». Ce n'est donc pas de la continuité mathématique dont il s'agit.

Dans la Physique nous lisons, concernant l'instant et la durée : « (i) le temps est continu par l'instant et se divise par l'instant [PIV, 11, 220a5]. (ii) Mais l'instant n'est pas une partie du temps [PIV, 11, 220a19]. (iii) L'instant est d'une part division du temps en puissance et d'autre part limite et unité des deux parties du temps [PIV, 13, 222a18]. (iv) Un instant est à la fois le début d'une partie du temps et la fin d'une autre partie [PIV, 13, 222a12]. (v) L'intermédiaire entre deux instants est toujours un temps[PVI, 1, 231b10] »

Le temps n'est donc pas pour Aristote, un ensemble d'instants. Mais l'ensemble des instants participe de l'expression du temps. C'est une représentation du temps en puissance (i), (ii). Cet ensemble est linéaire dense, du type de l'ensemble des rationnels.

L'ensemble des instants est une structure temporelle dense (entre deux instants, il existe toujours un instant intermédiaire (v), sans début ni fin (iv), le temps est un continuum articulé par des instants (iii) : si l'on coupe le temps en un instant, chacun des morceaux de la coupure garde une empreinte de cet instant qui permet le recollement. L'instant sans être sécable est constitué de deux pôles, un pôle terminatif et un pôle initiatif. On ne peut pas confondre un instant avec un nombre rationnel ou réel. En revanche, on peut assimiler un instant avec un point d'une ligne géométrique matérialisée : une corde que l'on coupe pour obtenir deux bouts, puis qu'on aboute pour la reconstituer.

L'instant, élément non temporel, pris comme le nombre du mouvement, permet de découper le temps en deux parties, l'une correspondant à l'antériorité (qu'il dit aussi passé) et l'autre à la postériorité, (qu'il dit aussi futur).

Nous retiendrons cette image d'un instant définit comme point de contact et de séparation de deux durées, qui n'est donc complet qu'avec les segments pour lesquels il définit une borne commune. Mais c'est ailleurs qu'il nous faut trouver un instant temporel.

2.1.2. *Les Stoïciens et le temps*

Ils ont une vision atomiste de l'instant, comme période de temps de durée négligeable mais non nulle. C'est la façon usuelle des Grecs de considérer le temps, comme un ensemble d'instants atomiques, donc une structure discrète. On peut passer d'un instant à l'instant suivant.

C'est ainsi que conceptuellement, nos calendriers sont conçus. Cette approche est en adéquation avec le temps du monde physique macroscopique, limité par le temps de Planck[5]. En effet, la mécanique quantique a mis en évidence des barrières au sens à donner aux lois de la physique : le temps de Planck oriente vers un temps corpuscu-

5. C'est la plus petite mesure de temps à laquelle nous puissions avoir accès, $10^{-41} seconde$, au delà de cette limite, les lois physiques cessent de faire sens. Rappelons (Schwer, 2002a) que la

laire, c'est-à-dire atomique. Mais la limite de discrimination de l'humain n'est que de l'ordre de $10^{-1} seconde$, celle des meilleurs horloges atomiques de $10^{-21} seconde$.

Ce qui laisse la place, dans le monde sensible, à des divisions en puissance *ad libidum* et au fait de ne pas poser *a priori* que le temps est un ensemble d'instants atomiques.

Nous proposons donc comme représentation du temps la ligne géométrique, avec deux sortes d'objets temporels : les durées qui sont des segments de temps et des instants spécieux (*specious instants* chez le physicien de la nature Alfred North Whitehead) qui sont des durées de dimension négligeable à un niveau de perception donnée, c'est-à-dire que l'on traite comme un objet indécomposable à un niveau d'échelle, mais décomposable à des échelles plus petites. Par exemple, dans les systèmes calendaires, dans la granularité "jour", toute date est traitée ponctuelle, et visualisée comme un segment du temps atomique. En revanche, à l'échelle des horaires (granularité "minute" ou "seconde"), la date redevient une durée au sens usuelle. Comme élément de durée négligeable, l'instant spécieux possède toutes les propriétés de bornes définies par Aristote pour les points.

2.2. *Les objets primitifs temporels*

Les problèmes temporels ont généralement été pris en charge par les logiciens en étendant les logiques classiques de base (des propositions et du premier ordre) selon deux voies : introduire les arguments temporels dans les prédicats relationnels (logiques classiques temporelles) ou les sortir des prédicats relationnels et les placer dans le contexte ou mondes possibles (logiques modales). Ce fait est important car tous raisonnent selon les deux hypothèses suivantes : la logique du tiers exclus (une propriété ne peut pas à la fois être et ne pas être) et l'hypothèse du monde clos.

