
Sur l'analyse de réseaux de sociabilité de la société paysanne médiévale

R. Boulet * — **F. Hautefeuille ***** — **B. Jouve *** — **P. Kuntz **** —
B. Le Goffic ** — **F. Picarougne **** — **N. Villa ******

* *Institut de Mathématiques de Toulouse – Université Toulouse II – 5, allées A. Machado - 31058 Toulouse cedex 1 – France*

** *Equipe COonnaissances & Décision – Laboratoire d'Informatique de Nantes Atlantique – Site Polytech'Nantes – La Chantrerie – BP 60601 – 44306 Nantes cedex – France*

*** *France Méridionale et Espagne FRAMESPA – Université Toulouse II - - 5, allées A. Machado, 31058 Toulouse cedex1 – France*

**** *Institut de Mathématiques de Toulouse – Université Toulouse III- – 118 route de Narbonne - 31062 Toulouse cedex 9 – France*

boulet@univ-tlse2.fr, pascale.kuntz@polytech.univ-nantes.fr

RÉSUMÉ. L'histoire des sociétés rurales médiévales que nous connaissons a été construite à partir des traces qui nous sont parvenues, très souvent issues de la noblesse ou l'église de cette époque. De ce fait, le monde paysan, qui représente 90% de la population, est assez mal connu. L'étude d'une de ces sociétés, focalisée sur une zone géographique restreinte couverte par une documentation abondante, nous permet de reconstituer des réseaux de sociabilités. Nous analysons ces réseaux à l'aide d'outils de visualisation et nous montrons à la fois les changements structurels liés à des événements tels que les guerres et des analogies entre les graphes associés à ces réseaux et les graphes « petit monde ».

ABSTRACT. The history of the medieval rural societies that we know was built starting from the traces which reached us, very often resulting from the nobility or the church of this period. So, peasants, who account for 90% of the population, are rather badly known. The study of one of these societies focused on a restricted geographical area covered by an abundant documentation enables us to reconstitute sociability networks. We analyze these networks by using visualization tools and we show the structural changes related to events such as the wars and the analogies between the graphs associated with these networks and the "small world" graphs.

MOTS-CLÉS : réseaux sociaux, société médiévale, visualisation de graphes, analyse spectrale, cartes auto-organisatrices

KEYWORDS: social networks, medieval society, graph visualization, spectral analysis, self-organized maps

1. Introduction

Depuis Marc Bloch et Georges Duby l'histoire des sociétés rurales médiévales a constitué un des supports principaux majeurs de la recherche sur cette période historique. Pourtant, le biais de la documentation induit très souvent une déformation sur la perception de cette période : le regard est porté à travers le prisme des classes dominantes que sont la noblesse et l'église. De fait, le monde paysan qui constitue pourtant plus de 90% de la population n'a laissé comparativement que très peu de traces écrites directes. Ainsi, il est souvent difficile de tenter d'écrire une histoire des sociétés paysannes du Moyen Age qui ne soit pas seulement l'histoire d'un monde anonyme toujours situé par rapport à un maître, quel que fut ce dernier, seigneur laïc, Eglise, ou état royal en formation.

Pour tenter une autre approche de ces sociétés nous nous sommes focalisés sur une zone géographique restreinte (quelques milliers d'hectares) couverte par une documentation abondante (Hautefeuille, 1998) permettant de mettre en évidence les phénomènes relationnels existant entre différentes strates sociales de la société rurale médiévale : paysans et seigneurs, paysans et Eglise, paysans des mas et paysans des villages, ... ou tout simplement entre voisins. La documentation extrêmement homogène nous permet d'avoir accès sur trois siècles à, en outre, des documents notariés correspondant majoritairement à des contrats agraires de différents types, et plus marginalement à des testaments, des contrats de mariages ou des hommages féodaux.