Quelque soit l'approche choisie, à chaque fois s'est posé le problème du choix des éléments de base : points ou intervalles (au sens mathématique du terme) correspondant aux instants et aux événements ponctuels d'une part et aux durées et événements duratifs et aux états d'autre part.

Très vite, déjà chez Aristote puis chez les logiciens médiévistes, a été posé les inconvénients de l'usage des instants comme éléments temporels. En effet, à cause de l'hypothèse du tiers exclus, que dire d'une propriété à son point de changement ? D'autre part, comment représenter des phénomènes perçus instantanés sans la notion d'instant (au moins comme objet atomique) ? Ces problèmes ont été en particulier étudier en profondeur par les philosophes de la nature (Whitehead, 1920), (Russell, 1924) et (Nicot, 1923) au début du vingtième siècle, puis repris plus simplement par (Hamblin, 1971) avant d'être réexploités par Allen (Allen, 1983) une décennie plus tard. L'idée est de construire les instants à partir des durées ou directement à partir d'évé-

---

limite "en puissance" d'un système calendaire est un ordre linéaire dense du type de l'ensemble des rationnels.

nements, le temps étant un objet dérivé et non primitif ; Cette étude détaillée dépasse le cadre de cet article, une étude des constructions proposées est en cours (Schwer, n.d.) mais ils sont en relation avec l'un des problèmes métaphysiques du temps, à savoir la nature absolutiste versus relationniste du temps. Le temps absolu newtonien correspond à un temps vide qui se déroule de façon homogène, indépendamment de ce qui s'y passe. C'est un temps donné *a priori*. Le temps relationniste leibnizien n'est rien d'autre que l'ordre des événements qui occurrent, l'ordre dans lequel les états du monde se succèdent. C'est donc un temps dérivé.

Il y a un temps parce qu'il y a des choses qui arrivent, et hors des choses qui arrivent, il n'y a rien. Les événements dont nous avons conscience ne sont pas rigoureusement instantanés.

> « L'expérience immédiate ne nous fournit que des événements ordonnés par des relations de concomitance et de précédence »(Russell 1928).

Les instants ne sont donc pas parmi nos données de l'expérience. Ils sont construits à partir des événements et de ces deux relations temporelles. Ces instants délimitent les durées associées aux événements comme des frontières, qui d'une part séparent un avant et un après et d'autre part assure le passage entre cet avant et cet après.

2.3. *Notre proposition*

Les seules propriétés du temps que l'on peut concevoir ne le sont que par dérivation de propriétés spatiales. Ce sont des propriétés qualitatives ou topologiques (ordre, continuité et limitation) et quantitatives ou métriques (additivité, mesurage). Dans cet article, seules les propriétés qualitatives nous intéressent : linéarité et continuité. La continuité du temps l'est en deux sens : (i) comme la division en puissance à l'infini, qui définit l'instant (donc en acte l'instant a une épaisseur, comme le disent les Stoïciens) (ii) comme un tout unitaire dans lequel les limites par lesquelles deux parties du temps se touchent se fondent en une seule limite.

Nous avons donc adopté la conception leibnizienne du temps, repris par les philosophes de la nature déjà cités, en intercalant entre les notions d'événements et d'instants, non pas directement la notion de durée, comme extension temporelle, mais celle d'identité d'objet, qui nous servira à définir les notions de durée et d'instant spécieux puis les objets composés comme les chaînes de points et/ou de durées.

En effet, affecté à un objet une extension temporelle, c'est déjà lui reconnaître une existence (actuelle, passée, future, voire probable ou possible). Accorder l'existence à un objet, c'est dans notre société, lui donner une identité, qui lui permet de marquer non seulement son existence mais de définir ses relations aux autres objets possédant une identité.

Sur la ligne métaphorique du temps, qui se présente comme un temps newtonien, se superpose le schéma cognitif du changement comme séquence des *faits saillants* qui modélise le flux des seuls événements qui se présentent à nous et que nous percevons comme succession de situations et de changements. En effet, le propre de la perception est de rendre saillants certains des changements appartenant au flux continu des sensations. C'est aussi le propre des valeurs prédicatives ou des ensembles d'attributs associés à la description d'une certaine catégorie d'objets. Dans cette description, seuls nous intéressent les changements de valeurs, à l'intérieur d'un domaine pré-établi. Tant qu'aucun des prédicats ne changent de valeurs, ce qui se passe n'est pas pris en compte. Cela ne veut pas dire qu'il ne se passe rien, seulement qu'ils ne sont pas exprimés par cette modélisation. Seuls le début et la fin des états définis par ces valeurs apparaissent comme des changements.

Un fait saillant définit une limite entre un avant et un après ; deux faits saillants délimitent une période 1. La seule séquence chgt1.chgt2.chgt3.chgt4 suffit à décrire qualitativement cette temporalité, car les états sont entièrement définis par les changements qui constituent leur(s) bornes.

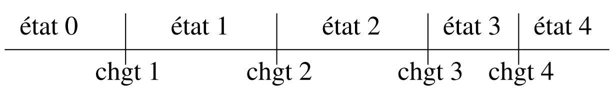


Figure 1. *succession de changements et états*

Il suffit donc de donner la séquence des limites pour définir le temps, pour peu que les limites, comme les bornes des chemins, contiennent assez d'informations sur ce qui les a créées (l'ensemble des changements qui se réalisent en ce lieu temporel) et sur les parties qu'elles délimitent (les états). Entre deux bornes différentes, on peut en ajouter autant qu'il le faut grâce à la continuité du temps. Chaque fait saillant est marqué par une occurrence de son identité. Une borne est constituée de l'ensemble des occurrences d'identités de procès correspondant aux faits saillants simultanés, c'est un instant leibnizien. Si un fait saillant C a été perçu avant un fait saillant C', la borne marquant C précède la borne marquant C' dans la séquence.

3. Le cadre des langages formels pour modéliser le temps.

3.1. *les langages formels pour modéliser la succession*

Ces temps significatifs sont à la fois des ruptures et des articulations : ils discrétisent tout en assurant la continuité. Il y a discrétion de la série des temps significatifs et continuité implicite de l'espace vide entre ces temps . Dans une chaîne de caractères, entre deux caractères, il est toujours possible d'insérer un nouveau caractère. La lecture de la chaîne de gauche à droite permet de simuler la flèche du temps, un caractère étant à gauche d'un autre est dit correspondre à une occurrence d'un changement antérieur à au changement décrit par l'autre caractère.

Etant donné un ensemble A de caractères, appelé alphabet, dont les éléments sont appelés lettres, un mot sur l'alphabet A est une suite finie de lettres, qu'on écrit de gauche à droite. Un mot f de longueur n est une application de l'ensemble $\{1, \cdots, n\}$

à valeur dans l'alphabet A notée $f = f_1 f_2 \cdots f_n$ avec f_i lettre de A. Le mot f est donc un élément de l'ensemble A^n, ensemble de tous les mots de longueur n. On note A^0 le mot λ possédant aucune lettre, et A^* l'ensemble de tous les mots finis. La lecture d'un mot se fait de gauche à droite, ce qui donne la direction. Interprétons une lettre de l'alphabet A comme l'identité d'un phénomène, d'un objet, d'un procès, ..., et associons à une telle entité, le mot formé d'autant d'occurrences de son identité que de fois qu'il intervient comme changement significatif. Par exemple, pour un événement P vu comme ponctuel, P l'identité p. S'ils sont décrits comme duratifs, on lui associe le mot pp, pour signifier qu'il possède un début, une fin, mais que tout le temps de son déroulement, rien de significatif n'est pris en compte. Si l'on veut représenter le fait que

> « fin, milieu et début forment le nombre caractéristique d'un Tout »[Aristote, Du Ciel, I 268a11-13]

on représentera l'objet par le mot ppp. Si l'on veut mélanger les représentation, il faudra différentier les objets qui occurrent de façon instantanées des objets qui occurrent de façon durative (en marquant les premiers par exemple). Ainsi pp représente une occurrence unique d'un procès duratif et $\overline{pp}$ deux occurrences d'un procès instantané. D'autres qualités peuvent être indicées : comme le fait d'avoir une extension temporelle correspondant à un intervalle fermé ou ouvert, des dates peuvent également étiqueter les occurrences des lettres. Par exemple, si l'on veut représenter les périodes temporelles correspondant à des valeurs particulières de séries temporelles (pour des températures anormales, en confondant un prédicat et sa fonction caractéristique que l'on peut représenter comme la chaîne d'intervalles des dates au cours desquelles le prédicat est vérifié : comme par exemple les périodes d'ouverture d'une banque.