Ces données relationnelles nous permettent de reconstituer des réseaux de sociabilités. Les individus impliqués peuvent être des tenanciers mais aussi les notaires qui régissent les transactions, les seigneurs auxquels les tenanciers sont rattachés ou des tenanciers de parcelles frontalières à la parcelle vendue. Pour les historiens les questions associées à l'analyse de ces réseaux portent à la fois sur l'organisation de l'espace paysan (Quelle est l'étendue de l'exploitation agricole de la famille étroite mais aussi des lignages plus larges ? L'espace paysan est-il intimement lié à l'espace seigneurial ? etc), sur la structuration de la sociabilité paysanne (Comment se nouent les alliances ? Comment évolue l'évolution d'un groupe familial dans son assise foncière ? etc), et sur la place des paysans dans la société médiévale (Y a-t-il des ascensions sociales et quels en sont les moteurs ? Comment les différentes familles se positionnent-elles face au marché de la terre ? etc). Cependant, avant de pouvoir contribuer à répondre à ces questions spécifiques, il convient de caractériser d'un point de vue macroscopique les spécificités des réseaux relationnels de l'étude.

La complexité croissante des réseaux considérés dans de nombreux domaines (e.g. Bornhold et Schuster, 2003), la Toile étant un exemple paradigmatique, a stimulé cette dernière décennie de nombreux travaux sur l'analyse structurelle des réseaux de relations (e.g. Albert et Barabasi, 2002 ; Dorogovtsev et Mendes, 2004). Dans les travaux présentés ici, nous proposons un exemple d'analyse exploratoire des réseaux. N'ayant aucune hypothèse a priori sur les structures de ces réseaux

nous avons considéré différentes familles de graphes sur lesquelles nous avons mené en parallèle des analyses différentes. Dans une première approche, nous avons exploré l'organisation des graphes des noms (paysans, notaires, seigneurs) extraits des transactions via des outils de visualisation : la restitution visuelle d'une suite de graphes correspondant à l'évolution des relations nous permet de mettre en évidence des classes d'individus fortement interconnectés, des individus ayant des rôles spécifiques dans la structuration sociale ainsi que des changements structurels associés à des événements historiques (guerre de Cent Ans). Dans une seconde approche, plus approfondie, nous nous sommes restreints aux noms de paysans et avons analysé les graphes des noms issus des actes (un acte contient plusieurs transactions passées au même moment par un notaire et correspondant généralement à un unique seigneur). Nos calculs portent sur un échantillon d'actes pour deux périodes spécifiques : avant et après la guerre de Cent Ans. Nous avons montré que les graphes associés présentaient des caractéristiques communes aux graphes de « petit monde ». Et, une analyse par décomposition spectrale, complétée par une classification par des cartes auto-organisatrices nous a permis de caractériser différentes communautés associées à des structures différentes.

2. Des manuscrits aux graphes

Concernant les réseaux sociaux, de nombreux réseaux (e.g. réseaux des collaborations scientifiques à partir des co-auteurs ou des co-citations, réseaux de relations à partir des échanges de courriers électroniques, ...) peuvent être construits « automatiquement » à partir de données numériques accessibles. A contrario, les données de base dont nous disposons ici sont des actes manuscrits de transactions retranscrits au XVIIIème siècle (figure 1).

Le recueil numérique de ces données, qui est encore en cours, a nécessité le développement d'une interface complexe spécifique de saisie (figure 2). Elle permet en particulier la prise en compte de l'expertise des médiévistes pour une désambiguïsation des citations des noms rencontrés. Notons que le choix d'une base de données très riche en information contenue dans les sources a l'inconvénient de nécessiter un fastidieux travail de saisie mais procure pour l'avenir l'avantage de pouvoir affiner nos analyses.

La documentation dont nous disposons contient 6000 actes, dont la majorité proviennent des registres des seigneurs de la région de l'étude (une dizaine de communes situées au cœur du bas-Quercy à la limite entre le Lot et le Tarn-et-Garonne autour de l'ancien chef-lieu de châtellerie de Castelnau-Monratier) conservés aux archives de Cahors.

De ces données nous avons construit divers graphes. Les sommets sont toujours les différents noms rencontrés dans les données. La définition des arêtes diffère selon le point de vue. Selon un premier point de vue (paragraphe 3.1) nous avons raisonné au niveau de la transaction : il existe une arête entre deux sommets si les

noms associés sont cités dans une même transaction. Selon un second point de vue (paragraphe 3.2) nous avons considéré le niveau de l'acte : il existe une arête entre deux sommets si les noms sont cités dans un même acte.

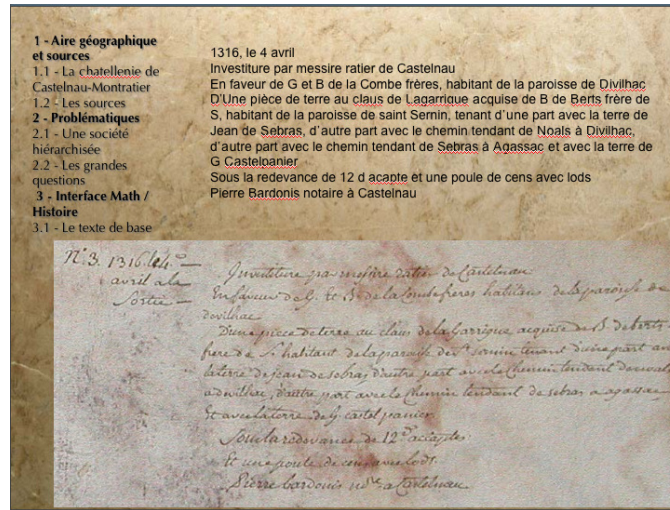


Figure 1. Exemple de manuscrit

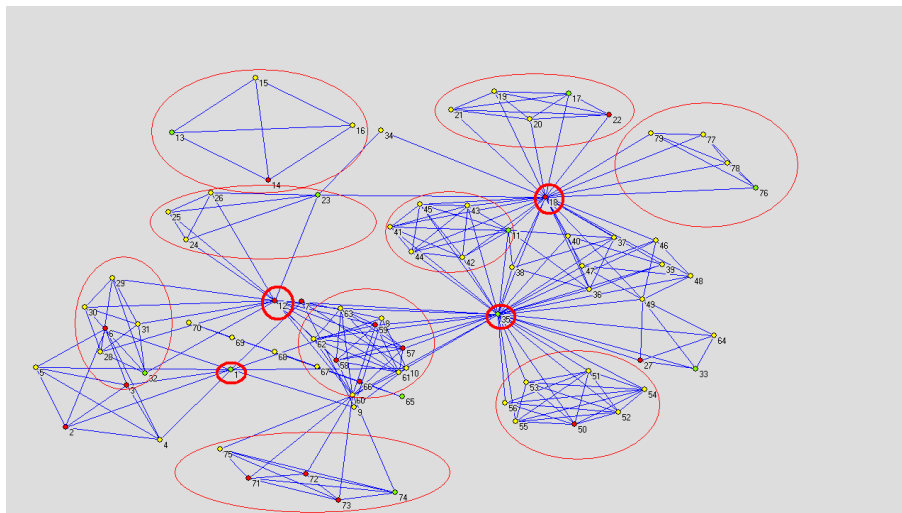


Figure 3. Graphes des relations issues des transactions sur la période 1230-1280 (vert pour notaire, rouge pour seigneur et jaune pour tenancier)

Mardi 4
Juillet 2006
Bienvenue
Super utilisateur

Retour à la liste des actes

Les actes

Modification de l'acte : #29

Fond d'archive : AD 46 J 4 [1] [-] [-] Sélectionnez...

Page ou fol. : 173 [1] [-] [-]

Numéro de l'acte dans le registre : 8 [1] [-] [-]

Paroisse principale : Saint Julien [1] [-] [-] Sélectionnez...

Date : Jour 02 [1] [-] [-]
Mois 02 [1] [-] [-]
Année 1303 [1] [-] [-]

Complément de date :

Type d'acte : Affranchissement [1] [-] [-] Sélectionnez...

Notaire : Bayle Amaud (#92) (1303) Saint Julien [1] [-] [-] Sélectionnez...
[1] [-] [-] Sélectionnez... RegExp Sélectionner un notaire Ajouter un individu Remettre à zéro

Caractéristiques notariales : de Castelneau

Seigneur : Castelneau Rabier (115) (#76) (1303 - 1340) Saint Julien (messire, baron) [1] [-] [-] Sélectionnez...
[1] [-] [-] Sélectionnez... Sélectionner un seigneur Ajouter un individu Remettre à zéro

caractéristique : Fils de [1] [-] [-] Sélectionnez... noble Amaud Rabier de Castelneau

caractéristique : Baron [1] [-] [-] Sélectionnez...

caractéristique : messire [1] [-] [-] Sélectionnez...

caractéristique : Du consentement de [1] [-] [-] Sélectionnez... messire Aymeric de Gourdon son oncle

Transaction livre : 0 [1] [-] [-]

Transaction sous : 0 [1] [-] [-]

Enregistrer les modifications !