Le changement de perception d'un procès (passage d'un point de vue atomique en un point de vue duratif se fait par l'opération de substitution. considérons l'énoncé suivant :
(1) *Il régna 20 ans. Au cours de son règne, son fils aîné mourut, puis sa fille se maria.* La première occurrence de *régner* "régna" (procès P) le présente comme atomique, donc je peux le représenter par $\hat{p}$, avec comme qualité d'avoir une durée réel de 20 ans, la seconde occurrence "règne" de ce procès le présente comme possédant une partie, donc nécessairement duratif, j'applique donc la substitution $\hat{p} \rightarrow pp$, ce qui permet de placer les deux procès ponctualisés *mourir* A et *marier* B à l'intérieur du déroulement du procès P en écrivant $pabp$. On aurait pu directement substituer $\hat{p} \rightarrow pabp$. En donnant au moment d'énonciation l'identité s qui est ultérieur aux procès décrits, l'énoncé (1) peut être représenté par le mot $pabps$ qui se traduit temporellement ainsi : dans un premier temps il y eu le de but du règne, un second temps correspond au décès de son fils aîné, un troisième temps au mariage de sa fille, un quatrième temps à la fin du règne et un dernier temps est celui de l'énonciation. L'absence de mesure qualitative des durées retient comme seul rythme du monde, celui des événements décrits. En dehors de toute autre connaissance ou conscience, rien ne permet d'en affirmer l'irrégularité !

3.2. *modéliser la simultanéité*

La théorie des langages formels (Autebert, 1994) ne permet pas de représenter la notion d'instant au sens de leibniz. On travaille alors non plus sur l'alphabet A des lettres mais sur l'alphabet $\widehat{A}$ des parties non vides de l'alphabet des lettres. Les éléments de $\widehat{A}$ sont des S-lettres, les mots de $\widehat{A}$ sont des S-mots. En confondant une S-lettre ne possédant qu'une seule lettre avec cette lettre, toute lettre est une S-lettre, tout mot est un S-mot. Pour un alphabet de deux lettres $A = \{a, b\}$, $\widehat{A} = \{a, b, \{a, b\}\}$. Ce qui permet de décrire les trois positions possibles entre deux points sur une droite, comme le montre la Figure 2. De même la Figure 3 montre 7 des 13 positions possibles entre deux intervalles (les autres se déduisent par symétrie ou opération miroir).

$$\overset{\bullet}{a}\overset{\circ}{b} \qquad \{\overset{\bullet}{\overset{\circ}{a,b}}\} \qquad \overset{\circ}{b}\overset{\bullet}{a}$$

Figure 2. *situations possibles entre 2 points*

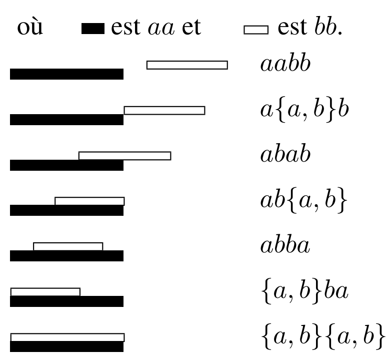


Figure 3. *Relations possibles entre deux intervalles avec noir en tête*

3.3. *Bref aperçu des S-mots et S-langages pour le raisonnement temporel*

Les S-mots et les S-langages ont d'abord reçu le nom de *mots et langages temporels* (Schwer, 94) et ont été introduits dans le cadre du raisonnement temporel en Intelligence artificielle. L'étude mathématique de ces objets ayant montré leur indépendance vis à vis de la notion du temps (Schwer, 2002b), (Autebert *et al.,* 2003), ils ont été renommés S-mots et S-langages, le "S" signifiant "Set". En particulier, ils sont en correspondance naturelle avec les structures de pré-ordres, c'est-à-dire des relations de préférence transitives, bien connues en sciences sociales (Luce, 1956). En effet, la précédence stricte correspond à la relation de préférence, la relation de simultanéité à celle d'indifférence. En particulier, on a la propriété de transitivité généralisée :

Si p précède q, q simultané à r et r précède s, alors p précède s.

3.3.1. *Représentation*

L'idée est d'associer une identité à chaque entité considérée. L'alphabet de base est donc l'ensemble des identités. L'alphabet de calcul est l'ensemble des parties non vide de cet alphabet d'identité. Soit X l'alphabet de base, par exemple $X_1 = \{a, b, c\}$, on note $\widehat{X}$ l'ensemble des parties non vide de X, par exemple $\widehat{X_1} = \Big\{a, b, c, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\Big\}$, en confondant les singletons avec les lettres par souci de simplification. Appelons $\widehat{X}$ le S-alphabet (pour set-alphabet) et ses éléments des S-lettres. Une S-lettre est donc un type d'instant possible. On appelle S-mot une séquence finie de S-lettres et S-langage un ensemble de S-mots. Sur les S-alphabets, les S-langages sont donc des langages formels. La théorie des S-langages hérite donc de tous les opérateurs (ensemblistes, concaténation, étoile, shuffle, etc.) de la théorie des langages formels.