Ajout d'une transaction à l'acte

Cliquez ici pour ajouter une transaction à l'acte

Suppression de l'acte

Cet acte ne peut pas être supprimé !
Au moins une transaction y est liée !

Se déconnecter

Terminé

Figure 2. Interface MEDIEVACT – Gestion des actes

3. Premières analyses structurales

Trois analyses complémentaires ont été menées sur les données actuellement codées numériquement (cinq cents actes environ) : une analyse exploratoire à partir de cartographies des réseaux issus des transactions, une caractérisation des communautés dans la société paysanne à partir des actes via une analyse spectrale et

une classification effectuée avec des cartes auto-organisatrices de Kohonen aux données décrites par un tableau de dissimilarités.

3.1. *Analyse exploratoire*

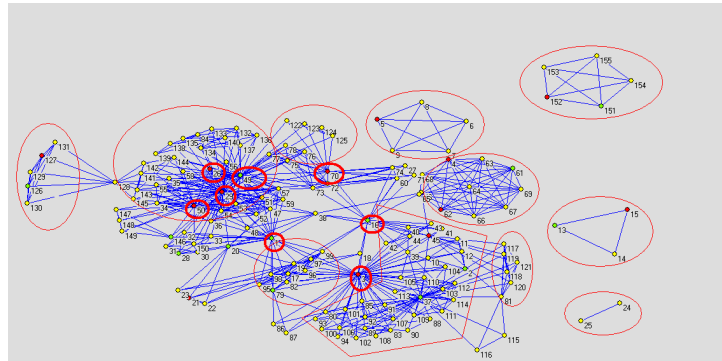
Les réseaux que nous analysons sont à notre connaissance uniques et nous ne disposons d'aucune hypothèse a priori sur leur structuration. D'un point de vue méthodologique, les outils de visualisation de graphes (e.g. Binaud et al, 2006) représentent dans ce cadre une aide efficace à l'analyse exploratoire. La comparaison des différentes restitutions visuelles sort du cadre de cette communication ; nous nous restreignons ici à quelques illustrations avec le logiciel Pajek classiquement utilisé dans l'analyse des réseaux sociaux (Mutzel et Jünger, 2003). Nous ne traitons pas le graphe issu des transactions dans son intégralité sur toute la période considérée ; nous considérons une suite de graphes associés à des périodes de cinquante ans correspondant approximativement à une génération au Moyen Age.

Ces représentations visuelles nous ont permis de confirmer la position spécifique des dominants (seigneurs et notaires) qui sont associés dans le graphe à des sommets d'articulation ; et d'identifier les communautés qui sont sous leur influence (ex : figure 3). D'un point de vue structurel, il est également intéressant de noter que si certaines communautés, peu nombreuses et peu denses, semblent évoluer en autarcie d'autres peuvent avoir plusieurs relations en commun.

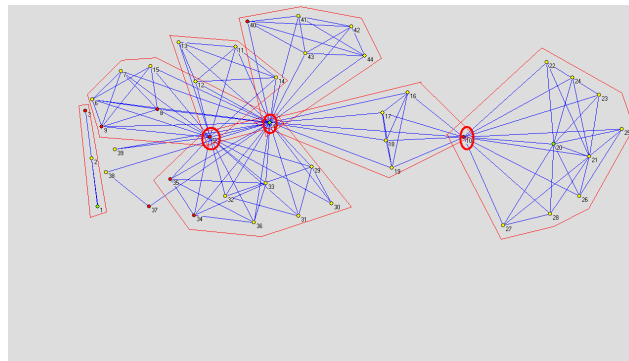
L'analyse de l'évolution des graphes met en évidence des changements structurels importants (figure 4). La guerre de Cent Ans semble avoir eu un impact décisif dans la ré-organisation des structures relationnelles. Dans le secteur de l'étude, cinq villages ont été désertés, et la fin du XIVème est marqué par la disparition de familles entières (repérée par des augmentations du nombre de ventes de parcelles et une redistribution des terres), l'alliance de certaines familles avec des immigrants et la diminution significative de la profusion du nombre de seigneurs.

3.2. *Vers la découverte et la caractérisation des communautés*

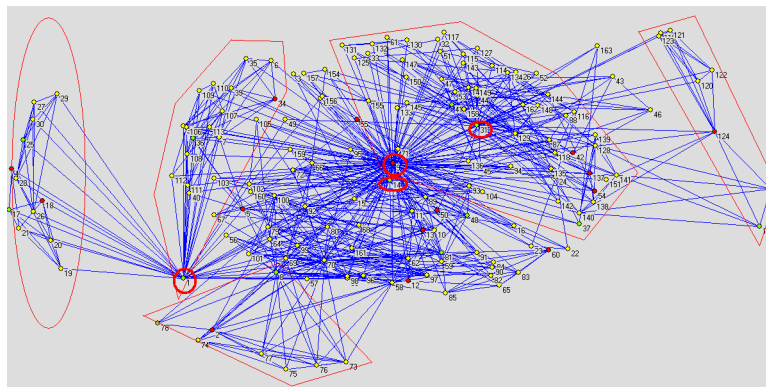
Dans une seconde phase de l'étude, nous nous sommes focalisés sur la paysannerie pour deux périodes spécifiques qui se situent avant et après la guerre de Cent Ans. Ainsi, dans les graphes considérés, seuls les paysans sont les acteurs du réseau social et constituent les sommets du graphe : deux paysans sont reliés par une arête s'ils apparaissent dans le même acte. A partir d'un échantillon de la base de données, nous avons construit deux graphes contenant environ 200 sommets chacun. La comparaison de ces deux graphes nous permet de mieux comprendre les liens sociaux tissés dans la paysannerie médiévale et de les comparer à deux époques séparées par la guerre de Cent Ans.



1330 et 1379



1380 et 1429 (milieu de la guerre de 100 ans)



1480 et 1530

Figure 4. Evolution des réseaux de sociabilité à différentes périodes

Sur ces deux graphes nous observons un effet « petit monde » très marqué (Watts, 1999). Rappelons que l'effet petit monde est caractérisé par une connectivité globale faible qui peut se mesurer grâce au diamètre ou la longueur des plus courts chemins et par une connectivité locale forte. La connectivité locale (ou « clustering ») se mesure comme la moyenne de la densité des graphes des voisins de chaque sommet. Elle peut également s'interpréter comme la probabilité d'avoir une arête entre deux sommets ayant un voisin commun ou bien comme la proportion de triangles dans le graphe.

Une autre similitude entre ces deux réseaux est la distribution des degrés. Du fait de la taille des graphes étudiés on ne retrouve pas ici une loi puissance caractéristique de nombreux réseaux (e.g. Albert et Barabasi, 2002), mais une loi de puissance tronquée par une coupure exponentielle.

De plus, comme dans la plupart des réseaux sociaux émergent des communautés. Dans les réseaux considérés il apparaît que les individus de forts degrés (que l'on appelle les « riches ») forment un sous-graphe très dense et de faible diamètre. Ces individus socialement privilégiés et donc potentiellement influents forment un « club huppé » (Zou et Mondragon, 2004).

Pour caractériser la présence d'autres communautés, nous utilisons l'analyse spectrale des graphes ; en particulier le spectre du Laplacien discret $L = D - A$ où D est la matrice diagonale des degrés et A la matrice d'adjacence. Une communauté peut être définie comme un sous graphe complet (tous les individus de cette communauté se connaissent) dont tous les sommets ont pour voisins un même sous ensemble des sommets du graphe (les individus d'une communauté connaissent exactement les mêmes personnes).

Nous savons (Van den Heuvel et Peijic, 2000) que si tous vecteurs propres de L associés à une valeur propre de multiplicité $k - 1$ sont aussi vecteurs propres de A associé à la valeur propre -1 et possèdent exactement les mêmes k (respectivement $k + 1$, $k + 2$) coordonnées non nulles alors ces coordonnées sont les sommets d'une (respectivement deux, trois) communauté(s) au sens où nous l'avons définie.

Cette étude spectrale menée sur les deux graphes permet d'extraire des communautés. Nous remarquons que celles-ci sont essentiellement reliées à des individus du club-huppé et très peu reliées entre elles. Cependant après la guerre de Cent Ans les communautés sont plus petites et donc moins marquées d'où une structure moins affirmée qu'avant la guerre de Cent Ans (figure 5). Notons enfin que si des éléments communs apparaissent dans la structure des graphes des deux périodes (petit monde, club-huppé, communautés) il y a une différence dans les rôles joués pas les différentes familles ; à une exception près les familles du club huppé sont complètement renouvelées.