Considérons par exemple les trois séquences A, B, C formées respectivement de trois intervalles pour A, d'un intervalle suivi d'un point et d'un intervalle pour B et d'un intervalle unique pour C et positionnées relativement comme le montre la figure 1 dans laquelle les traits verticaux, positionnés de façon équidistante, représentent les instants de changements (on peut supposer – ce qui a été fait dans (Jungjariyannon *et al.,* 2002) – que cela représente des valeurs de vérité de prédicats associés à des séries temporelles comme la présence d'une certaine condition et qu'alors les instants de changements sont tous étiquetés par une date).
A est représenté par une identité a et une extension temporelle $(a\bar{a})^3$ (les lettres surlignées représentent les fins d'intervalles).
B est représenté par une identité b et une extension temporelle $b\bar{b}\dot{b}b\bar{b}$ (les lettres pointées signifiant un point relativement à la modélisation choisie[6] – ici un point relativement à la granularité choisie).
C est représenté par une identité c et une extension temporelle $c\bar{c}$.
Chaque S-lettre du S-mot résultant est écrit sous la ligne verticale lui correspondant, c'est-à-dire que la S-lettre de rang n correspond à l'instant saillant de même rang.

3.3.2. *Raisonnement*

Le raisonnement temporel repose essentiellement sur l'opération de S-jointure, notée $\bowtie$ et son cas particulier de produit produit cartésien ou S-mélange, notée $\otimes$. La S-jointure $f \bowtie g$ de deux S-mots f et g, écrits sur deux alphabets F et G, est le S-

6. Notre but est de permettre de modéliser ce qu'on veut représenter de l'entité, par exemple si la seule information est que l'entité s'est produite, mais que rien n'est dit de ce qui s'est fait pendant la durée de vie, une représentation ponctuelle est cohérente, cette représentation étant alors de type *aoriste* comme dans la proposition « il régna 20 ans », où 20 ans est considéré ici comme un simple attribut du procès régner, qui lui est décrit sous une forme aoriste $\dot{r}$. Si l'on voulait situer des événements saillants à l'intérieur de ce règne, on transformerait, par simple substitution $\dot{r}$ en $r\bar{r}$

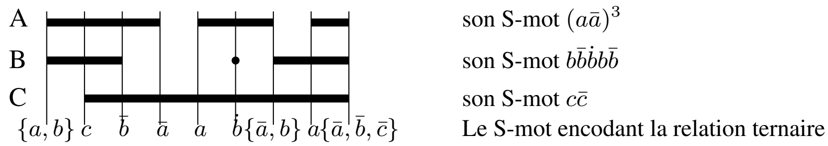


Figure 4. *une relation ternaire*

langage obtenu en prenant tous les S-mots ayant comme projection sur F le S-mot f et comme projection sur G les S-mot g. Quand les alphabets sont disjoints, on utilise $\otimes$. La S-jointure de deux S-langages est obtenue en faisant la S-jointure de chaque S-mot de l'un avec chaque S-mot de l'autre.

Par exemple
$ab\{a,b\}bab \bowtie ecde\{e,b\}\{e,b\}beb = [a \otimes ecde]\{e,b\}\{a,b,e\}b[a \otimes e]b$. avec
$a \otimes ecde = \Big\{aecde, \{a,e\}cde, eacde, e\{a,c\}de, ecade, ec\{a,d\}e, ecdae, ecd\{a,e\},$
$ecdea\Big\}$ et $a \otimes e = \Big\{ae, \{a,e\}, ae\Big\}$.

On peut voir sur cette exemple l'intérêt qu'il y a à ne pas développer les calculs correspondant à $\otimes$. Une expression de S-langages ne comportant que des concaténations, des étoiles, et des $\otimes$ sont appelés des S-langages élémentaires. Ces expressions correspondent à des expressions régulières sans disjonction qu'on représente très facilement sous forme de diagramme dépeignant la structure d'ordre associée comme nous l'illustrons sur la figure 5 où l'on voit que la jointure consiste alors à fusionner les sommets de même nom et même ordre.

La même chose peut se faire avec des expressions de S-langages comme le montre la figure 6.

Les graphes représentent l'ensemble des situations temporelles possibles. Par exemple, la solution donnée par le résultat de la figure 6 contient six situations. Si la S-jointure donne un résultat vide, c'est qu'il y a contradiction dans les données, aucune situation globale n'est compatible avec les contraintes données.