Afin de valider la robustesse de nos résultats et de les compléter le cas échéant, nous avons analysé le graphe « avant la guerre de Cent Ans » à l'aide d'un algorithme de cartes auto-organisatrices de Kohonen (Kohonen, 2001) appliqué au

graphe précédent, pondéré par le nombre d'actes dans lesquels deux individus donnés sont présents.

Un indice de dissimilarité spécifique d a été construit sur les sommets du graphe à partir du noyau de la chaleur de ce graphe. Celui-ci permet d'introduire un paramètre de contrôle de l'importance des proximités globales ou locales. La carte choisie pour l'algorithme est une carte de proximité hexagonale de taille 3×3 (donc 9 classes). Pour initialiser l'algorithme, nous avons associé aléatoirement à chaque classe un sommet « prototype ». L'algorithme repose ensuite sur deux étapes : (i) une étape d'affectation où chaque sommet x est affecté à la classe dont le prototype m minimise la dissimilarité $d(x,m)$; (ii) une étape de représentation où les prototypes sont recalculés de façon à minimiser l'énergie globale de la carte qui est une mesure de la manière dont la topologie du graphe est reproduite sur la carte.

Ces deux étapes sont répétées jusqu'à stabilisation de l'algorithme.

La variation du paramètre du noyau de la chaleur permet d'obtenir plusieurs classifications : celles-ci présentent de grandes similitudes qui nous ont permis de construire une carte de synthèse. Nous avons ainsi obtenu sept classes de sommets qui peuvent être aisément comparées avec l'étude spectrale précédente. En effet, chaque classe correspond à une communauté ou plusieurs communautés interconnectées trouvées via les vecteurs propres du Laplacien. De plus la classe centrale de la carte correspond à une partie du club-huppé préalablement caractérisé. Et, l'organisation obtenue par ces cartes auto-organisatrices est proche de la structure en forme d'étoile mise en évidence par les méthodes spectrales.

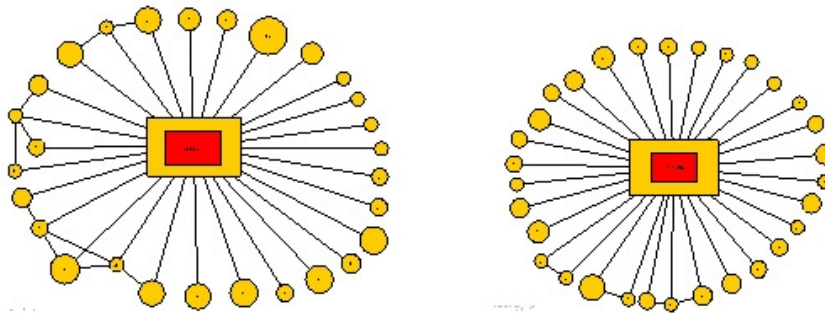


Figure 5 . Graphe des communautés avant (à gauche) et après (à droite) la guerre de Cent Ans.

Les disques, dont le diamètre est proportionnel à la taille de la communauté, représentent les communautés extraites *via* l'étude spectrale.

Le rectangle orange symbolise les paysans qui ne sont pas dans une communauté bien marquée et le rouge le club-huppé (en rouge).

4. Discussion

Dans cette communication, nous nous sommes intéressés à l'analyse structurale d'un corpus de graphes de sociabilité construits à partir de données provenant d'actes notariés du Moyen-Age. La complexité des données initiales (manuscrits médiévaux retranscrits au XVIIème) a nécessité en amont un travail informatique important. Si cette étape est souvent passée sous silence, l'essentiel étant consacré à l'analyse des résultats, il nous paraît ici important de souligner l'intérêt d'une coopération interdisciplinaire qui permet aux historiens d'avoir accès à des données à une nouvelle échelle ; la taille des graphes que nous traitons ici dépasse de loin les limites d'un traitement « à la main ».

D'un point de vue méthodologique, l'originalité des données et, par conséquent, l'absence de modèle préalable nous a conduits à explorer en parallèle différentes approches complémentaires. Les travaux présentés ici ne représentent qu'un premier pas d'une analyse exploratoire. Et, les premiers résultats soulèvent différentes questions.

La première question est relative aux définitions des graphes choisies. Les données recueillies sont très riches : elles contiennent à la fois des noms d'individus, mais précisent également leur statut social (ex : seigneur, notaire, ..), familial (ex : « fils de ... »), leur localisation spatiale (ex : « voisin de ... », ...), temporelle (les dates des transactions), etc. Différents graphes peuvent donc être construits à partir de ce corpus. Sans référence préalable nous en avons sélectionné initialement deux : celui de tous les noms cités dans une même transaction, celui des noms des tenanciers cités dans un même acte. Les premières interprétations des résultats par les historiens nous conduisent à envisager une nouvelle définition plus complexe, intermédiaire entre les deux définitions préalablement considérées : pour cela, on pondère les arêtes entre les tenanciers selon qu'ils apparaissent dans la même transaction, ou qu'ils aient le même seigneur et qu'ils interviennent sur une période commune, ou qu'ils soient voisins spatialement,

D'autres questions sont relatives aux algorithmes de traitement des données déployés. L'approche visuelle, en plein essor en fouille de données (e.g. Poulet et Kuntz, 2006), nous a permis de mettre en évidence, à une échelle macroscopique, des structures combinatoires qui sont en cours d'interprétation. Nous comparons actuellement différents outils de restitution visuelle basés sur des algorithmes variés et nous pouvons déjà souligner les difficultés inhérentes aux biais d'interprétation associés aux « points de vue » adoptés par les différentes représentations.

En complément, nous nous sommes intéressés à une analyse plus spécifique des différentes communautés impliquées dans le réseau de sociabilité à des époques spécifiques. De nombreux travaux, en particulier en physique statistique, ont permis cette dernière décennie une avancée notable dans l'analyse structurale des réseaux. La comparaison des graphes de notre étude, pour une période donnée, avec ceux recensés dans la littérature est évidemment intéressante et facilite la caractérisation

des propriétés les plus marquantes (« petit monde », « sans échelle », ...). Nous avons déjà calculé les indicateurs les plus classiques (distribution des degrés, diamètre, ...) et d'autres sont en cours d'implémentation. En revanche, l'analyse de l'évolution des réseaux sur une période temporelle importante reste une question beaucoup plus délicate. Elle doit tenir compte ici à la fois des modifications d'ordre combinatoire dont le calcul est souvent d'une complexité élevée en terme algorithmique, et de la sémantique des relations puisque les sommets peuvent être associés à des familles qui peuvent traverser les siècles.

5. Bibliographie

- Albert R., Barabasi A-L. « Statistical mechanics of complex networks », *Review of modern physics*, vol. 74, n°2, 2002, p. 47-97.
- Bornholdt S., Schuster H.G. eds. *Handbook of graphs and networks – From the genome to the Internet*, Wiley-VCH, 2003.
- Dorogovtsev S.N., Mendes J.F.F. *Evolution of networks*, Oxford University Press, 2004.
- Hautfeuille F. Structures de l'habitat rural et territoires paroissiaux en bas-Quercy et haut-Toulousain du VIIème au XIXème siècle, Thèse de doctorat nouveau régime, Université Toulouse II – Le Mirail, 1998
- Kohonen T. *Self-organizing Maps, 3rd Edition*, Springer Series in Information Sciences, vol. 30, Springer. 2001.
- Mutzel P., Jünger M. *Graph drawing software*, Springer Verlag, 2003
- Poulet F., Kuntz P. Eds. *Visualisation en extraction de connaissances, Revue des Nouvelles Technologies de l'Information*, Numéro spécial, Cepaduès Edition, 2006
- Pinaud B., Kuntz P., Picarougne F. The Website for graph visualization software references (GVSR), In Proc. of the 14th Int. Symp. on Graph Drawing, Lecture Notes in Computer Science, Springer, vol. 4372, 2006, p. 440-441.
- Van den Heuvel J, Pejic S. *Using laplacian eigenvalues and eigenvectors in the analysis of frequency assignment problems*, CDAM Research Report Series, 2000
- Watts D.J. *Small Worlds*, Princeton Univ. Press, 1999.
- Zou S., Mondragon R.J. *The rich-club phenomena in the internet topology*, IEEE Communication Letters, vol. 8, n°3, 2004, p. 180-182.