$$\begin{tikzcd} a \arrow[r] & b \arrow[r] & \{a,b\} \arrow[r] & b \arrow[r] & a \arrow[r] & b \end{tikzcd}$$

$$ab\{a,b\}bab$$

$$\begin{tikzcd} e \arrow[r] & c \arrow[r] & d \arrow[r] & e \arrow[r] & \{b,e\} \arrow[r] & \{b,e\} \arrow[r] & b \arrow[r] & e \arrow[r] & b \end{tikzcd}$$

$$ecde\{e,b\}\{e,b\}beb$$

$$\begin{tikzcd} & & & a \arrow[dr] & & & & a \arrow[dr] & \\ & & & & \{b,e\} \arrow[r] & \{a,b,e\} \arrow[r] & b \arrow[ur] \arrow[dr] & & b \\ e \arrow[r] & c \arrow[r] & d \arrow[r] & e \arrow[ur] & & & & e \arrow[ur] & \end{tikzcd}$$

$$ab\{a,b\}bab \bowtie ecde\{e,b\}\{e,b\}beb = [a \otimes ecde]\{e,b\}\{a,b,e\}b[a \otimes e]b$$

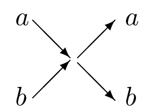
Figure 5. *Structures d'ordre associées au calcul de* $ab\{a,b\}bab \bowtie ecde\{e,b\}\{e,b\}beb$

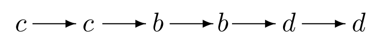
4. Un exemple de gestion d'une ressource unique

Nous reprenons ici le problème posé par (Manna *et al.,* 1981) qu'ils ont résolus dans le cadre de la logique modale. Nous montrons qu'il répond à un simple problème de calcul.
Considérons un programme G (Granter) qui gère une ressource unique à partager entre plusieurs processus $R_1, \ldots, R_k$ (Requesters) se disputant cette ressource. Supposons que chaque R_i communique avec G au moyen de deux variables booléennes r_i and g_i. La variable r_i reçoit la valeur 1 de R_i pour signifier une demande de requête. Dès que R_i détient la ressource, il le fait savoir en changeant la valeur de la variable, c'est-à-dire en affectant la valeur 0 à r_i. On peut se représenter r_i sous la forme d'une chaîne d'intervalles, chaque intervalle de la chaîne correspondant aux périodes pendant lesquelles $r_i = 1$.

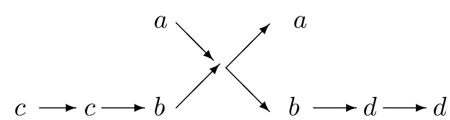
Le fournisseur G avertit R_i que la ressource lui est affectée en affectant la valeur 1 à la variable g_i, celui-ci lui accuse réception en changeant la valeur de r_i en 0. Quelque temps après, G reprend la ressource en modifiant la valeur de g_i qui devient 0. On peut donc aussi représenter G par k chaînes d'intervalles, chacune étant la fonction caractéristique d'une variable g_i.

Trois hypothèses sont implicitement faites :
– dès qu'une requête est faite, elle persiste jusqu'à ce qu'elle soit honorée.
– un processus n'est autorisé à faire une autre requête qu'après que la première a été satisfaite et que la ressource lui a été reprise.
– R_i reçoit autant de fois la ressource qu'il en a fait la demande.

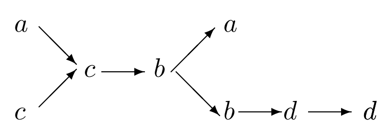




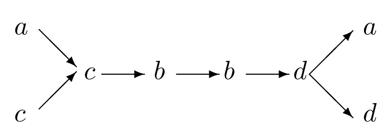
$[a \otimes b][a \otimes b]$ $\quad$ $ccbbdd$



$$[a \otimes b][a \otimes b] \bowtie ccbbdd = cc[a \otimes b][a \otimes b]dd$$



$$[a \otimes b][a \otimes b] \bowtie ccbbdd \bowtie [c \otimes a][c \otimes a] = [a \otimes c]cb[a \otimes bdd]$$



$$[a \otimes b][a \otimes b] \bowtie ccbbdd \bowtie [c \otimes a][c \otimes a] \bowtie [d \otimes a][d \otimes a] = [a \otimes c]cbbd[a \otimes d]$$

Figure 6. *Structures d'ordre associées au calcul incrémental de* $[a \otimes b][a \otimes b] \bowtie ccbbdd \bowtie [c \otimes a][c \otimes a] \bowtie [d \otimes a][d \otimes a] = [a \otimes c]cbbd[a \otimes d]$

La première hypothèse est le cas le plus simple de l'hypothèse du monde clos. La deuxième hypothèse ordonne les changements de valeurs des variables r_i et g_i, pour chaque i tel que $1 \leq i \leq n$. La troisième hypothèse oblige à autant de changements de valeurs de la variable r_i que de changements de la variable g_i pour chaque i tel que $1 \leq i \leq n$.

4.1. *Expression des contraintes du problème dans le cadre des S-langages.*

Soit L le S-langage recherché.

La ressource est toujours attribuée à au plus un demandeur à la fois. Cette contrainte ne concerne que les G_i et exprime le fait qu'ayant lu un g_i (début d'une allocation à R_i), la première occurrence d'une lettre de type g rencontrée dans le S-mot doit et ne peut être que $\bar{g_i}$(fin de l'allocation en cours pour R_i, ce qui s'écrit.

$$L \subseteq L_1 = (g_1\bar{g_1}, \ldots, g_k\bar{g_k})^*$$

Toute requête devra être satisfaite Cette contrainte concerne chaque R_i individuellement, et donc contraint les couples de S-mots $(r_i\bar{r_i})^*$ et $(g_i\bar{g_i})^*$ en disant qu'à chaque occurrence de r_i doit succéder une occurrence de g_i, ce qui s'écrit ainsi

$$L \subseteq \bowtie_{1\leq i\leq k}(r_i g_i[\bar{r_i} \otimes \bar{g_i}])^*$$

Mais cette contrainte est contenue dans la contrainte plus précise qui dit que la séquence des actions liée à une requête est de la forme requête, allocation, reprise et désallocation. Ainsi, nous avons plus précisément

$$L \subseteq L_2 = \bowtie_{1\leq i\leq k}(r_i g_i \bar{r_i} \bar{g_i})^*$$

Absence de réponse non sollicitée La ressource ne sera pas attribuée à un client qui n'en a pas fait la demande. Cette contrainte est déjà écrite dans la contrainte précédente.

Réponse (FIFO) stricte Les réponses sont ordonnées en une séquence de même ordre que l'arrivée des requêtes correspondantes. Cette contrainte concerne la façon dont les r_i, r_j, g_i, g_j se positionnent entre eux.

$$L \subseteq L_3 = \bowtie_{1\leq i\neq j\leq k}(r_i g_i, r_j g_j, r_i r_j g_i g_j, r_j r_i g_j g_i)^*$$

4.2. *Résolution*

Tout S-mot contenu dans $L_1 \cap L_2 \cap L_3$ satisfait le problème et réciproquement. Donc

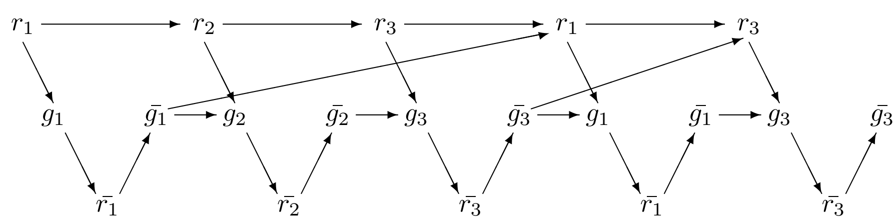
$$L = (g_1\bar{g_1}, \ldots, g_k\bar{g_k})^* \bowtie_{1\leq i\leq k}(r_i g_i \bar{r_i}\bar{g_i})^* \bowtie_{1\leq i\neq j\leq k}(r_i g_i, r_j g_j, r_i r_j g_i g_j, r_j r_i g_j g_i)^*$$

4.3. *Une instance du problème*

En imposant l'ordre des requêtes $R_1R_2R_3R_1R_3$, cela contraint la séquence des r suivantes : $r_1r_2r_3r_1r_3$, L_2 impose les séquences $r_1g_1\bar{r_1}\bar{g_1}r_1g_1\bar{r_1}\bar{g_1}$, $r_2g_2\bar{r_2}\bar{g_2}$, $r_3g_3\bar{r_3}\bar{g_3}r_3g_3\bar{r_3}\bar{g_3}$. L_3 impose la séquence des g identique à la séquence des r, soit $g_1g_2g_3g_1g_3$ et L_1 conduit à $g_1\bar{g_1}g_2\bar{g_2}g_3\bar{g_3}g_1\bar{g_1}g_3\bar{g_3}$. En fusionnant ces segments, nous obtenons le diagramme de Hasse de la relation de précédence sur les instants de la figure 7, représentation graphique du S-langage résultat.

C'est l'ensemble des commutations de chaque r_i avec toutes les autres lettres sauf r_j et g_i.

Figure 7. *Diagramme des solutions possibles*



5. Conclusion

Dans cet article, nous avons montré que la représentation purement algébrique des S-mots et S-langages est particulièrement adéquate pour décrire à la fois les extensions temporelles des objets et leurs relations temporelles en illustrant sur un exemple classique en logique temporelle. Notre but est de montrer que le raisonnement temporel relève essentiellement d'un calcul et non d'un réel raisonnement. présenté quelques arguments qui permettent de d'utiliser un simple calcul pour représenter et raisonner sur les informations temporelles. Notre approche ici est essentiellement qualitative, mais nous pouvons également traiter les aspects numériques, dans la mesure où ils concernent des éléments d'un système calendaires, comme cela est le cas pour le traitement des séries temporelles, mais cela est une autre histoire. Plus généralement, les S-langages permettent, outre les ordres de préférence transitifs, de représenter des informations spatiales lorsqu'elles concernent des trajectoires linéaires.

6. Bibliographie

Allen J. F., « Maintaining knowledge about temporal intervals », *Communications of the ACM*, vol. 26, n° 11, p. 832-843, 1983.

Autebert J.-M., *Théorie des langages et des automates*, Masson, Paris, 1994.

Autebert J.-M., Schwer S. R., « On generalized Delannoy Paths », *Siam Journal on discrete Mathematics*, vol. 16, n° 2, p. 208-223, 2003.

Guentcheva Z., *Temps et aspects : l'exemple du bulgare contemporain*, CNRS, Paris, 1990.

Hamblin C. L., « Instants and Intervals », *Studium Generale*, vol. 24, n° 3, p. 127-134, 1971.

Jungjariyannon S., Schwer S. R., « Extended Boolean Computations », *Proceedings of Workshop 8 (Spatial and Temporal Reasoning) of the 15th European Conference on Artificial Intelligence*, Lyon, France, p. 63-68, 2002.

Kamp H., « Events, Instants and Temporal Reference », *Semantics from different points of view*, vol. , p. 376-417, 1979.

Ladkin P., « Time Representation : A Taxonomy of Interval Relations », *AAAI86*, p. 360-366, 1986.

Luce R. D., « Semi-orders and a theory of utility discrimination », *Economica*, vol. 24, p. 178-191, 1956.

Manna Z., Pnueli A., « Verification of Concurrent Programs : The temporal proof principles », *Automata, Languages and Programming, Lecture Notes in Computer Science 131*, Springer-Verlag, p. 200-252, 1981.

Nicot J., *La géométrie dans le monde sensible*, Alcan, Paris, 1923.

Reichenbach H., *Elements of symbolic logic*, MacMillan, New York, 1947.

Russell B., *Our knowledge of the External World*, G. Allen & Unwin, London, 1924.

Schwer S. R., « Formalizing Calendars with Category of Ordinals », *Applied Intelligence*, vol. 17, p. 275-295, 2002a.

Schwer S. R., « S-arrangements avec répétitions », *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, vol. Série I, n° 334, p. 261-266, 2002b.

Schwer S. R., Dépendances temporelles : les mots pour le dire, Rapport de recherche, LIPN, 94.

Schwer S. R., Des points et des intervalles, Rapport de recherche n° à paraitre, LIPN, n.d.

Vet C., *Temps, Aspects, et adverbes de temps en français contemporain*, Droz, Geneva, 1980.

Whitehead A. N., *The concept of nature*, Cambridge University Press, Cambridge, 1920.

ANNEXE POUR LE SERVICE FABRICATION
A FOURNIR PAR LES AUTEURS AVEC UN EXEMPLAIRE PAPIER
DE LEUR ARTICLE ET LE COPYRIGHT SIGNE PAR COURRIER
LE FICHIER PDF CORRESPONDANT SERA ENVOYE PAR E-MAIL

1. ARTICLE POUR LA REVUE :
   L'objet. Volume 8 – n°2/2005
2. AUTEURS :
   Sylviane R. Schwer
3. TITRE DE L'ARTICLE :
   Au sujet de la représentation et du raisonnement pour les informations temporelles : vers un modèle purement algébrique.
4. TITRE <u>ABRÉGÉ</u> POUR LE HAUT DE PAGE <u>MOINS DE 40 SIGNES</u> :
   Représentation et calcul temporels
5. DATE DE CETTE VERSION :
   3 mai 2007
6. COORDONNÉES DES AUTEURS :
   - adresse postale :
     LIPN UMR 7030 (CNRS et Université Paris 13),
     99 bld Jean-Baptiste Clément, 93230 Villetaneuse
     schwer@lipn.univ-paris13.fr
   - téléphone : 00 00 00 00 00
   - télécopie : 00 00 00 00 00
   - e-mail : Roger.Rousseau@unice.fr
7. LOGICIEL UTILISÉ POUR LA PRÉPARATION DE CET ARTICLE :
   LaTeX, avec le fichier de style `article-hermes.cls`,
   version 1.2 du 03/03/2005.
8. FORMULAIRE DE COPYRIGHT :
   Retourner le formulaire de copyright signé par les auteurs, téléchargé sur :
   `http://www.revuesonline.com`

SERVICE ÉDITORIAL – HERMES-LAVOISIER
14 rue de Provigny, F-94236 Cachan cedex
Tél : 01-47-40-67-67
E-mail : revues@lavoisier.fr
Serveur web : http://www.revuesonline.com